

普通高等教育机械类应用型人才及卓越工程师培养规划教材

机 械 原 理

张 静 主 编

刘春东 副主编

電 子 工 業 出 版 社 ·

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

内 容 简 介

本书是根据教育部高等教育机械基础课程教学指导委员会的要求而编写的,旨在满足全国众多应用型本科院校培养机械类人才的需要。

全书共 12 章,内容包括绪论、平面机构的结构分析、平面连杆机构及其设计、凸轮机构及其设计、齿轮机构及其设计、轮系及其设计、间歇运动机构、平面机构的运动分析、平面机构的力分析、机械的平衡、机械的运转及其速度波动的调节、机械系统的方案设计。在各章后附有一定数量的思考题与习题及考研真题,以利于读者学习。

本书主要作为应用型本科院校机械类各专业本科生必修课的教材,也可作为高职高专机械类各专业的教材,还可作为非机械类学生及有关工程技术人员的参考书。

未经许可,不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容
版权所有,侵权必究

图书在版编目(CIP)数据

机械原理 / 张静主编. —北京:电子工业出版社, 2015.2

普通高等教育机械类应用型人才及卓越工程师培养规划教材

ISBN 978-7-121-25100-9

I. ①机… II. ①张… III. ①机构学—高等学校—教材 IV. ①TH11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 292962 号

策划编辑:郭穗娟

责任编辑:陈韦凯

印 刷:

装 订:

出版发行:电子工业出版社

北京市海淀区万寿路 173 信箱 邮编 100036

开 本: 787×1 092 1/16 印张: 15.25 字数: 390 千字

版 次: 2015 年 2 月第 1 版

印 次: 2015 年 2 月第 1 次印刷

定 价: 45.00 元

凡所购买电子工业出版社图书有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系,联系及邮购电话:(010)88254888。

质量投诉请发邮件至 zltts@phei.com.cn, 盗版侵权举报请发邮件至 dbqq@phei.com.cn。

服务热线:(010)88258888。

《普通高等教育机械类应用型人才及卓越工程师培养规划教材》

专 家 编 审 委 员 会

主 任 委 员 黄传真

副主任委员 许崇海 张德勤 魏绍亮 朱林森

委 员（排名不分先后）

李养良 高 荣 刘良文 郭宏亮 刘 军

史岩彬 张玉伟 王 毅 杨玉璋 赵润平

张建国 张 静 张永清 包春江 于文强

李西兵 刘元朋 褚 忠 庄宿涛 惠鸿忠

康宝来 宫建红 宁淑荣 许树勤 马言召

沈洪雷 陈 原 安虎平 赵建琴 高 进

王国星 张铁军 马明亮 张丽丽 楚晓华

魏列江 关跃奇 沈 浩 鲁 杰 胡启国

陈树海 王宗彦 刘占军 刘仕平 姚林娜

李长河 杨建军 刘琨明

前 言

本书注重能力的培养，力求做到不断强化自我的自学能力、思维能力、创造性地解决问题的能力，以及不断自我更新知识的能力，促进学生向着富有鲜明个性的方向发展，旨在满足全国众多应用型本科院校培养机械类人才的需要。

本书的编写章节结合生产实践和日常生活实际的应用实例，在阐述机械原理的基本概念、基本原理和基本方法的同时，遵循由浅入深、循序渐进的原则，内容侧重应用型人才的培养。课堂教学学时宜为 60 学时左右，实验学时为 6~8 学时，课程设计为 1.5 周。

各章参考学时见下表：

章 节	参 考 学 时
第 1 章 绪论	1
第 2 章 平面机构的结构分析	8
第 3 章 平面连杆机构及其设计	8
第 4 章 凸轮机构及其设计	6
第 5 章 齿轮机构及其设计	12
第 6 章 轮系及其设计	4
第 7 章 间歇运动机构	2
第 8 章 平面机构的运动分析	4
第 9 章 平面机构的力分析	4
第 10 章 机械的平衡	3
第 11 章 机械的运转及其速度波动的调节	4
第 12 章 机械系统的方案设计	4

本书由河北建筑工程学院张静担任主编，河北建筑工程学院刘春东担任副主编。参加本书编写工作的有河北建筑工程学院张静（第 2、4、11 章，5.1~5.8 节）、刘春东（第 1、8、9 章，5.9~5.11 节）、张灿果（第 7 章）、郑州科技学院张晓莹（第 3、6 章）、桂林航天工业学院许本胜（第 10、12 章）。

感谢电子工业出版社对本书的编写工作给予了热情的关注和大力支持。

尽管编者为本书付出了十分的心血和努力，但疏漏和欠妥之处仍然存在，恳请广大同仁和读者批评指正。

编 者

2015 年 1 月

目 录

第 1 章 绪论	1	习题与思考题	24
1.1 机械原理课程研究的对象 与内容	1	第 3 章 平面连杆机构及其设计	26
1.1.1 机器	1	3.1 平面连杆机构及其传动特点	26
1.1.2 机构	3	3.2 铰链四杆机构的基本类型 及其演化	26
1.2 机械原理课程在专业中的地位 和作用	3	3.2.1 铰链四杆机构的基本类型 及其应用	26
1.3 如何进行本课程的学习	4	3.2.2 铰链四杆机构存在曲柄 的条件	29
1.4 机械原理学科的发展现状 及趋势	4	3.2.3 铰链四杆机构的演化	30
习题与思考题	5	3.3 平面四杆机构的基本知识	33
第 2 章 平面机构的结构分析	6	3.3.1 平面四杆机构的急回 运动特性	33
2.1 平面机构的结构分析的内容 和目的	6	3.3.2 平面四杆机构的死点	34
2.2 机构的组成	6	3.3.3 平面四杆机构的压力角和 传动角	34
2.2.1 构件与零件	6	3.4 平面四杆机构的设计	35
2.2.2 运动副	6	3.4.1 用图解法设计平面四杆机构	36
2.2.3 运动链	7	3.4.2 用解析法设计平面四杆机构	39
2.3 平面机构运动简图	8	3.4.3 用实验法设计平面四杆机构	40
2.3.1 构件的自由度	8	习题与思考题	40
2.3.2 运动副的分类及表示	8	第 4 章 凸轮机构及其设计	45
2.3.3 构件的分类及表示	9	4.1 概述	45
2.3.4 平面机构运动简图	12	4.1.1 凸轮机构的组成	45
2.4 平面机构自由度	13	4.1.2 凸轮机构的应用和分类	45
2.4.1 平面机构自由度计算公式	13	4.2 从动件的运动规律	48
2.4.2 平面机构具有确定运动的 条件	14	4.2.1 凸轮机构的基本概念和参数	48
2.4.3 计算平面机构自由度时应 注意的事项	15	4.2.2 从动件常用的运动规律	49
2.5 平面机构的组成原理与 结构分析	19	4.2.3 从动件运动规律的选择	59
2.5.1 平面机构的组成原理	19	4.3 盘形凸轮轮廓曲线的设计	60
2.5.2 平面机构的结构分类	20	4.3.1 凸轮轮廓曲线设计的 基本原理	60
2.5.3 平面机构的高副低代	20	4.3.2 用图解法设计盘形凸轮轮廓 曲线	61
2.5.4 平面机构的结构分析	22		

4.3.3 用解析法设计盘形凸轮轮廓曲线	65	5.8 变位齿轮简介	96
4.4 凸轮机构基本参数的确定	68	5.8.1 变位齿轮的概念	96
4.4.1 压力角的确定	68	5.8.2 不根切的最小变位系数 x_{\min}	96
4.4.2 基圆半径的确定	71	5.8.3 变位齿轮的几何尺寸	97
4.4.3 滚子半径的确定	71	5.8.4 变位齿轮传动	98
4.4.4 平底尺寸的确定	72	5.8.5 变位齿轮传动类型及特点	100
习题与思考题	73	5.8.6 变位齿轮传动的设计步骤	100
第5章 齿轮机构及其设计	76	5.9 斜齿圆柱齿轮机构	101
5.1 概述	76	5.9.1 斜齿圆柱齿轮齿面的形成及其传动特点	101
5.1.1 齿轮机构的特点	76	5.9.2 斜齿圆柱齿轮的基本参数及几何尺寸	102
5.1.2 齿轮机构的分类	76	5.9.3 斜齿圆柱齿轮的当量齿轮和当量齿数	105
5.2 传动比齿廓啮合基本定理	78	5.9.4 斜齿圆柱齿轮啮合传动	106
5.2.1 传动比	78	5.9.5 交错轴斜齿轮传动	107
5.2.2 齿廓啮合基本定理	78	5.10 圆锥齿轮机构	108
5.3 渐开线的形成及其性质	79	5.10.1 圆锥齿轮的传动特点	108
5.3.1 渐开线的形成	79	5.10.2 渐开线直齿圆锥齿轮齿廓曲面的形成	109
5.3.2 渐开线的性质	80	5.10.3 圆锥齿轮的背锥与当量齿数	109
5.3.3 渐开线方程与渐开线函数	80	5.10.4 圆锥齿轮的啮合传动及其几何尺寸	110
5.4 渐开线标准直齿圆柱齿轮的基本参数和几何尺寸	81	5.11 蜗杆传动机构	112
5.4.1 齿轮各部分名称和符号	81	5.11.1 蜗杆传动的特点	112
5.4.2 标准齿轮的基本参数	83	5.11.2 蜗杆传动的基本参数	112
5.4.3 渐开线标准直齿圆柱齿轮几何尺寸计算	83	5.11.3 蜗杆传动的正确啮合条件	114
5.5 渐开线齿轮传动及渐开线齿廓的啮合特性	85	5.11.4 蜗杆传动的几何尺寸	114
5.5.1 节点、节圆、啮合线和啮合角	85	习题与思考题	115
5.5.2 渐开线齿廓的啮合特性	85	第6章 轮系及其设计	119
5.6 渐开线齿轮正确啮合和连续传动的条件	87	6.1 轮系的分类	119
5.6.1 正确啮合的条件	87	6.2 定轴轮系的传动比计算	120
5.6.2 正确安装条件	88	6.3 周转轮系的传动比计算	121
5.6.3 连续传动条件	90	6.4 复合轮系的传动比计算	123
5.7 渐开线齿廓的切削加工	92	6.5 轮系的功用	124
5.7.1 渐开线齿廓的切削原理	92	6.6 周转轮系的设计及各轮齿数的确定	129
5.7.2 渐开线齿廓的根切现象及其产生的原因	95	6.7 其他类型行星传动简介	132
5.7.3 渐开线标准齿轮不根切的条件	95	6.7.1 渐开线少齿差行星齿轮传动	132

6.7.2 摆线针轮传动	133
6.7.3 谐波齿轮传动	133
习题与思考题	134
第 7 章 间歇运动机构	138
7.1 棘轮机构	138
7.1.1 棘轮机构的组成和工作原理	138
7.1.2 棘轮机构的类型	138
7.1.3 棘轮机构的应用	139
7.2 槽轮机构	140
7.2.1 槽轮机构的组成及工作原理	140
7.2.2 槽轮机构的类型	141
7.2.3 槽轮机构的应用	141
7.3 不完全齿轮机构	142
7.3.1 不完全齿轮机构的组成及 工作原理	142
7.3.2 不完全齿轮机构的类型 及应用	142
7.4 螺旋机构	143
7.4.1 螺旋机构的组成及工作原理	143
7.4.2 螺旋机构的应用	144
7.5 万向联轴节	145
7.5.1 单万向联轴节	145
7.5.2 双万向联轴节	146
7.5.3 万向联轴节的应用	147
习题与思考题	147
第 8 章 平面机构的运动分析	148
8.1 用速度瞬心法对机构进行 速度分析	148
8.1.1 速度瞬心的数目	148
8.1.2 瞬心的位置	149
8.1.3 瞬心法在机构速度分析 中的应用	150
8.2 用相对运动图解法对机构 进行速度和加速度分析	152
8.2.1 同一构件上两点间的速度和 加速度分析	152
8.2.2 组成移动副的两构件瞬时重合 点间的速度和加速度分析	155
8.3 用解析法对机构进行速度 和加速度分析	159

8.3.1 矩阵法	160
8.3.2 复数矢量法	162
8.4 运动线图	163
习题与思考题	164
第 9 章 平面机构的力分析	167
9.1 机构的惯性力确定和动态 静力分析	167
9.1.1 构件惯性力的确定	168
9.1.2 机构的动态静力分析	169
9.2 机械传动中摩擦力的确定	171
9.2.1 移动副中摩擦力的确定	171
9.2.2 螺旋副中摩擦力的确定	174
9.2.3 转动副中摩擦力的确定	175
9.2.4 考虑运动副摩擦时机构的 力分析	177
9.3 机械效率与自锁	178
9.3.1 机械的效率	178
9.3.2 机械的自锁	181
习题与思考题	184
第 10 章 机械的平衡	187
10.1 机械平衡的目的和内容	187
10.1.1 机械平衡的目的	187
10.1.2 机械平衡的内容	187
10.2 刚性转子的平衡原理及方法	188
10.2.1 静平衡	188
10.2.2 动平衡	189
10.2.3 平衡试验简介	191
10.2.4 转子的许用不平衡量	193
10.3 平面连杆机构的平衡简介	194
10.3.1 完全平衡	194
10.3.2 部分平衡	196
习题与思考题	198
第 11 章 机械的运转及其速度波动 的调节	202
11.1 机械系统动力学问题	202
11.1.1 研究机械系统动力学问题 的目的和内容	202
11.1.2 机械运转的过程	202
11.1.3 驱动力和工作阻力的类型 及机械特性	203

11.2 机械系统的等效动力学模型 · 204	12.2.3 构件间运动的协调与机械 系统运动循环图 ····· 221
11.2.1 等效动力学模型的基本原理 · 204	12.3 机构的组合 ····· 224
11.2.2 等效力矩和等效力 ····· 205	12.3.1 机构的串联组合 ····· 224
11.2.3 等效转动惯量和等效质量 ··· 205	12.3.2 机构的并联组合 ····· 224
11.3 机械运动速度波动的调节 ····· 208	12.3.3 机构的复合式组合 ····· 225
11.3.1 周期性速度波动产生的原因 · 208	12.3.4 机构的反馈式组合 ····· 226
11.3.2 周期性速度波动的不均匀 系数 ····· 210	12.4 机械系统方案设计举例 ····· 226
11.3.3 周期性速度波动调节的 基本原理 ····· 211	12.4.1 C1325 自动车床刀架机械 传动系统的分析 ····· 226
11.3.4 飞轮转动惯量 J_F 近似计算 · 212	12.4.2 多头专用钻床的机械传动 系统设计 ····· 229
11.3.5 非周期性速度波动的调节 ··· 214	12.5 现代机械系统发展情况简介 · 233
习题与思考题 ····· 215	12.5.1 系统分析设计方法 ····· 233
第 12 章 机械传动系统的方案设计 ··· 218	12.5.2 创造性设计方法 ····· 233
12.1 概述 ····· 218	12.5.3 优化设计 ····· 234
12.2 机构选型及机构系统传动 方案设计 ····· 218	12.5.4 可靠性设计 ····· 234
12.2.1 机构系统传动方案设计的 基本原则 ····· 218	12.5.5 机构的动力平衡 ····· 235
12.2.2 机构类型的选择 ····· 220	习题与思考题 ····· 235
	参考文献 ····· 236

第 1 章 绪 论

学习目标：主要介绍本课程的研究对象、内容、地位及在培养高级工程技术人才中的地位、作用和任务。要求掌握机器及机构的定义、特征；了解机器的组成、机械原理学科的发展，本课程的主要内容及在机械专业中的地位和作用，学习本课程的目的。

1.1 机械原理课程研究的对象与内容

机械原理 (Theory of Machines and Mechanisms)，是一门介绍各类机械产品中常用机构设计的基本知识、基本理论和基本方法的重要技术基础课。本课程以高等学校机械类专业的学生为对象，研究机械中机构的结构和运动，以及机器的结构、受力、质量和运动。通过理论学习与不断实践，加强创新思维和工程设计能力的训练，为机械产品创新设计提供必要的基础知识与方法。通过启发创新思维，培养学生主动实践的工程设计能力。

1.1.1 机器

“机械”是机器和机构的统称。在日常生产和生活中，我们接触过很多机器。不同的机器具有不同的形式、构造和用途，但通过分析可以看出，机器都是为了完成某种功能而专门设计的系统化装置。如内燃机和电动机用来转换能量；各类机床用来改变物料的形状或状态；起重运输机械用于传递物料；计算机、DVD 等用来加工、转换和传递电子信息等。如图 1-1 所示为一单缸四冲程内燃机，一个工作循环由吸气、压缩、工作和排气四个行程组成，将燃气的热能转换为机械能。工作顺序如下：活塞 3 下行将燃气由进气管通过进气门吸入汽缸 4 后，进气门关闭；活塞 3 上行压缩燃气；火花塞点火使高压燃气在汽缸中燃烧，迅速膨胀产生的压力推动活塞 3 下行，通过连杆 1 带动曲轴 2 转动，输出机械能；活塞 3 再次上行，排气门打开，废气通过排气管排出。其中，凸轮 7 和顶杆 6 用于控制进、排气门的开闭。

如图 1-2 (a) 所示为工件自动装卸装置。由电动机通过带传动、蜗杆传动、凸轮机构和连杆机构等的传动使滑杆向左移动时，滑杆上的动爪和定爪将工件夹住。电动机反转带动滑杆向右移动到一定位置时 (如图 1-2 (b) 所示)，夹持器的动爪受挡块的压迫将工件松开，于是工件落于工件载送器上，被送往下道工序。

由以上两个实例可以看出，机器应该具有以下 3 个共同特征：

- (1) 机器是人为的实物组合体，非自然之物；
- (2) 该组合体各部分之间都具有确定的相对运动；
- (3) 该组合体能够完成有用的机械功或实现能量、物料或信息的转换或转移。

同时具备上述 3 个特征的实物组合体就称为机器。典型机器主要由 4 部分组成：

- (1) 动力部分：是机器的动力来源。常用的有内燃机、电动机等；

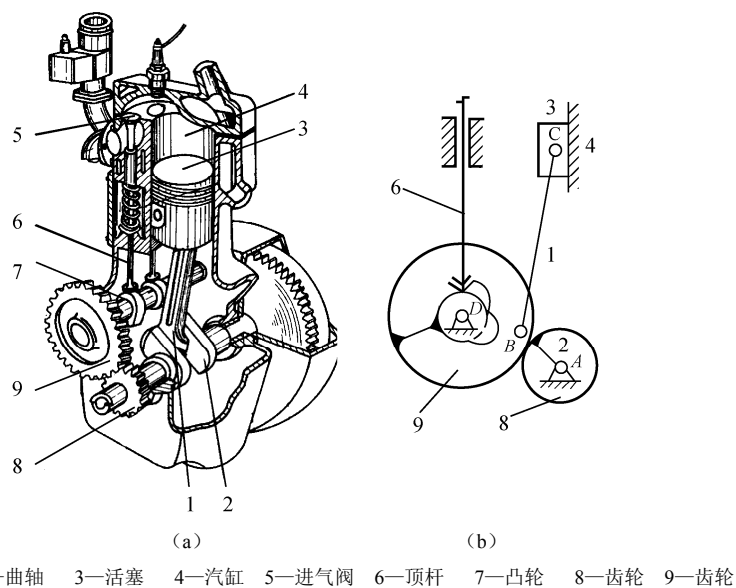


图 1-1 单缸四冲程内燃机

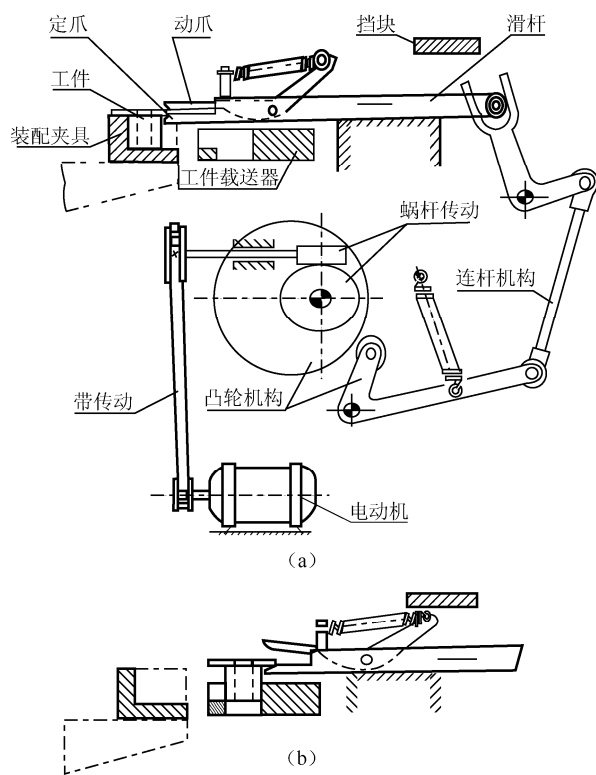


图 1-2 工件自动装卸装置

(2) 传动部分：是连接动力部分和执行部分的中间环节，传递或变换运动和动力，主要由各种传动结构组成；

(3) 执行部分：是机器的执行终端，完成预期的动作和实现一定功能；

(4) 控制部分：用于协调动力部分、传动部分和执行部分的工作形式和状态，能够有序、准确、可靠地完成预定的功能。

随着科学技术的发展，机器的种类也层出不穷，就其功能而言，大体可以将机器分为3类：

(1) 动力机器：将其他形式的能转化为机械能（内燃机、电动机等）；

(2) 工作机器：完成有用的机械功或搬运物品（切削机床、轧钢、起重、织布、包装、运输机等）；

(3) 信息机器：完成信息的传递与转换（复印、打印、传真、照相、绘图机等）。

1.1.2 机构

如图 1-2 所示的工件自动装卸装置中，包含了很多的传动机构，虽然形式多样，但都具有以下两个共同特征：

(1) 机器是人为的实物组合体；

(2) 该组合体各部分之间都具有确定的相对运动。

通过以上分析可知，机器与机构的区别在于：

① 机器可以包含一个机构，也可以包含多个机构。

② 机构只用来传递运动和力，而机器除传递运动和力外，还具有变换或传递能量、物料和信息的功能。

1.2 机械原理课程在专业中的地位和作用

机械原理是机械类专业研究机械共性问题的一门专业技术基础课程，具有更宽的研究范围和更广的适应性。是承上启下、联系基础课和专业课的桥梁和纽带，在机械专业学生的课程体系中占有非常重要的地位。

(1) 为机械类专业课程奠定基础。本课程主要研究具有机械共性的理论问题与实验分析方法，使学生掌握机构运动学和动力学的基本理论、基本知识和基本技能，学会常用机构的分析和设计方法，了解和掌握机械系统的设计过程，为专业课程的学习打下一个良好的基础。

(2) 为合理使用机械设备提供指导。作为机械专业的工程技术人员，将在工作中面对各种各样的机械设备。要能够正常使用、维护、管理各类机械设备、充分发挥设备的能力，就必须了解机械产品的原理和特性。通过本课程的学习，深入了解机构性能和基本特性，就能更好地使用、维护、管理各类机械设备。

(3) 为机械产品的改造和创新提供指导。创新是发展的动力，工业的进步离不开创新。对于已有的机械设备如何改造、完善，如何根据市场需要设计、开发出新的产品是机械专业工程技术人员所需要面对的问题。而产品的改造和创新主要是原理和设计方案的创新，那么，本课程所涉及的知识就可以提供必不可少的指导和帮助。

1.3 如何进行本课程的学习

鉴于本课程的特点和所占学科地位,为了学好本课程,就要着重注意弄清基本概念,理解基本原理,掌握基本规律和机构分析与涉及的基本方法。因此,在学习过程中就需要:

(1) 在学习知识的同时,注重能力的培养。通过各种实习,实践机会,加深理论理解,培养动手能力。

(2) 在重视逻辑思维的同时,加强形象思维能力的培养。本课程所讲述的内容都是一些原理性的知识,比较抽象,不容易理解,因此不仅要具有一定逻辑思维能力,而且还要具有一定形象思维能力。

(3) 注意先修课程的应用。本课程与一些基础课程联系紧密,如高等数学、理论力学、机械制图等,这些课程学习的好坏将直接影响本课程的学习。

(4) 理论联系实际,能够做到举一反三。现实生活中有各种设计新颖、构思巧妙的机构和机器,平时应注意观察、分析、比较和积累,主动将所学知识用于实践中。

1.4 机械原理学科的发展现状及趋势

机械学科已成为多学科融合的学科,已不可能在孤立、封闭的状态下发展,机械学科比以往任何时候更紧密地依赖诸如数学、物理、化学、微电子、计算机、系统论、信息论、控制论及管理学等学科的发展,不断丰富着现代机械学科的内涵和外延。

现代机械工业日益向高速、重载、高精度、高效率、低噪声等方向发展。对机械提出的要求也越来越苛刻。如有的需用于宇宙探测,有的要在深海作业;有的小到能沿人体血管爬行,有的又是庞然大物;有的速度数倍于声速,有的又要做亚微米级甚至纳米级的微位移等。

现代机械原理学科的发展趋势主要体现在以下几个方面:

(1) 新机构的研发。为适应生产发展的需要,当前在自控机构、机器人机构、仿生机构、柔性机构和机、电、光、声、液、气、热的综合机构等的研制上有很大进展。

(2) 重视了对空间连杆机构、多杆多自由度空间机构、特殊串联及多环并联机构、连杆机构的弹性动力学和连杆机构的动力平衡的研究。

(3) 发展了齿轮啮合原理,提出了许多性能优异的新型齿廓曲线和新型传动,加速了对高速齿轮、精密齿轮、微型齿轮的研制。

(4) 十分重视对高速凸轮机构的研究。为了获得动力性能好的凸轮机构,在凸轮机构推杆运动规律的开发、选择和组合上做了很多工作。

(5) 为了适应现代机械高速度、快节拍、优性能的需要,还发展了高速、高定位精度的分度机构,具有综合性能优良的组合机构,以及各种机构的变异和组合等。

(6) 在机械的分析与综合方面,一方面由只考虑其运动性能过渡到同时考虑其动力性能;考虑到机械在运转时,构件的振动和弹性变形,运动副中的间隙和构件的误差对机械运动及动力性能的影响;以及如何对构件和机械进一步做好动力平衡的问题等。另一方面日益广泛地应用了计算机,发展并推广了计算机辅助设计、优化设计、考虑误差的概

率设计。

总之，作为机械原理学科，其研究领域十分广阔，内涵非常丰富。在机械原理的各个领域，每年都有大量的内容新颖的文献资料涌现。但是，作为一门专业技术基础课程，根据教学要求，我们将只研究有关机械的一些最基本的原理及最常用的机构分析和综合方法。这些内容也都是进一步研究机械原理课题所必需的知识基础。

习题与思考题

- 1-1 何谓机器？机器的功用是什么？机器与机构的主要区别是什么？
- 1-2 如何才能学好机械原理课程？
- 1-3 本课程研究的内容主要包括哪几个方面的问题？
- 1-4 通过观察身边的机械，分析其功能与结构组成。

第 2 章 平面机构的结构分析

学习目标：掌握平面运动副和构件的分类及表示方法；掌握平面机构自由度计算及机构具有确定运动的条件；掌握根据实物绘制机构运动简图。了解平面机构的组成原理、结构分析及结构综合。

2.1 平面机构的结构分析的内容和目的

平面机构结构分析的内容和目的如下：

(1) 研究机构的组成及其具有确定运动的条件。机构可以传递运动和动力，因此机构需要具有确定的运动。研究机构的组成及其具有确定运动的条件，这是机构结构分析的内容之一。

(2) 根据结构特点进行机构的结构分析。对机构的运动和动力进行分析，以便了解机构中构件的速度、加速度及其受力的变化规律。

(3) 研究机构的组成原理。研究机构的组成原理，不仅有利于新机构的创造，而且可以根据组成原理，将各种机构进行结构分类，也有利于对机构进行运动和动力分析。

2.2 机构的组成

2.2.1 构件与零件

机构由许多具有确定相对运动的单元体所组成，其运动单元体称为构件。一个构件可以是一个零件，也可以是由多个零件装配而成的刚性整体。如图 1-1 (a) 所示内燃机中的曲轴既是一个构件也是一个零件。如图 2-1 (a) 所示的连杆是内燃机中的一个构件，它由连杆体 1、连杆盖 2、轴瓦 3~5、螺栓 6、螺母 7、开口销 8 等零件刚性连接构成，如图 2-1 (b) 所示。由此可见，构件和零件是两个不同的概念，构件是运动单元，而零件是制造单元。

2.2.2 运动副

机构是由构件以一定方式连接而成的，其中每个构件至少与另一个构件相连接，这种连接既使两构件直接接触，又使两构件能产生一定的相对运动。把两构件直接接触而形成的可动连接称为运动副。例如，如图 1-1 所示的内燃机中，汽缸体 4 与活塞 3 的连接、连杆 1 与曲轴 2 的连接、凸轮 7 与顶杆 6 的连接，以及齿轮 8 与齿轮 9 的啮合都构成了运动副。

构成运动副的两个构件间的接触主要有点、线、面三种形式，两个构件上参与接触而构成运动副的点、线、面部分称为运动副元素。

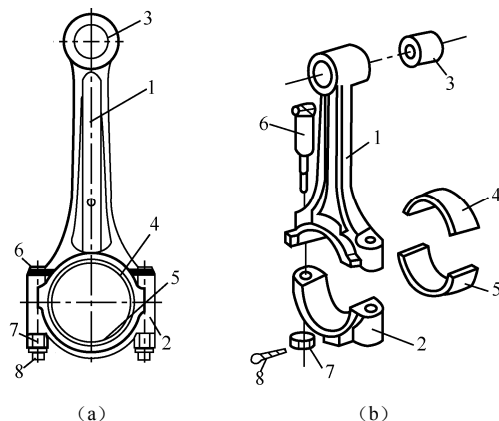


图 2-1 连杆

运动副常见的分类方法有以下几种。

(1) 按运动副的接触形式分类。两构件通过面接触形成的运动副称为低副，而通过点、线接触形成的运动副称为高副。低副根据其运动形式又分为转动副和移动副。

(2) 按运动空间分类。当构成运动副的两构件之间的相对运动若为平面运动时，则称为平面运动副。当构成运动副的两构件之间的相对运动是空间运动时，则称为空间运动副。

(3) 按运动副引入的约束数分类。引入一个约束的运动副称为 I 级副，引入两个约束的运动副称为 II 级副，依次类推，最多为 V 级副。

2.2.3 运动链

两个或两个以上的构件用运动副连接构成的构件系统称为运动链。运动链可分为闭式链和开式链两种。各构件用运动副首尾连接构成封闭环路的运动链称为闭式链，简称闭链，如图 2-2 (a) 所示；反之，各构件用运动副首尾连接构成不封闭环路的运动链称为开式链，简称开链，如图 2-2 (b) 所示。根据运动链中各构件间的相对运动为平面运动还是空间运动，也可以把运动链分为平面运动链和空间运动链两类，分别如图 2-2、图 2-3 所示。一般机械中多数采用平面闭式链，开式链多用于工业机器人等机械中。

在运动链中，若将某一构件加以固定，而让另一个（或几个）构件按给定运动规律相对于该固定构件运动，而其余各构件都能得到确定的相对运动，则此运动链称为机构。

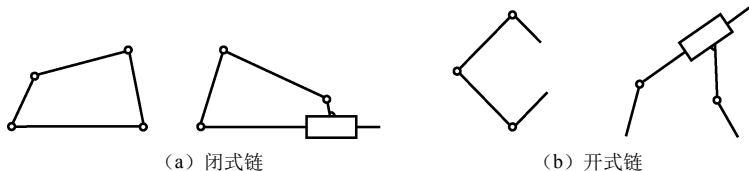


图 2-2 平面运动链

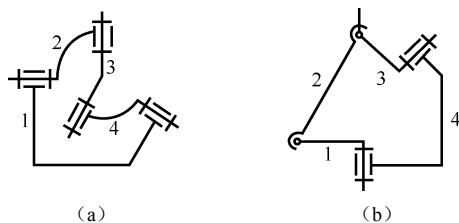


图 2-3 空间运动链

2.3 平面机构运动简图

所有构件都在同一平面或相互平行的平面内运动的机构称为平面机构，否则称为空间机构。平面机构在工程上应用较多，本课程主要讨论平面机构。

2.3.1 构件的自由度

构件是机构中的运动单元体，它是组成机构的主要要素。构件的自由度是构件具有的独立运动。任何一个自由构件在平面内运动时皆有三个自由度，即在直角坐标系内沿着坐标轴 x 轴、 y 轴的移动和绕坐标原点 O 的转动，如图 2-4 所示。

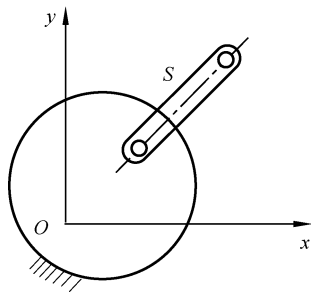


图 2-4 平面自由构件的自由度

2.3.2 运动副的分类及表示

两个构件直接接触形成的可动连接称为运动副。只允许被连接的两构件在同一平面或相互平行的平面内作相对运动的运动副称为平面运动副，平面机构中的运动副都属平面运动副。两构件通过运动副连接后，构件的某些运动必将受到约束。

两构件可以通过点、线或面接触形成运动副。两构件通过面接触形成的运动副称为低副。按照接触特性，平面运动副可分为转动副、移动副和高副。转动副和移动副统称为低副。

(1) 转动副。形成运动副的两构件之间只能绕某一轴线作相对转动时的低副称为转动副。转动副使构件失去沿 x 轴和 y 轴方向两个移动的自由度，只保留一个绕原点 O 转动的自由度。转动副又称为铰链，其中一个构件为固定件，称为固定铰链。若两构件均为活动构件，称为活动铰链。

(2) 移动副。形成运动副的两构件只能沿某一直线作相对移动的低副称为移动副。移动副使构件失去沿某一轴线方向移动和在平面内绕原点 O 转动的两个自由度，只保留了沿另一轴线方向移动的自由度。

移动副和转动副可以用表 2-1 所示的符号表示。

表 2-1 平面运动副及其表示方法

名 称		图 形	运动副简图
低 副	转动副		
	移动副		
高 副			

(3) 高副。两构件通过点接触或线接触形成的运动副称为高副，见表 2-1。在凸轮机构中凸轮 1 与从动件 2，在齿轮机构中齿轮 1 与齿轮 2 在接触点 A 处形成的运动副都是高副。高副使构件失去了沿接触点 A 公法线 $n-n$ 方向移动的自由度，保留了绕接触点 A 转动和沿接触点 A 公切线 $t-t$ 方向移动的两个自由度。用符号表示高副时，一般需把两个构件在接触点处的曲线轮廓画出（如凸轮机构），但对于齿轮机构，习惯上只画出两个齿轮的节圆。

2.3.3 构件的分类及表示

组成机构的构件按其运动性质可分为固定件、主动件和从动件。

1. 固定件

固定件也称机架，是用来支承活动构件的构件。如图 2-5 所示的压力机机座 9，它是用来支承齿轮 1、齿轮 5、滑杆 3 及冲头 8 等构件的。在分析机构的运动时，固定件作为参考坐标系。

2. 主动件

主动件是运动规律已知的活动构件。它的运动和动力由外界输入，因此，该构件常与动力源相关联，如图 2-5 所示，齿轮 1 就是主动件。主动件又称为原动件。

3. 从动件

从动件是由主动件的运动规律及机构中运动副的类型以及运动副之间的相对位置限定其运动的构件。在机构中除了机架与主动件，其他构件都是从动件。而在从动件中按预期的规律向外界输出运动或动力的构件称为输出构件，如图 2-5 所示的冲头 8。

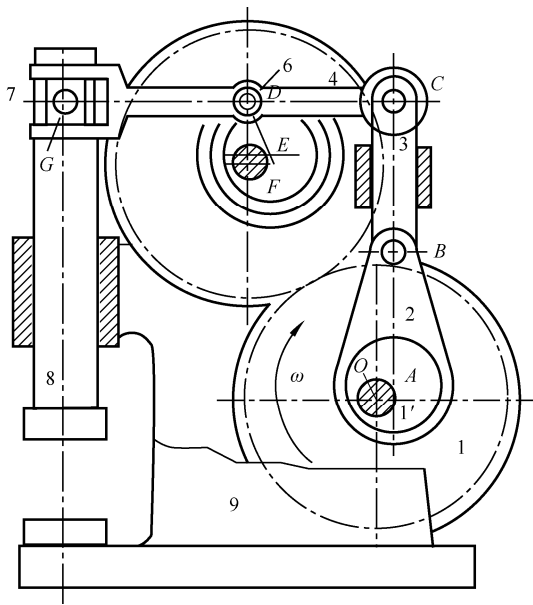


图 2-5 压力机

实际构件的外形和结构是复杂而多样的。在绘制机构运动简图时，构件的表达原则是撇开那些与运动无关的构件外形和结构，仅把与运动有关的尺寸用简单的线条表示出来。图 2-6 (a) 中的构件 3 与滑块 2 形成移动副，构件 3 的外形和结构与运动无关，因此可用图 2-6 (b) 所示的简单线条来表示。

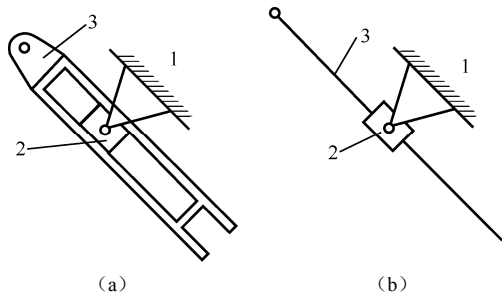


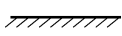



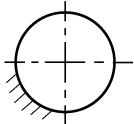
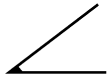

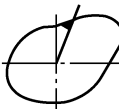
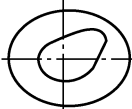
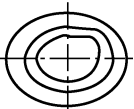


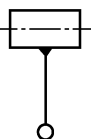
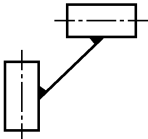
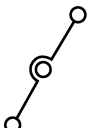
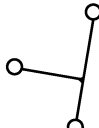
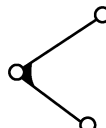
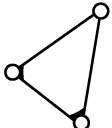
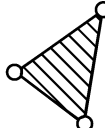
图 2-6 构件的简化示例

常用机构运动简图符号见表 2-2，一般构件的表示方法见表 2-3。

表 2-2 常用机构运动简图符号

名 称	简 图	名 称	简 图
在支架上的电动机		带传动	
链传动		外啮合圆柱齿轮传动	
内啮合圆柱齿轮传动		齿轮齿条传动	
圆锥齿轮传动		圆柱蜗杆传动	
凸轮传动		槽轮机构	
棘轮机构		摩擦传动	
可移式联轴器		单向摩擦离合器	

表 2-3 一般构件的表示方法

固定构件					
同一构件					
两副构件					
三副构件					

2.3.4 平面机构运动简图

实际机械的外形和结构大多比较复杂, 为了便于分析和研究, 工程中常用简单的线条和符号表示构件及运动副, 并以此绘制机构运动简图。

用构件和运动副的特定符号来表示机构中各构件间相对运动关系的简单图形, 称为机构示意图。按一定的长度比例尺绘制的机构示意图称为机构运动简图。机构运动简图不仅可以简明地反映原机构的运动特性, 而且可以对机构进行运动和动力分析。机构运动简图绘制的一般流程可以用图 2-7 粗略地表示。

绘制机构运动简图的具体步骤如下:

(1) 分析机构的运动, 找出固定件(机架)、主动件与从动件, 即判别构件的类型并用 1、2、3、4、... 表示构件的数目。

(2) 从主动件开始, 按照运动的传递顺序分析各构件之间相对运动的性质, 确定运动副的类型并用 A、B、C、D、... 表示运动副的序号。

(3) 合理选择视图平面。为了能清楚地表明各构件间的相对运动关系, 通常选择构件所在的平面或平行于构件运动的平面作为视图平面。

(4) 选择能充分反映机构运动特性的瞬时位置。若瞬时位置选择不当, 则会出现构件间相互重叠或交叉, 使得机构运动简图既不易绘制也不易辨认。

(5) 选择比例尺 $\mu_l = \frac{\text{实际尺寸(m)}}{\text{图上尺寸(mm)}}$, 确定各运动副之间的相对位置, 用特定符号绘制

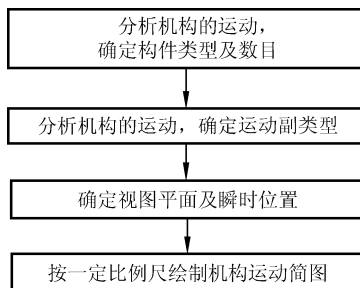


图 2-7 机构运动简图绘制的一般流程

机构运动简图。比例尺应根据实际机构和图幅大小来适当选取。计量单位可用 m/mm 或 mm/mm 。例如：用图上的 1mm 代表实际尺寸的 5mm ，则 $u_1 = 5\text{mm/mm}$ 。

【例 2.1】 绘出如图 2-5 所示压力机的机构运动简图。

分析：该机构主要由机座 9、齿轮（偏心轴 $1'$ ）1、齿轮（偏置凸轮）5、连杆 2、滑杆 3、摆杆 4、滚子 6、滑块 7、冲头 8 等组成。在齿轮 1 带动下齿轮 5 绕 E 点转动，连杆 2 驱动滑杆 3 上下移动，摆杆 4 在滑杆 3 及偏置凸轮（与齿轮 5 固连）带动下摆动，从而拨动滑块 7 并带动冲头 8 上下移动冲压零件。

机构中各构件之间的连接关系如下：构件 8 与构件 9、构件 7 与构件 4、构件 4 与构件 9 之间为相对移动，形成移动副；构件 1 与构件 9、构件 5 与构件 9、构件 2 与构件 $1'$ 、构件 3 与构件 2、构件 3 与构件 4、构件 4 与构件 6、构件 7 与构件 8 之间为相对转动，形成转动副；构件 1 与构件 5 之间形成高副，构件 5 的凸轮与构件 6 形成高副。

解：选取适当比例，从机架 9 与主动件 1 连接的运动副 O 开始，按照运动与动力传递的路径及相对位置关系依次画出各运动副和构件，即得到如图 2-8 所示的机构运动简图。

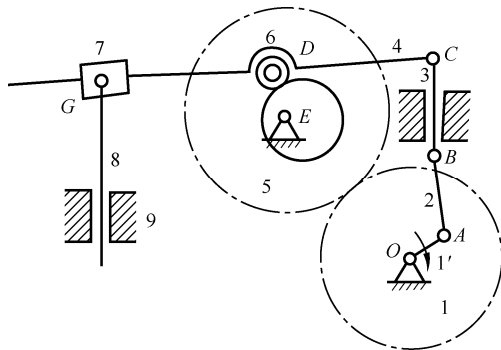


图 2-8 压力机的机构运动简图

在机构运动简图中通常在主动件上用箭头标明运动方向，如图 2-8 中的构件 OA 。

绘制机构运动简图是一个反映机构结构特征和运动本质、由具体到抽象的过程。只有结合实际机构多加练习，才能熟练地掌握机构运动简图的绘制技巧。

2.4 平面机构自由度

2.4.1 平面机构自由度计算公式

一个含有 n 个活动构件的平面机构，当引入运动副前，由于每个自由构件作平面运动时都有 3 个自由度，则 n 个活动构件应有 $3n$ 个自由度。引入运动副后，每个低副保留了 1 个自由度引入 2 个约束，每个高副保留了 2 个自由度引入 1 个约束，如果该机构中有 P_L 个低副和 P_H 个高副，这时共引入 $(2P_L + P_H)$ 个约束，于是整个机构的自由度应为

$$F = 3n - 2P_L - P_H \quad (2-1)$$

例如在图 2-9 所示的四杆机构中，

活动构件数目 $n = 3$
低副数目 $P_L = 4$

高副数目 $P_H = 0$

则机构的自由度 $F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1$

显然, 要使机构能够运动, 必须使 $F > 0$ 。否则, 构件系统将成为一刚性桁架, 如图 2-10 (a)、(b) 所示。或者成为超静定桁架, 如图 2-10 (c) 所示。

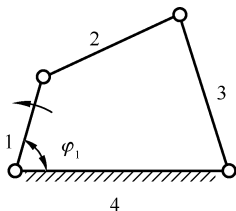


图 2-9 具有一个自由度的平面机构

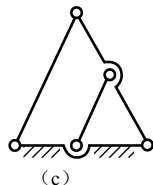
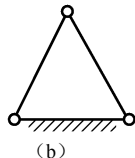
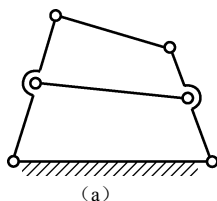


图 2-10 平面桁架

在图 2-10 (a) 中:

活动构件数目 $n = 4$

低副数目 $P_L = 6$

高副数目 $P_H = 0$

则图 2-10 (a) 的自由度 $F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 4 - 2 \times 6 - 0 = 0$

在图 2-10 (b) 中:

活动构件数目 $n = 2$

低副数目 $P_L = 3$

高副数目 $P_H = 0$

则图 2-10 (b) 的自由度 $F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 2 - 2 \times 3 - 0 = 0$

图 2-10 (a) 和图 2-10 (b) 中构件间没有相对运动, 属于刚性桁架。

图 2-10 (c) 中:

活动构件数目 $n = 3$

低副数目 $P_L = 5$

高副数目 $P_H = 0$

则图 2-10 (c) 的自由度 $F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 3 - 2 \times 5 - 0 = -1$ (多一个约束) 属于超静定桁架。

2.4.2 平面机构具有确定运动的条件

为了使机构具有确定的运动, 还必须使给定的独立运动规律的数目等于机构的自由度。而给定的独立运动规律是通过主动件提供的, 通常每个主动件只具有一个自由度。所以机构具有确定运动的条件是:

- ① $F > 0$;
- ② 主动件数等于机构的自由度数。

如图 2-9 所示的四杆机构中, 构件 1 为主动件, 其独立转动的参变数为位置角 φ_1 。当给定一个 φ_1 值时, 从动件 2 和从动件 3 便有一个确定的位置。机构的自由度数 $F = 1$ 。所以, 该机构运动确定。

若给定两个主动件, 则会导致构件系统的破坏, 或者所给定的运动实际上并不能

实现。

如图 2-11 所示的铰链五杆机构中：

活动构件数目 $n = 4$

低副数目 $P_L = 5$

高副数目 $P_H = 0$

则该图的自由度 $F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 4 - 2 \times 5 - 0 = 2$

为了使该机构有确定的运动，需要两个主动件。

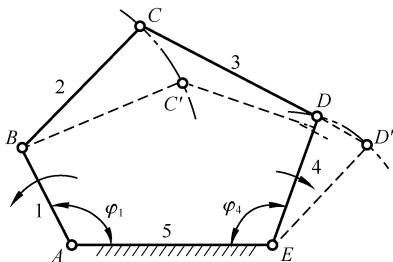


图 2-11 具有两个自由度的平面机构

若只给定一个主动件（如构件 1），则当 φ_1 给定后，由于 φ_4 没有给定，从动件 2、从动件 3 和从动件 4 既可处于实线所示的位置，又可处于虚线所示的位置，即从动件的位置不能确定。因此，构件系统不能成为机构。

根据机构具有确定运动的条件可以分析和认识已有机构，也可以计算和检验新构思的机构能否达到预期的运动要求。

2.4.3 计算平面机构自由度时应注意的事项

1. 复合铰链

两个以上的构件在同一轴线上用转动副连接起来便形成了复合铰链。如图 2-12 所示为三个构件组成的复合铰链，从图 2-12 (b) 可见，它们共组成两个转动副。当 k 个构件组成复合铰链时，其转动副数为 $(k-1)$ 。

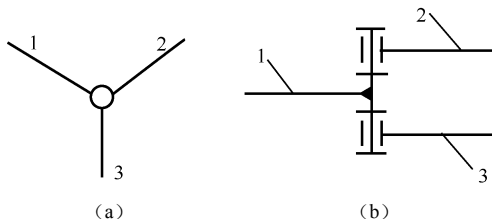


图 2-12 复合铰链

【例 2.2】 计算如图 2-13 所示平面机构的自由度，并判断该机构是否具有确定的运动。

解： 机构中有 7 个活动构件， B 、 C 、 D 、 E 处都是由 3 个构件组成的复合铰链，所以机构中有 10 个转动副；没有高副。

即：活动构件数目 $n = 7$

低副数目 $P_L = 10$

高副数目

$$P_H = 0$$

则该机构的自由度

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 7 - 2 \times 10 - 0 = 1$$

构件 2 是主动件, 因为主动件数目等于机构的自由度数, 所以该机构具有确定的运动。

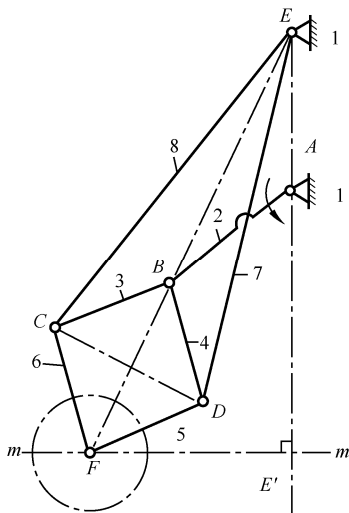


图 2-13 具有复合铰链的平面机构

2. 局部自由度

与输出构件运动无关的自由度称为局部自由度。计算机构自由度时应将局部自由度除去不计。

【例 2.3】 计算如图 2-14 (a) 所示机构的自由度, 并判断该机构是否具有确定的运动。

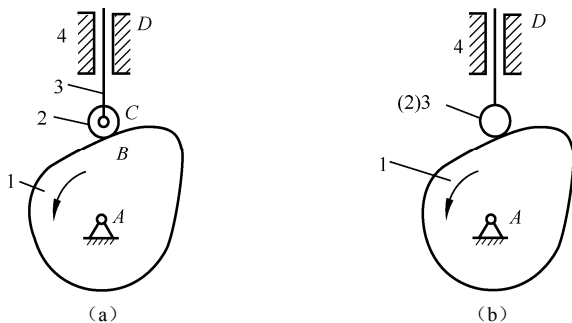


图 2-14 具有局部自由度的平面机构

解: 该机构活动构件数目

$$n = 3$$

低副数目

$$P_L = 3$$

高副数目

$$P_H = 1$$

则该机构的自由度

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 3 - 2 \times 3 - 1 = 2$$

而构件 1 为主动件, 主动件数目为 1, 表明机构不能运动, 这显然与事实不符。

实际上机构在运动的过程中滚子 2 绕其轴线 C 的转动不影响凸轮 1 与从动件 3 的运动关系, 所以是局部自由度。可以设想将滚子 2 与从动件 3 固连成一体, C 处的转动副则随之消失, 如图 2-14 (b) 所示。这样在该机构中,

活动构件数目 $n = 2$
 低副数目 $P_L = 2$
 高副数目 $P_H = 1$
 则该机构的自由度 $F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 2 - 2 \times 2 - 1 = 1$

主动件数目等于机构的自由度数，所以该机构具有确定的运动。

例如，在如图 2-5 所示的压力机中， D 处有局部自由度，应除去。那么，

活动构件数目 $n = 7$
 低副数目 $P_L = 9$
 高副数目 $P_H = 2$
 则该机构的自由度 $F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 7 - 2 \times 9 - 2 = 1$

因为主动件数目等于机构的自由度数，所以该机构具有确定的运动。

局部自由度虽然不影响整个机构的运动，但可使高副接触处的滑动摩擦转变为滚动摩擦，减小摩擦和磨损。所以在机械中常有局部自由度存在。

3. 虚约束

有些运动副引起的约束对机构运动的限制是重复的，这些重复的约束称为虚约束，在计算机构自由度时也应除去不计。

如图 2-15 (a) 所示铰链五杆机构中，

活动构件数目 $n = 4$
 低副数目 $P_L = 6$
 高副数目 $P_H = 0$
 则该机构的自由度 $F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 4 - 2 \times 6 - 0 = 0$

说明机构不能运动。这显然与实际情况是不相符的。

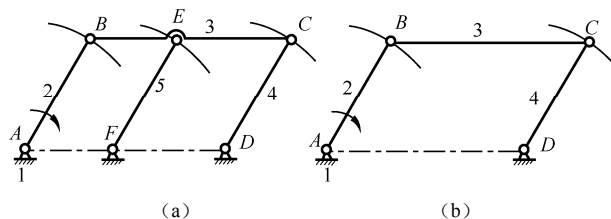


图 2-15 具有虚约束的平面机构

如图 2-15 (a) 所示铰链五杆机构中，由于构件的长度 $L_{AB} = L_{CD} = L_{EF}$ ， $L_{BC} = L_{AD}$ ， $L_{BE} = L_{AF}$ ，并且对边平行，因而，当主动件 2 运动时，连杆 3 做平移运动。杆 3 上 E 点的轨迹是以 F 点为圆心， L_{EF} 为半径的圆， C 点的轨迹是以 D 点为圆心， L_{CD} 为半径的圆。由于连杆 3 上 E 点轨迹与杆 5 上 E 点轨迹相重合，所以机构中增加构件 5 及转动副 E 、 F 后，虽然机构增加了一个约束（引入构件 5，增加 3 个自由度，引入 2 个转动副，带入 4 个约束，共增加 1 个约束），但此约束并不能起限制机构运动的作用，因而是一个虚约束。

计算此机构自由度时，应将虚约束除去不计（即将构件 5 及转动副 E 、 F 不计），如图 2-15 (b) 所示，此机构称为平行四边形机构。

机构活动构件数目 $n = 3$

低副数目 $P_L = 4$

高副数目 $P_H = 0$

则机构的自由度 $F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 3 - 2 \times 4 - 0 = 1$

主动件数目等于机构的自由度数，所以该机构具有确定的运动。

平面机构的虚约束常出现于下列情况：

(1) 若两构件同时在多处接触构成多个转动副，且其轴线又是重合的，则只有一个转动副起约束作用，其余转动副所带入的约束均为虚约束，如图 2-16 (a) 所示。

(2) 若两构件在多处接触构成移动副，且各导路又是互相平行或重合的，则只要一个移动副起约束作用，其他移动副均为虚约束，如图 2-16 (b) 所示。

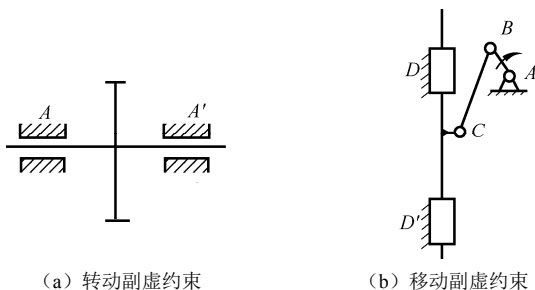


图 2-16 虚约束示例

(3) 如果两构件在多处接触构成平面高副，且各接触点处公法线彼此重合的只能算一个平面高副，如图 2-17 所示。

当两构件在多处接触而构成平面高副，各接触点处的公法线并不彼此重合的相当于一个低副，如图 2-18 (a)、(b) 所示。若各接触点处的公法线相交相当于一个转动副，如图 2-18 (a) 所示。若各接触点处的公法线平行相当于一个移动副，如图 2-18 (b) 所示。

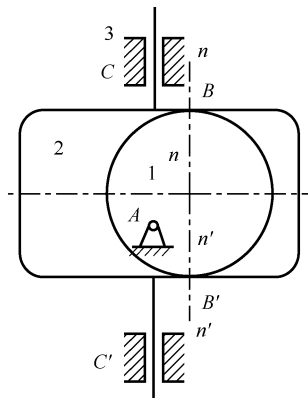
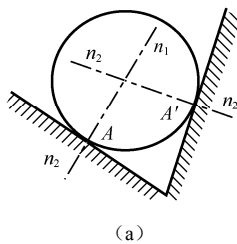
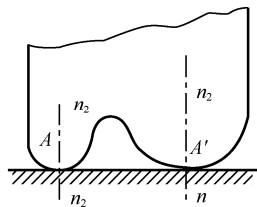


图 2-17



(a)



(b)

图 2-18

(4) 在机构的运动过程中，若两构件两点间的距离始终保持不变（图 2-15 中 E 和 F 两点），则在此两点间以构件相连所产生的约束，必定是虚约束。

(5) 在机构中，某些不影响机构运动的对称部分所带入的约束均为虚约束。

如图 2-19 所示的齿轮传动，齿轮 1 经过齿轮 2、齿轮 2' 和齿轮 2''，驱动内齿轮 3。从

运动传递角度来看,对于齿轮2、齿轮2'和齿轮2''只要有其中一个齿轮就可以了,而其余两个齿轮主要是从机构受力和结构工艺性上考虑的。计算机构自由度时,只考虑对称或重复部分中的一处。

虚约束都是在一定几何条件下形成的。虚约束虽对运动不起独立的约束作用,但可增加构件刚性(如图2-16(b)所示)和改善机构受力状况(如图2-19所示)。若形成虚约束的几何条件不满足,则虚约束就成为实际约束,这不仅影响机构的正常运转,甚至会使机构不能运动。例如图2-16(a)所示的两个转动副,当其轴线重合时,其中一个转动副为虚约束;而当轴线不重合时,就成为实际约束,构件会被卡紧,甚至不能作相对运动。因此为了便于加工装配,应尽量减少机构中的虚约束。

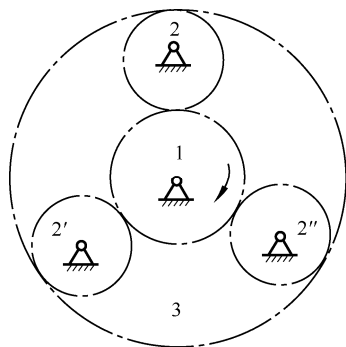


图 2-19 对称结构的虚约束

【例 2.4】 试计算如图 2-20 所示振动筛机构的自由度,并判断其运动是否确定?

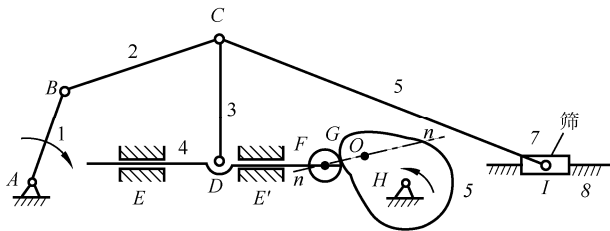


图 2-20 振动筛机构

解: 首先分析机构的结构,可知振动筛为一平面八杆机构,且C处为复合铰链,F处为局部自由度,E或E'处为虚约束,将滚子与构件4视为一体,再除去E处的虚约束,这时 $n=7$, $P_L=9$, $P_H=1$,由式(2-1)可得机构的自由度为

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 3 \times 7 - 2 \times 9 - 1 = 2 \quad (2-1)$$

因为机构有两个自由度,需要有两个主动件机构运动才能确定,机构中已给出了两个原动件,所以该机构有确定的运动。

2.5 平面机构的组成原理与结构分析

2.5.1 平面机构的组成原理

任何机构都包含机架、原动件和从动件系统三部分。由于机构具有确定运动的条件是原动件的数目等于机构的自由度数,若将机构的机架以及和机架相连的原动件与从动件组成的系统分开,则余下的从动件系统的自由度应为零。很多情况下,这种自由度为零的从动件系统还可进一步分解为若干更简单的、自由度为零的构件组。将不能再继续拆分的最简单的自由度为零的构件组称为基本杆组。因此,任何机构都可以看作由若干自由度为零的基本杆组依次连接于原动件和机架上所组成的系统,这就是机构的组成原理。

2.5.2 平面机构的结构分类

根据式 (2-1), 组成平面机构基本杆组应满足条件

$$F = 3n - 2P_L - P_H = 0 \quad (2-2)$$

若基本杆组的运动副全部为低副, 则式 (2-2) 可变为

$$F = 3n - 2P_L = 0 \text{ 或 } n = \frac{2}{3}P_L \quad (2-3)$$

因为活动构件数 n 和低副数 P_L 都必须是整数, 所以, 根据式 (2-3), n 应是 2 的倍数, P_L 应是 3 的倍数, 它们的组合有 $n=2, P_L=3; n=4, P_L=6; \dots$ 。由此可见, 最简单的平面基本杆组是由两个构件三个低副组成的杆组, 称为 II 级杆组。它是应用最广的基本杆组。由于平面低副中有转动副 (常用 R 表示) 和移动副 (常用 P 表示) 两种类型, 对于由两个构件三个低副组成的 II 级杆组, 根据其 R 副和 P 副的数目和排列的不同, 它只有图 2-21 中所给出的五种形式。

除 II 级杆组外, 还有 III、IV 级等较高级的基本杆组。图 2-22 中给出了 III 级杆组的三种常用形式, 它们都是由四个构件六个低副组成的。在实际机构中, 更高级别的杆组在机构中很少见, 此处不再赘述。

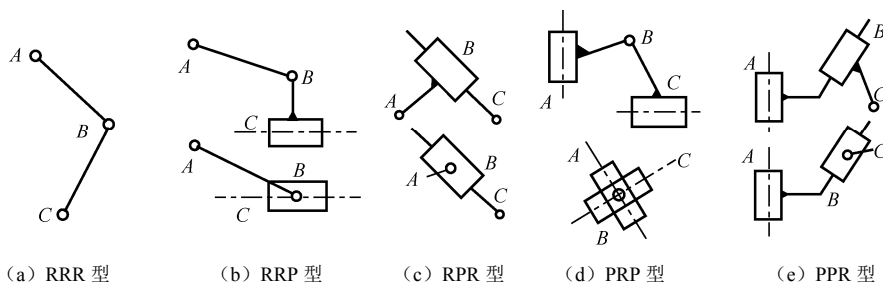


图 2-21 II 级杆组

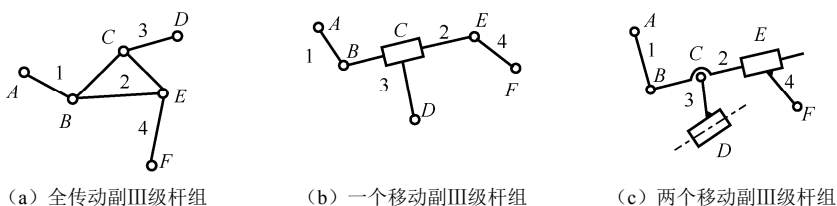


图 2-22 III 级杆组

在同一机构中可包含不同级别的基本杆组, 把机构中所包含的基本杆组的最高级数作为机构的级数。若由最高级别为 II 级基本杆组组成的机构则称为 II 级机构; 若机构中既有 II 级杆组, 又有 III 级杆组, 则称其为 III 级机构; 而把由原动件和机架组成的机构 (如杠杆机构、斜面机构、电动机等) 称为 I 级机构。这就是机构的结构分类方法。

2.5.3 平面机构的高副低代

由前所述, 平面机构结构分类中包含的杆组都是由低副所组成的, 若平面机构中含有高副, 可根据一定条件将平面机构中的高副虚拟地用低副代替, 这种方法称为高副低代。

进行高副低代必须满足的条件是:

- (1) 代替前后机构的自由度完全相同;
- (2) 代替前后机构的运动特性 (位移、速度、加速度) 相同。

如图 2-23 (a) 所示高副机构中构件 1 和构件 2 是分别为绕 A 点和 B 点转动的两个圆盘, 两圆盘的圆心分别为 O_1 、 O_2 , 半径为 r_1 、 r_2 , 它们在 C 点构成高副, 当机构运动时, 距离 AO_1 、 O_1O_2 ($=r_1+r_2$)、 O_2B 均保持不变。若设想在 O_1 、 O_2 间加入一个虚拟的构件 4, 它在 O_1 、 O_2 处分别与构件 1 和构件 2 构成转动副, 形成虚拟的四杆机构, 如图 2-23 (a) 中的直线 mn 所示, 因此此机构替代原机构时, 代替前后机构中构件 1 和构件 2 之间的相对运动完全一样, 替代前后两机构的自由度完全相同, 所以该机构可用全由低副组成的铰链四杆机构来代替, 如图 2-23 (b) 所示。只要用一个虚拟的构件分别与两高副构件在过接触点处的曲率中心用转动副连接即可。上述代替方法可以推广应用到各种高副。

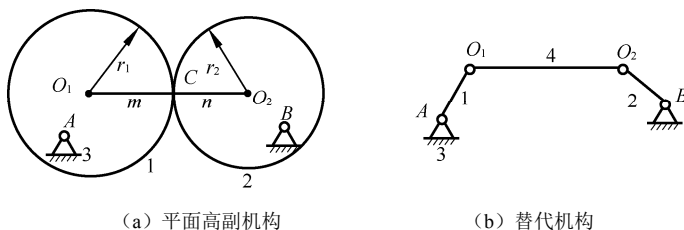


图 2-23 平面高副机构及其替代机构

如图 2-24 (a) 所示为两接触轮廓为任意曲线的高副机构, $m-n$ 为过接触点的两轮廓公法线, O_1 、 O_2 为接触点 C 处两轮廓的曲率中心。用一个虚拟的构件 4 在曲率中心 O_1 、 O_2 处用转动副连接, 如图 2-24 (b) 所示。

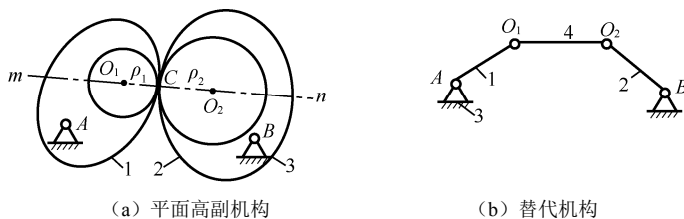


图 2-24 平面高副机构及其替代机构

如图 2-25 所示的平底从动件凸轮机构两接触轮廓之一为一条直线, 平底从动件 2 的曲率中心在无穷远处。在进行高副低代时, 虚拟的构件一端为移动副, 另一端为转动副, 转动副的位置为凸轮瞬时的曲率中心, 如图 2-25 中的虚线所示。

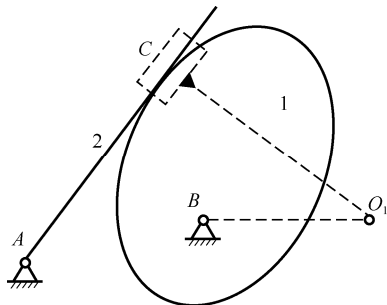


图 2-25 平底从动件凸轮机构及其替代机构

如图 2-26 (a) 所示的尖顶从动件凸轮机构, 两接触轮廓之一为一个尖点, 尖顶从动件 2 的曲率中心在尖点处。在进行高副低代时, 虚拟的构件一端为转动副, 转动副的位置为尖顶从动件 2 的尖点处, 另一端也为转动副, 转动副的位置为凸轮瞬时的曲率中心, 如图 2-26 (b) 所示。

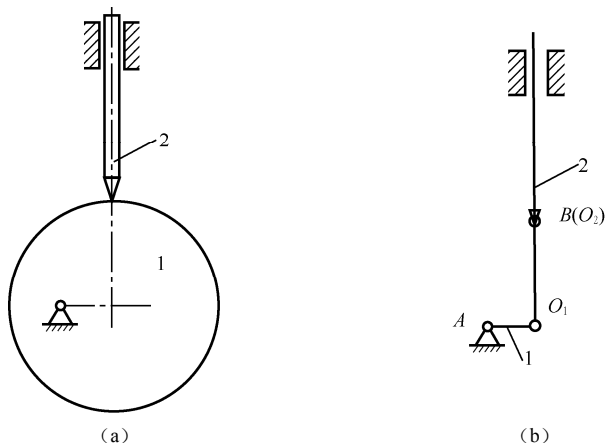


图 2-26 尖顶从动件凸轮机构及其替代机构

需要指出的是, 当机构运动时, 随着接触点的改变, 两轮廓曲线在接触点处的曲率中心也随着改变, 因此, 对于一般高副机构只能进行瞬时替代, 机构在不同位置时将有不同的瞬时替代机构, 但是替代机构的基本形式是不变的。

按照上述方法, 将含有高副的平面机构转换为全部为低副的平面机构之后, 就可以按照全低副平面机构的结构分类进行分析。

2.5.4 平面机构的结构分析

机构结构分析是将已知机构分解为原动件、机架和若干基本杆组, 进而了解机构的组成, 并确定机构的级别。

机构结构分析的步骤:

(1) 绘制机构运动简图或替代机构运动简图。首先除去虚约束和局部自由度, 若有高副, 则进行低代; 然后绘制全部包含低副的机构运动简图或替代机构运动简图。

(2) 计算机构的自由度并确定主动件。

(3) 拆分杆组。将主动件和机架拆下, 剩下由从动件组成的构件系统。

由从动件组成的构件系统, 再从远离主动件的构件开始拆分, 按基本杆组的特征, 首先试拆 II 级组, 若不可能时再试拆 III 级组。

(4) 确定机构的级数。把机构中所包含的基本杆组的最高级数作为机构的级数。

需要指出的是, 同一机构因所选主动件不同, 在机构中基本杆组的级数和机构级数也都有所不同。但当机构的主动件确定后, 基本杆组的拆法和机构的级别即为一定。

【例 2.5】 试分析如图 2-27 所示的双滑块机构的结构, 并确定该机构的级数。

解: (1) 计算机构的自由度并确定主动件。机构的自由度为 1, 构件 2 为主动件。

(2) 拆杆组。将主动件 2 与机架 1 拆除, 剩下由从动件 3、4、5、6 组成的构件系统。

由从动件组成的构件系统, 从远离主动件 2 的构件开始拆分, 由构件 4 和 5 拆下 II 级

杆组 4—5；剩余构件 3 和 6 拆下 II 级杆组 3—6。

(3) 确定机构的级数。因基本杆组的最高级数为 2，所以该机构属于 II 级机构。其各杆组及主动件和机架的分解图，如图 2-27 (b) 所示。

若构件 5 为主动件，将主动件 5 与机架 1 拆除后，则只可拆出一个由构件 2、3、4 和 6 组成的 III 级杆组 2—3—4—6，此时机构为 III 级机构，如图 2-27 (c) 所示。

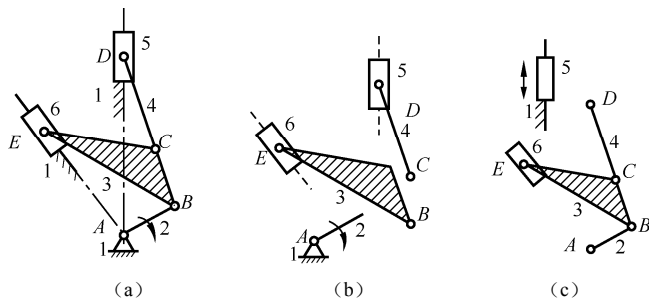


图 2-27 双滑块机构

【例 2.6】 试分析如图 2-20 所示振动筛的结构，并确定该机构的级数。

解：(1) 绘制替代机构运动简图。

由图 2-20 可知，除去虚约束和局部自由度，高副低代后绘制的替代机构运动简图，如图 2-28 (a) 所示。

(2) 计算机构的自由度并确定主动件。机构的自由度为 2，构件 1 和构件 5 为主动件，其上标注箭头。

(3) 拆杆组。拆下机架 8 和构件 1 以及机架 8 和构件 5，剩下由从动件 2、3、4、6、7、9 组成的构件系统。

从动件组成的构件系统，从远离主动件 1、5 的构件开始拆分，由构件 6、7 拆下 II 级杆组 6—7；再从剩余机构中拆下 II 级杆组 2—3、II 级杆组 4—9。

(4) 确定机构的级数。因为基本杆组的最高级数为 2，所以该机构属于 II 级机构。其各杆组及主动件和机架的分解图，如图 2-28 (b) 所示。

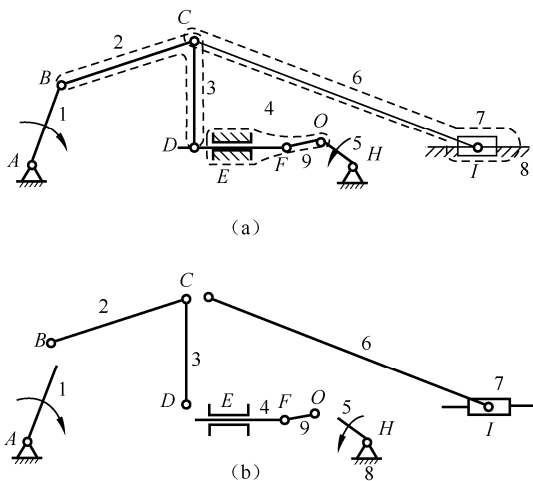


图 2-28 振动筛机构

习题与思考题

一、思考题

- 2-1 何谓运动副？何谓运动副元素？运动副如何分类？
 2-2 计算机构自由度应注意什么事项？
 2-3 机构具有确定运动的条件是什么？
 2-4 何谓运动链？运动链和机构有何联系和区别？
 2-5 何谓机构的组成原理？这一原理所根据的理论是什么？
 2-6 机构结构分析中，基本杆组的级别与机构的级别有何区别？

二、习题

- 2-7 绘制如图 2-29 所示的机构运动简图并计算其自由度。

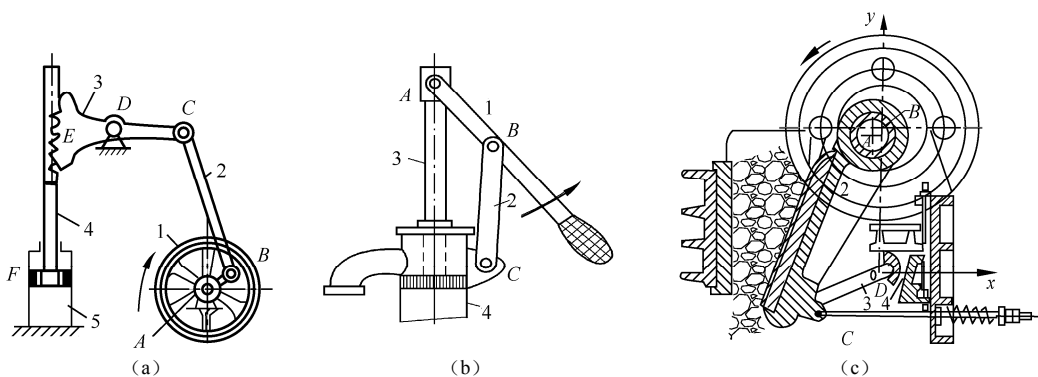


图 2-29 题 2-7

- 2-8 计算如图 2-30 所示机构的自由度（若含有复合铰链、局部自由度或虚约束，应明确指出）。

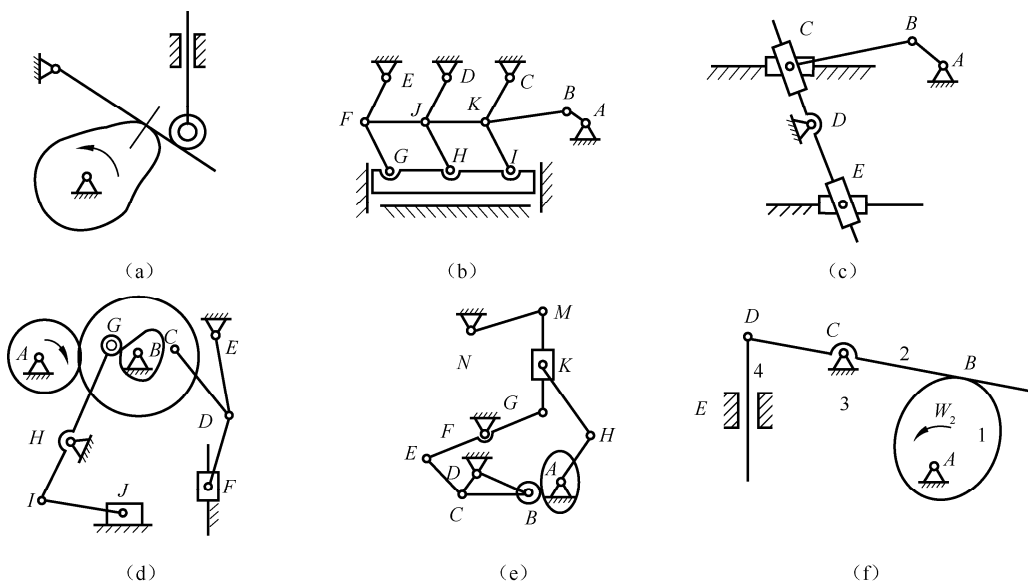


图 2-30 题 2-8

2-9 如图 2-31 所示为一机构的初拟设计方案。试分析:

- (1) 计算其自由度, 分析该设计方案是否合理。
- (2) 若不合理, 则如何改进? 提出修改措施并用简图

表示。

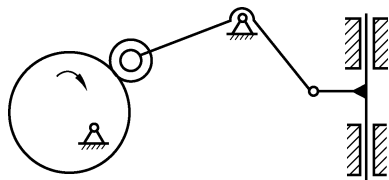


图 2-31 题 2-9

2-10 计算如图 2-32 所示机构的自由度, 分别以 2、6 为主动件拆分基本杆组并确定机构的级别。

2-11 计算如图 2-33 所示机构的自由度, 在高副低代后分析机构的基本杆组并确定机构的级别。

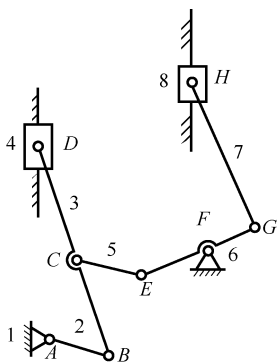


图 2-32 题 2-10

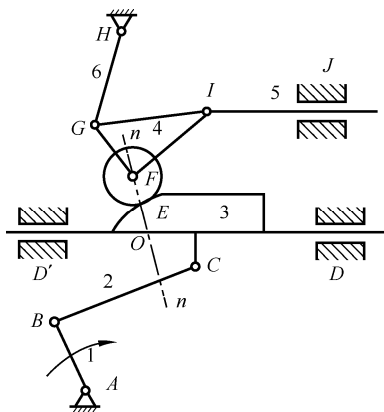


图 2-33 题 2-11

考研真题

2-12 (湖南大学, 2005 年) 两构件通过 () 接触组成的运动副为高副。

- A. 面 B. 面或线 C. 点或线

2-13 (华东理工大学, 2005 年)

(1) 平面运动副的最大约束数为 (), 最小约束数为 (), 引入一个约束的运动副为 (), 引入两个约束的运动副为 ()。

(2) 运动链与机构的区别是 ()。

2-14 (武汉理工大学, 2005 年) 在平面中, 不受约束的构件自由度等于 (), 两构件组成移动副后的相对自由度等于 ()。

2-15 (浙江大学, 2006 年) 某平面机构共有 5 个低副, 1 个高副, 机构的自由度为 1, 该机构具有 () 活动构件。

- A. 0 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

2-16 (武汉大学, 2007)

(1) 机构要能够运动, (), 机构具有确定运动的条件是 ()。

(2) 由 M 个构件组成的复合铰链应包括 () 运动副。

第 3 章 平面连杆机构及其设计

学习目标：掌握铰链四杆机构的基本类型、演化方法及铰链四杆机构的应用；掌握铰链四杆机构具有曲柄的条件和平面四杆机构的基本特性，以及运用图解法设计平面四杆机构，了解应用解析法和实验法设计平面四杆机构。

3.1 平面连杆机构及其传动特点

若干个刚性构件通过低副相连构成的在同一个平面内运动的机构称为平面连杆机构。平面连杆机构的应用非常广泛，如内燃机中的曲柄滑块机构、搅拌机中的曲柄摇杆机构、各种车辆前轮的转向机构、折叠桌椅的收放机构、缝纫机中的脚踏驱动机构等。

平面连杆机构具有以下一些优点：

(1) 构成平面连杆机构的转动副、移动副均为低副，接触面积大，压力小，能承受的载荷比较大；且运动副元素形状简单，容易加工制造。

(2) 能够实现多种运动形式之间的转换。在原动件运动规律不变的情况下，通过改变其余构件的形状和尺寸，可以使从动件得到不同的运动规律。

(3) 在平面连杆机构中，连杆上各点的轨迹是一些形状不同的曲线，称为连杆曲线。连杆曲线丰富多样，可满足不同轨迹的设计要求。

平面连杆机构也存在以下一些缺点：

(1) 平面连杆机构的运动需要通过中间构件进行传递，传动路线比较长，运动副间隙引起的累积误差比较大，难以实现精确的运动。

(2) 力的传递需要经过多个摩擦副，传动效率比较低。

(3) 机构中作平面复合运动的连杆和作往复移动的滑块所产生的惯性力难以平衡，容易产生振动和冲击，不适合高速运动的场合。

(4) 设计问题比较复杂。

平面连杆机构常根据所含构件的数目来命名，如四杆机构、五杆机构、六杆机构等。其中平面四杆机构应用十分广泛，并且是构成多杆机构的基础，在平面四杆机构中，又以铰链四杆机构为基本形式，其他形式均可由铰链四杆机构演化而得到。因此本章以铰链四杆机构为重点研究对象来介绍平面四杆机构的类型应用、基本知识和设计方法。

3.2 铰链四杆机构的基本类型及其演化

3.2.1 铰链四杆机构的基本类型及其应用

如图 3-1 所示为铰链四杆机构是平面四杆机构的基本形式，由四个构件和四个转动副构成。图中，构件 4 为机架，与机架直接相连的构件 1 和构件 3 称为连架杆，不与机架直接

相连的构件 2 称为连杆。能够作整周转动的连架杆称为曲柄；不能够作整周转动，只能在一定角度范围内往复摆动的连架杆称为摇杆。

在铰链四杆机构中，各运动副均为转动副。能够使两个构件作相对整周转动的转动副称为周转副；不能使两个构件作相对整周转动，而只能在一定范围内摆动的转动副称为摆转副。

根据曲柄存在的情况不同，可将铰链四杆机构分为三种基本类型：曲柄摇杆机构、双曲柄机构和双摇杆机构。

1. 曲柄摇杆机构

铰链四杆机构中，一个连架杆为曲柄，另一个连架杆为摇杆，称为曲柄摇杆机构，如图 3-2 所示。曲柄摇杆机构能够实现整周转动与往复摆动之间的转换。若以曲柄为原动件，可将曲柄的整周转动转变为摇杆的往复摆动；若以摇杆为原动件，则可将摇杆的往复摆动转变为曲柄的整周转动。如图 3-3 所示为雷达天线仰俯搜索机构，即为以曲柄为原动件的曲柄摇杆机构的应用。如图 3-4 所示为缝纫机脚踏板驱动机构，即为以摇杆为原动件的曲柄摇杆机构的应用。

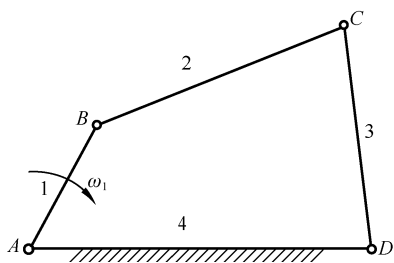


图 3-1 铰链四杆机构

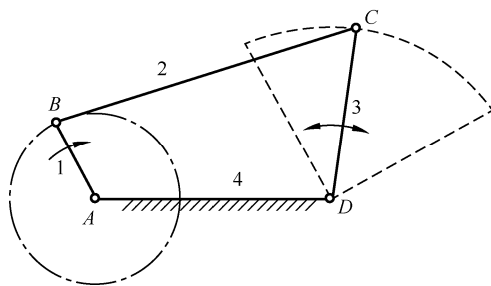


图 3-2 曲柄摇杆机构

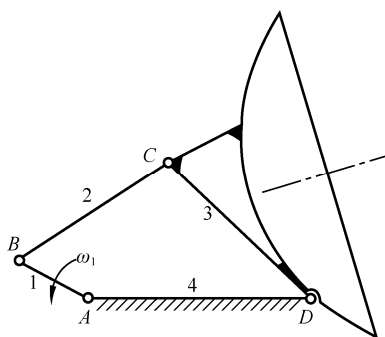


图 3-3 雷达天线仰俯搜索机构图

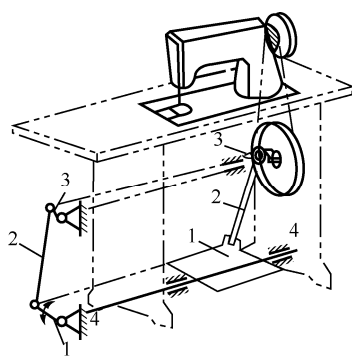


图 3-4 缝纫机脚踏板驱动机构

2. 双曲柄机构

两个连架杆均为曲柄的铰链四杆机构称为双曲柄机构，如图 3-5 所示。

如图 3-6 所示的惯性筛机构中，当曲柄 1 为原动件作匀速整周转动时，从动曲柄 3 作变速整周转动，通过连杆 5 带动惯性筛 6 作变速往复移动，从而产生惯性力，完成分筛工作。

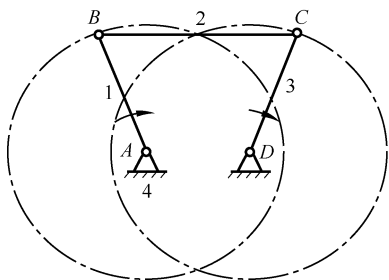


图 3-5 双曲柄机构

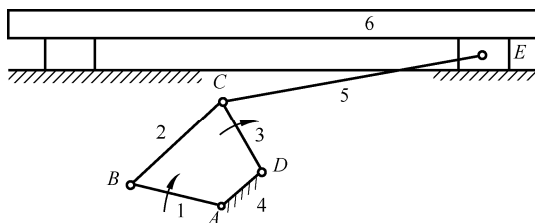


图 3-6 惯性筛机构

在双曲柄机构中，如果相对两杆长度相等且平行，构成一个平行四边形，称为平行四边形机构，如图 3-7 所示，它是双曲柄机构的一个特例。该机构的特点：两个曲柄作同向同速转动，连杆作平动。如图 3-8 所示的移动摄影平台升降机构和如图 3-9 所示的机车车轮联动机构都是平行四边形机构的应用实例。

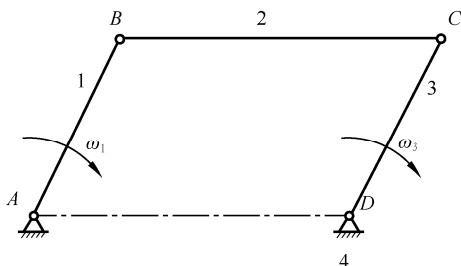


图 3-7 平行四边形机构

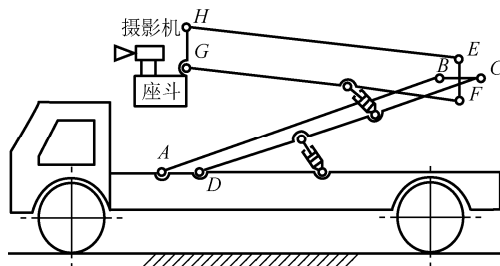


图 3-8 移动摄影平台升降机构

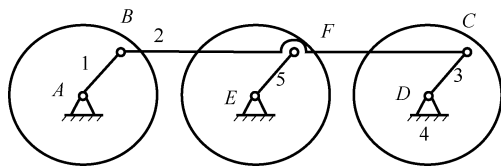


图 3-9 机车车轮联动机构

在双曲柄机构中，若相对两杆长度相等但不平行，则构成逆平行四边形机构，如图 3-10 所示，它是双曲柄机构的另一个特例。该机构的特点：原动曲柄匀速转动时，从动曲柄作反向变速转动。如图 3-11 所示的汽车车门启闭机构就是利用了逆平行四边形机构两曲柄转向相反的特点，使两扇车门同时打开或关闭。

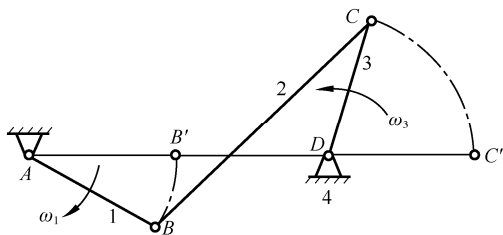


图 3-10 逆平行四边形机构

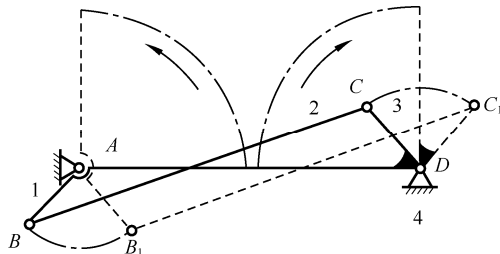


图 3-11 汽车车门启闭机构

3. 双摇杆机构

两个连架杆均为摇杆的铰链四杆机构称为双摇杆机构。

如图 3-12 所示的鹤式起重机的主体机构就是一个双摇杆机构，连杆上 E 点的运动轨迹近似为水平直线。当吊起重物时，可以避免重物在移动过程中由于不必要的升降引起的能量消耗。

两摇杆长度相等并且为最短杆的双摇杆机构称为等腰梯形机构。如图 3-13 所示的汽车转向机构中采用的就是等腰梯形机构。

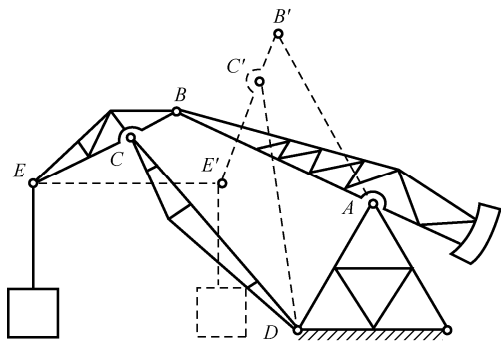


图 3-12 鹤式起重机

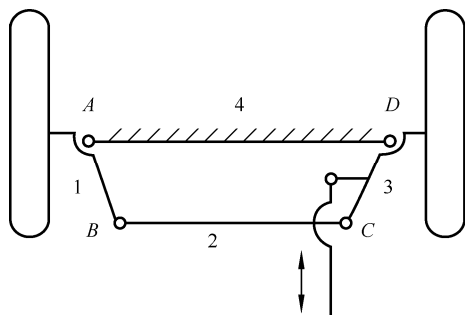


图 3-13 汽车转向机构

3.2.2 铰链四杆机构存在曲柄的条件

在工程实际中，原动机通常是作整周转动的，驱动机构运动时要求原动件能够作整周转动，也就是希望原动件是曲柄。因此，有必要对铰链四杆机构具有曲柄的条件进行研究。

铰链四杆机构要想具有曲柄，必须存在周转副，故先来分析转动副为周转副的条件。

如图 3-14 所示的铰链四杆机构中，各杆的长度分别为 a 、 b 、 c 、 d 。假如转动副 A 为周转副， AB 杆相对于机架 AD 可以作整周转动，那么， AB 杆必须能顺利通过两个特殊位置 AB' 和 AB'' ，即曲柄和机架两次共线的位置。在这两个位置，可以得到两个三角形 $\triangle DB'C'$ 和 $\triangle DB''C''$ 。

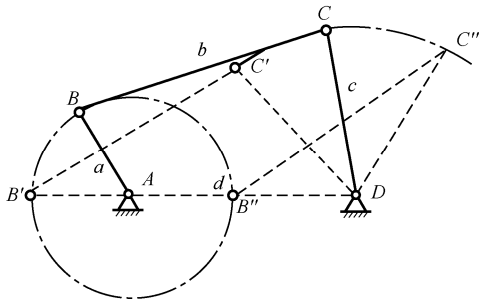


图 3-14 铰链四杆机构存在曲柄的条件

根据三角形的边长关系，可得

$$\text{在 } \triangle DB'C' \text{ 中} \quad a + d \leq b + c \quad (3-1)$$

$$\text{在 } \triangle DB''C'' \text{ 中} \quad b \leq (d - a) + c \text{ 即 } a + b \leq c + d \quad (3-2)$$

$$c \leq (d-a)+b \text{ 即 } a+c \leq b+d \quad (3-3)$$

三个不等式两两相加, 可得

$$a \leq b, \quad a \leq c, \quad a \leq d \quad (3-4)$$

上述分析表明, 转动副 A 为周转副的条件:

(1) 最短杆与最长杆长度之和小于或等于其余两杆长度之和, 该长度条件称为杆长条件;

(2) 构成该周转副的两杆中必定有一杆为最短杆。

由此可知, 在图 3-14 所示铰链四杆机构中, AB 杆参与构成的转动副 A 和转动副 B 均为周转副, 连杆 BC 和机架 AD 相对于曲柄 AB 都可作整周转动。以 BC 杆或 AD 杆为机架, 可得曲柄摇杆机构; 以 AB 杆为机架, 可得双曲柄机构; 以 CD 杆为机架, 可得双摇杆机构。

可见, 如果铰链四杆机构满足杆长条件, 以最短杆为连架杆, 可得曲柄摇杆机构; 以最短杆为机架, 可得双曲柄机构; 以最短杆为连杆, 可得双摇杆机构。

如果铰链四杆机构不满足杆长条件, 机构中不存在周转副, 无论以哪个构件作为机架得到的结构都不存在曲柄, 均为双摇杆机构。

3.2.3 铰链四杆机构的演化

在实际应用中, 除了铰链四杆机构的基本形式外, 还经常用到其他形式的平面四杆机构。这些平面四杆机构, 是为了满足运动、结构方面的需要和改善构件的受力状况, 从基本形式演化而来的。下面对常见的演化方法和演化后得到的机构进行简单的介绍。

1. 改变构件的形状及相对运动尺寸

对机构中构件的形状和尺寸进行适当转变, 可以将转动副演化成移动副。曲柄滑块机构就是这种演化的典型例子。

如图 3-15 (a) 所示的曲柄摇杆机构中, 当曲柄 1 绕 A 作整周转动时, 摇杆 3 作一定角度的摆动。 C 点的运动轨迹是以 D 为圆心, CD 为半径的一段圆弧。当 CD 杆长为无穷大时, C 点的轨迹变为一条直线, 机构则演化为曲柄滑块机构, 如图 3-15 (b) 所示。

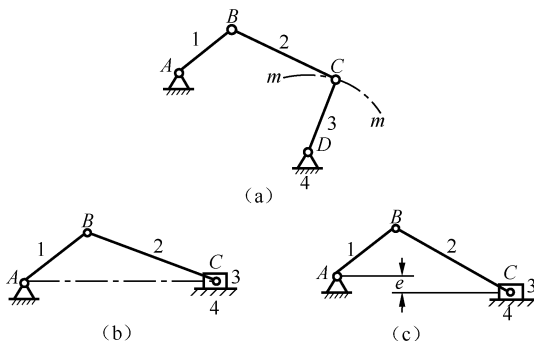


图 3-15 曲柄滑块机构的演化过程

当滑块 C 的导路通过曲柄 AB 的回转中心 A 时, 为对心曲柄滑块机构, 如图 3-15 (b) 所示; 当滑块 C 的导路没有通过曲柄 AB 的回转中心 A , 而具有一定的偏距 e 时, 为偏置曲柄滑块机构, 如图 3-15 (c) 所示。

曲柄滑块机构在往复式机械中应用广泛, 如冲床、内燃机、压缩机和往复式水泵等,

如图 3-16 所示。

如图 3-15 (b) 所示的曲柄滑块机构中, B 点的轨迹是以 C 点为圆心, 以 BC 为半径的一段圆弧, 若将 BC 杆长增至无穷大, B 点的轨迹便演化为一一条直线, 机构将演化为双滑块机构, 如图 3-17 所示。

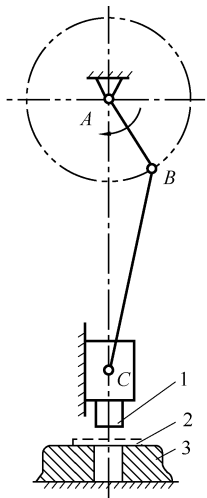


图 3-16 曲柄滑块机构在冲床中的应用

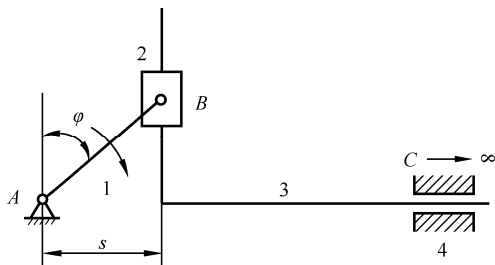
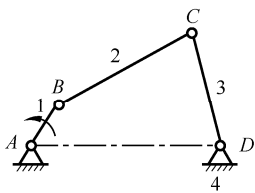


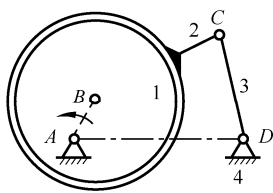
图 3-17 双滑块机构 (正弦机构)

2. 扩大转动副的尺寸

如图 3-18 (a) 所示的曲柄摇杆机构中, 当曲柄 AB 的尺寸较小, B 处销轴上又要承受较大的载荷时, 通常将销轴的直径增大, 超过曲柄 AB 的长度, 此时曲柄 AB 已经演化成以 A 为回转中心、以 B 为几何中心的一个偏心圆盘, 即偏心轮, 机构则演化为偏心轮机构, 如图 3-18 (b) 所示。虽然原曲柄摇杆机构的结构形式发生了变化, 但各构件之间的相互运动关系没有发生变化。偏心轮机构广泛应用于冲床、柱塞油泵和破碎机中。



(a) 曲柄摇杆机构



(b) 偏心轮机构

图 3-18 扩大转动副尺寸转化形式

3. 选不同的构件为机架

在平面四杆机构中, 选取不同的构件为机架, 可以得到不同形式的机构, 但不会改变各个构件之间的相对运动关系。这种采用不同构件为机架的演化方式称为机构的倒置。

1) 曲柄摇杆机构的演化

如图 3-19 所示的铰链四杆机构, 满足杆长条件, AB 为最短杆, 选取不同的构件为机架, 得到的机构是不一样的。取 AD 为机架时, 得到曲柄摇杆机构; 取 AB 为机架时, 得到双曲柄机构; 取 BC 为机架时, 得到曲柄摇杆机构; 取 CD 为机架时, 得到双摇杆机构。

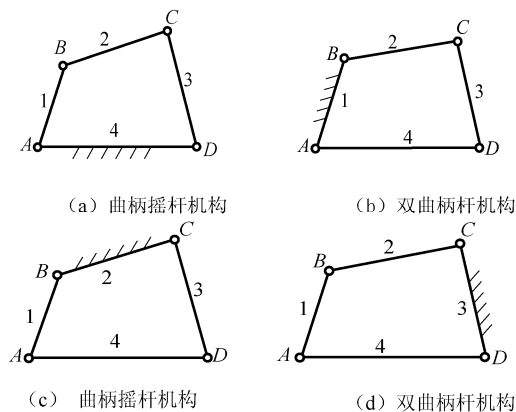


图 3-19 曲柄摇杆机构的演化

2) 曲柄滑块机构的演化

如图 3-20 所示的曲柄滑块机构中, 若取构件 1 为机架, 构件 4 绕 A 转动, 构件 3 相对于构件 4 作移动, 则构件 4 称为导杆, 此机构称为导杆机构, 如图 3-20 (b) 所示。在回转导杆机构中, 如果导杆能够作整周转动, 称为回转导杆机构。如图 3-21 所示的小型刨床机构中, 构件 1、2、3、4 组成的机构就是回转导杆机构。如果导杆只能作一定角度摆动, 称为摆动导杆机构。如图 3-22 所示的牛头刨床机构中, 构件 1、2、3、4 组成的机构就是摆动导杆机构。

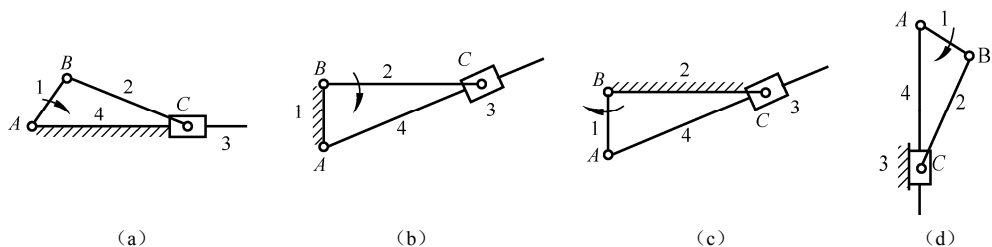


图 3-20 曲柄滑块机构的演化

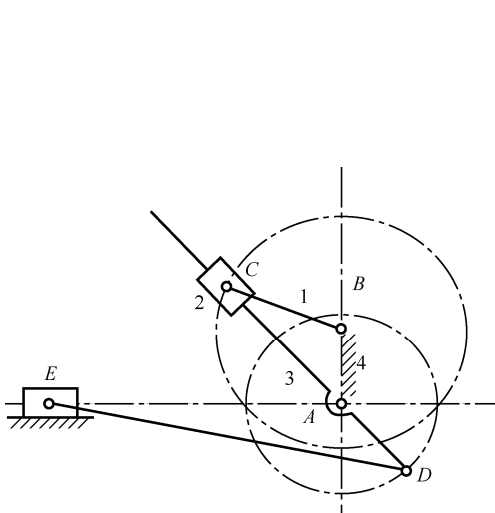


图 3-21 小型刨床机构

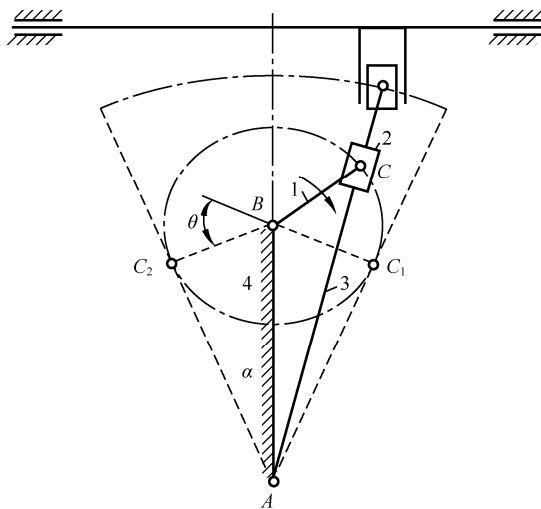


图 3-22 牛头刨床机构

如图 3-20 所示的曲柄滑块机构中,若取构件 2 为机架,则得到曲柄摇块机构,如图 3-20 (c) 所示。如图 3-23 所示的自卸卡车车厢的举升机构中,构件 1、2、3、4 组成的机构就是曲柄摇块机构,其中摇块 3 为油缸,2 为车架,用压力油推动活塞 4 使车厢 1 翻转。

如图 3-20 所示的曲柄滑块机构中,若取构件 3 为机架,则得到直动滑杆机构,如图 3-20 (d) 所示。如图 3-24 所示的手摇抽水机就是直动滑杆机构的应用实例。

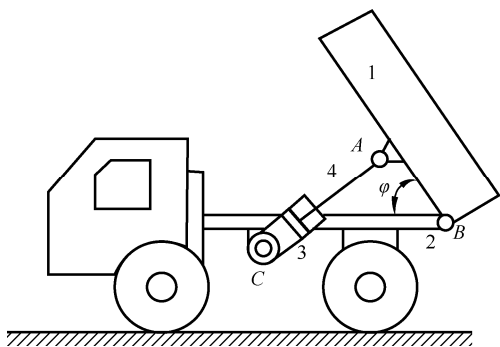


图 3-23 自卸卡车车厢举升机构

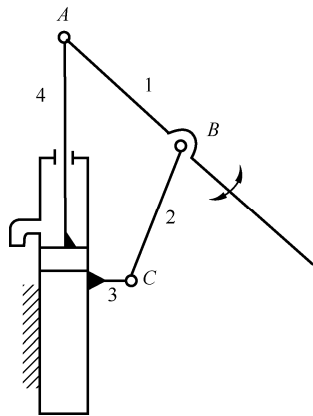


图 3-24 手摇抽水机

3.3 平面四杆机构的基本知识

3.3.1 平面四杆机构的急回运动特性

如图 3-25 所示为一曲柄摇杆机构,曲柄 AB 为原动件, BC 为连杆, CD 为摇杆。 AB 在转动一周的过程中有两次与连杆共线,这时摇杆 CD 处于两极限位置 C_1D 和 C_2D ,我们称这两个位置为极位。机构在这两个极位时,原动件 AB 所夹的锐角 θ 称为极位夹角。

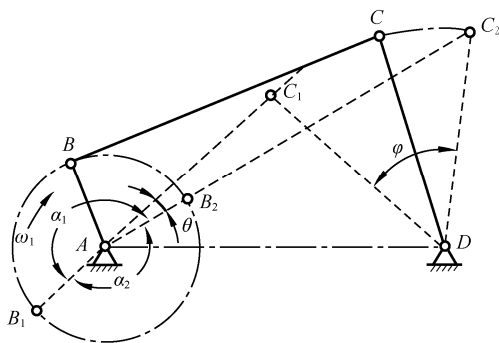


图 3-25 极位夹角

当曲柄 AB 以等角速度 ω_1 顺时针转过 $\alpha_1 = 180^\circ + \theta$ 时,摇杆 CD 将由位置 C_1D 摆到 C_2D ,其摆角为 φ ,所需时间为 t_1 , C 点的平均速度为 v_1 ;当曲柄 AB 继续转过 $\alpha_2 = 180^\circ - \theta$ 时,摇杆 CD 又从位置 C_2D 回到 C_1D ,摆角仍然是 φ ,设所需时间为 t_2 , C 点的平均速度为 v_2 。由于曲柄 AB 为等速转动,而 $\alpha_1 > \alpha_2$,所以有 $t_1 > t_2$ 、 $v_2 > v_1$,摇杆 CD 的这种运动性质称为

急回运动。为了表明急回运动的急回程度,可用行程速比系数 K 来衡量。

$$K = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\overline{C_1 C_2} / t_2}{\overline{C_1 C_2} / t_1} = \frac{t_1}{t_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta} \quad (3-5)$$

或

$$\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1} \quad (3-6)$$

式 (3-6) 表明, 当机构存在极位夹角时, 机构便具有急回运动特性。 θ 角越大, K 值越大, 机构的急回运动性质也越显著。

急回机构的急回方向与原动件的回转方向有关, 为避免弄错急回方向, 在有急回要求的设备上应标明原动件的正确回转方向。

3.3.2 平面四杆机构的死点

如图 3-26 所示的曲柄摇杆机构中, 以摇杆 CD 为原动件, 当连杆 BC 与从动曲柄 AB 共线时, 原动件 CD 通过连杆 BC 作用于从动件 AB 上的力恰好通过其回转中心, 所以出现了不能使构件 AB 转动的“顶死”现象, 机构的这种位置称为死点。同样, 对于曲柄滑块机构, 当以滑块为原动件时, 若连杆与从动曲柄共线, 则机构也处于死点位置。

为了使机构能顺利地通过死点而正常运转, 对于连续运转的机器, 采取以下措施使机构顺利地通过死点位置。

(1) 利用从动件的惯性顺利通过死点位置 (如图 3-4 所示缝纫机的踏板机构中大带轮就相当于飞轮, 利用惯性通过死点)。

(2) 采用错位排列的方式顺利通过死点位置 (如图 3-27 所示)。

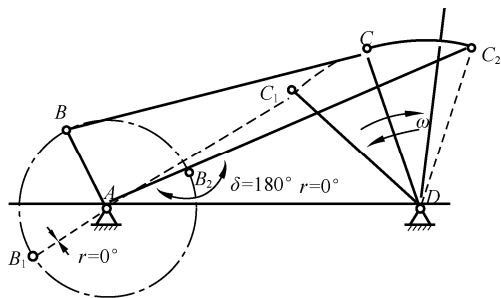


图 3-26 死点位置

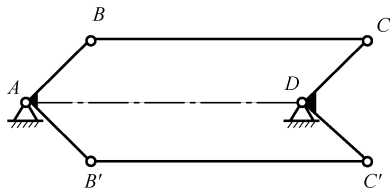


图 3-27 错位排列机构

另一方面, 在工程实际中, 也常利用机构的死点来实现特定的工作要求。如图 3-28 所示的飞机起落架机构, 在机轮放下时, 杆 BC 与 CD 成一条直线。此时机轮上虽然受到很大的力, 但由于机构处于死点位置, 起落架不会反转, 使得飞机起落和停靠更加可靠。

3.3.3 平面四杆机构的压力角和传动角

如图 3-29 所示的四杆机构中, 若不考虑各运动副中的摩擦力、机构间重力和惯性力的影响, 则由原动件 AB 经连杆 BC 传动到从动件 CD 上 C 点的力 F 将沿 BC 方向, 力 F 与 C 点速度方向之间所夹锐角 α 称为机构在此位置时的压力角。而连杆 BC 和从动件 CD 之间所夹的锐角 γ 称为连杆机构在此位置时的传动角。 γ 和 α 互为余角。传动角 γ 越大, 对机构的传

力越有利。所以在连杆机构中常用传动角的大小及其变化情况来衡量机构传力性能的好坏。

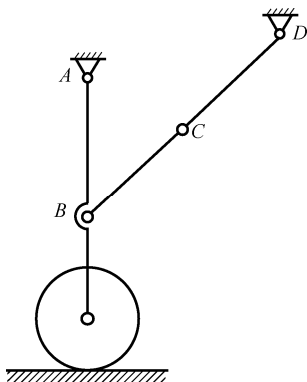


图 3-28 飞机起落架

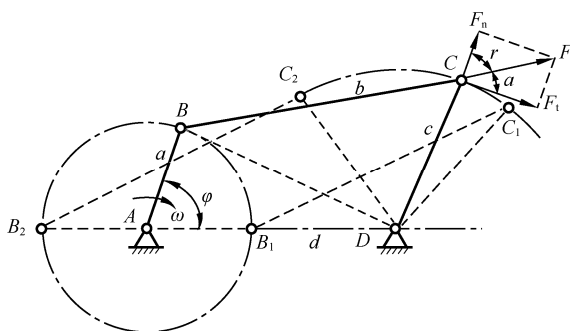


图 3-29 压力角和传动角

在机构运动过程中，传动角 γ 的大小是变化的，为了保证机构传力性能良好，应使 $\gamma_{\min} \geq 40^\circ \sim 50^\circ$ 。对于一些受力很小或不常使用的操纵机构，则可允许传动角小些，只要不发生自锁即可。

铰链四杆机构的最小传动角可以按照以下关系求得。如图 3-29 所示，该机构中各杆长度分别为 l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 ，在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 中分别有

$$(BD)^2 = l_1^2 + l_4^2 - 2l_1l_4 \cos \varphi \quad (3-7)$$

$$(BD)^2 = l_2^2 + l_3^2 - 2l_2l_3 \cos \gamma \quad (3-8)$$

联立求解，得

$$\cos \gamma = \frac{l_2^2 + l_3^2 - l_1^2 - l_4^2 + 2l_1l_4 \cos \varphi}{2l_2l_3} \quad (3-9)$$

由式 (3-9) 可知，对于给定的铰链四杆机构，各杆长均为已知，故传动角的大小仅取决于原动件的转角。当 $\varphi = 0^\circ$ 时， $\cos \varphi = 1$ ， $\cos \gamma$ 最大， γ 为锐角，则 γ 即为 γ_{\min} ，如图 3-29 中曲柄与机架重叠共线的位置 AB_1C_1D ；当 $\varphi = 180^\circ$ 时， $\cos \varphi = -1$ ， $\cos \gamma$ 最大， γ 为钝角，则 $180^\circ - \gamma$ 即为 γ_{\min} ，如图 3-29 中曲柄与机架拉伸共线的位置 AB_2C_2D 。只要比较这两个位置的值，即可求得该机构的最小传动角 γ_{\min} 。可见， γ_{\min} 出现在曲柄与机架两次共线的位置之一。

3.4 平面四杆机构的设计

平面四杆机构的设计是指根据给定的运动条件，确定机构中各个构件的尺寸。有时还需要考虑机构的一些附加的几何条件或动力条件，如机构的要求、安装要求和最小传动角等，保证机构设计可靠、合理。

在实际生产中，对机构的设计要求是多种多样的，给定的条件也各不相同，归纳起来一般分为以下两类：

- (1) 按照给定的运动规律设计，简称位置设计；
- (2) 按照给定的运动轨迹设计，简称轨迹设计。

平面四杆机构的设计方法有多种,常用的有以下几种:

(1) 图解法。该方法是通过几何作图来设计四杆机构,首先根据设计要求找出机构运动的几何尺寸之间的关系,然后按比例作图并确定出机构的运动尺寸。这种方法比较直观,由于作图过程会有一定的误差,因此精度不高。

(2) 解析法。该方法首先要建立运动方程,然后根据已知的参数对方程式求解,设计的结果比较精确,能够解决复杂的设计问题,但计算过程比较烦琐,适宜采用计算机辅助设计。

(3) 实验法。该方法是利用连杆曲线的图谱来设计四杆机构,为了便于设计,在工程上常常利用已汇编成册的连杆曲线图谱。根据给定的运动轨迹从图谱中选择形状相近的连杆曲线,便可直接查出机构中的各个尺寸参数,并由此设计出四杆机构,这种方法比较简单,但精度较低。

由于在一般的机械设备中,常遇到的设计类型是位置设计。因此,下面依次按照以上几种方法设计平面四杆机构。

3.4.1 用图解法设计平面四杆机构

1. 按给定连杆位置设计四杆机构

给定连杆的三个位置 B_1C_1 、 B_2C_2 和 B_3C_3 , 如图 3-30 所示, 设计四杆机构过程如下。

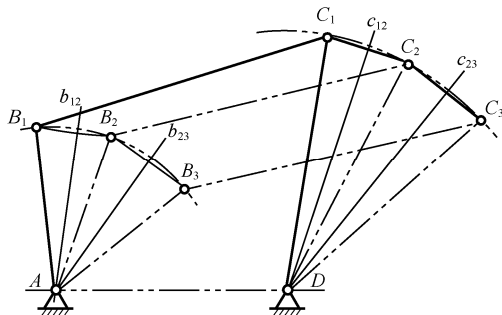


图 3-30 四杆机构的设计

(1) 选定长度比例尺 μ_l , 绘出连杆的三个位置 B_1C_1 、 B_2C_2 和 B_3C_3 。

(2) 连接 B_1B_2 、 B_2B_3 、 C_1C_2 、 C_2C_3 , 分别作线段 B_1B_2 、 B_2B_3 、 C_1C_2 、 C_2C_3 的垂直平分线 b_{12} 、 b_{23} 、 c_{12} 、 c_{23} , b_{12} 和 b_{23} 相交于点 A , c_{12} 、 c_{23} 相交于点 D , A 、 D 两点即两个连架杆的固定铰链中心。连接 AB_1 、 C_1D 、 B_1C_1 、 AD , 既得所求的四杆机构。

(3) 测量 AB_1 、 C_1D 、 AD , 经过计算 $L_{AB} = \mu_l AB_1$, $L_{CD} = \mu_l C_1D$, $L_{AD} = \mu_l AD$, 可得各杆的长度。

若要求满足一些附加条件, 则可按这些条件进行检验。当不满足时, 可根据实际情况改变一些已知条件, 来满足必需的附加条件。

2. 按给定两连架杆的对应位置设计四杆机构

1) 反转法

如图 3-31 所示的铰链四杆机构中, AD 为机架, 当原动件 AB 由 AB_1 转到 AB_2 位置时,

从动件 CD 则由 C_1D 转到 C_2D 位置, 转过的角度分别为 α_{12} 、 φ_{12} 。

假设将机构在第二位置时的四边形 AB_2C_2D 刚化, 并让其整体绕 D 点反向转动, 转过 $-\varphi_{12}$ 角, 使 C_2D 与 C_1D 重合, 机构的第二个位置则转到 $DC_1B'_2A'$ 位置。此时, 机构已转化为以 CD 为机架、 AB 为连杆的铰链四杆机构, 已知连杆 AB 的两个位置 AB_1 和 $A'B'_2$ 。可见, 按给定连架杆预定的对应位置设计四杆机构的问题, 已经转化成了按给定连杆位置设计四杆机构的问题。这种方法称为“反转法”。

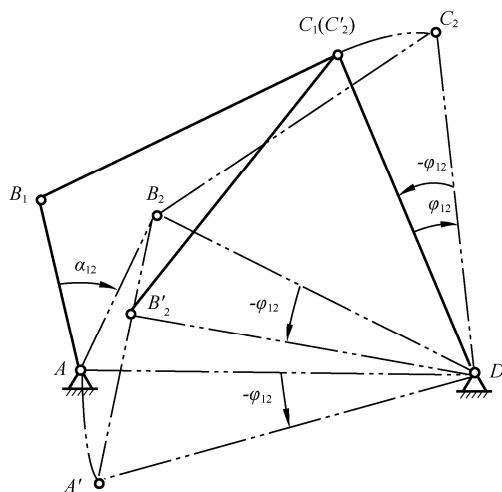


图 3-31 反转法

2) 按给定三对连架杆的对应位置设计铰链四杆机构

已知两连架杆的三组对应位置 AB_1 、 DE_1 ; AB_2 、 DE_2 ; AB_3 、 DE_3 (即对应三组摆角 φ_1 、 φ_2 、 φ_3 及 ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3); 连架杆 AB 和机架 AD 的长度分别为 a 和 d , 如图 3-32 (a), 设计该铰链四杆机构。

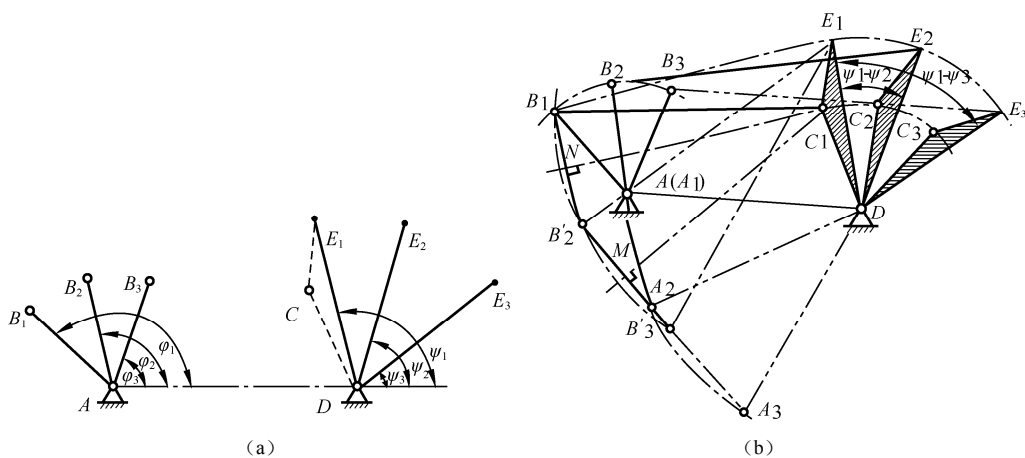


图 3-32 按给定连架杆对应位置设计平面四杆机构

设计过程:

- (1) 选定长度比例尺 μ_l , 根据机架的长度 d 确定回转中心 A 、 D 。
- (2) 根据连架杆 AB 的长度 a 和摆角 φ_1 确定第一位置 AB_1 , 按转角 φ_2 、 φ_3 依次作出 AB

的其他两位 AB_2 、 AB_3 。同理, 根据转角 ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3 作出从动件相应的方向线。

(3) 以 D 为圆心, 任意长为半径作弧, 分别与三条方向线交于 E_1 、 E_2 、 E_3 点, 依次连接 B_1E_1 、 B_2E_2 、 B_3E_3 , 得到四边形 AB_1E_1D 、 AB_2E_2D 、 AB_3E_3D 。

(4) 将四边形 AB_2E_2D 、 AB_3E_3D 刚化, 分别绕 D 点反转 $\psi_2 - \psi_1$ 、 $\psi_3 - \psi_1$, 使 E_2D 、 E_3D 都与 E_1D 重合, 则四边形 AB_2E_2D 到达 AB'_2E_1D , 四边形 AB_3E_3D 到达 AB'_3E_1D 。

(5) 分别作 $B_1B'_2$ 、 $B'_2B'_3$ 的垂直平分线交于 C_1 点, 则 AB_1C_1D 即为所求的四杆机构。

3. 按给定行程速比系数 K 设计四杆机构

已知曲柄摇杆机构中摇杆长度 L_{AB} 、摇杆摆角 ψ 和行程速比系数 K , 用图解法设计该曲柄摇杆机构。

设计的实质是确定铰链中心 A 点的位置, 确定其他三杆的尺寸 L_{AB} 、 L_{BC} 和 L_{CD} 。其设计步骤如下, 如图 3-33 所示。

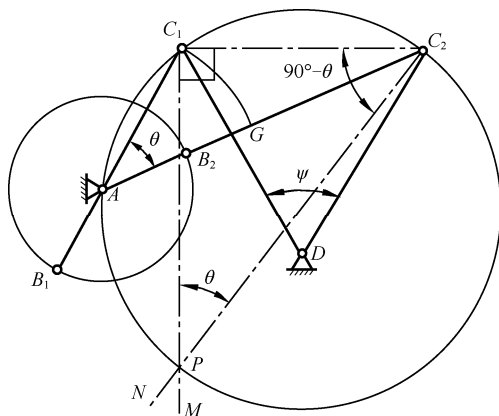


图 3-33 按给定行程速比系数设计四杆机构

(1) 根据行程速比系数 K , 按式 $\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}$, 求出极位夹角 θ 。

(2) 选取适当的长度比例尺, 任选固定铰链中心 D 点的位置, 由摇杆长度 L_{CD} 和摆角 ψ , 作出摇杆两个极限位置 C_1D 和 C_2D 。

(3) 连接 C_1 和 C_2 , 作 $\angle C_1C_2N = 90^\circ - \theta$, $\angle C_2C_1M = 90^\circ$, C_2N 与 C_1M 相交于 P 点, 由图 3-33 可知, $\angle C_1NC_2 = \theta$ 。

(4) 以 C_2P 为直径作 $\triangle C_1C_2P$ 的外接圆, 在此圆的圆弧上任取一点 A 作为曲柄的固定铰链中心, 连接 AC_1 和 AC_2 , 因同一圆弧的圆周角相等, 故 $\angle C_1AC_2 = \angle C_1NC_2 = \theta$ 。

(5) 极限位置是曲柄与连杆共线, 故 $L_{AC_1} = (L_{BC} - L_{AB})/2$, $L_{AC_2} = (L_{BC} + L_{AB})/2$, 从而得曲柄长度 $L_{AB} = (L_{AC_2} - L_{AC_1})/2$, 连杆长度 $L_{BC} = (L_{AC_2} + L_{AC_1})/2$ 。 L_{AC_1} 和 L_{AC_2} 通过测量可得出。

由于 A 点是在外接圆上任选的点, 所以若仅按行程速比系数 K 设计, 可得无穷多的解。 A 点的位置不同, 机构传动角的大小就不同。若要获得良好的传动性能, 则可按照最小传动角最优或其他辅助条件来确定 A 点的具体位置。

3.4.2 用解析法设计平面四杆机构

所谓解析法,就是以机构的尺寸参数来表达各构件之间的相对运动函数关系,从而确定按给定的条件来求解未知的参数。

如图 3-34 所示的铰链四杆机构 $ABCD$ 中,已知两连架杆 AB 和 CD 之间的三组对应位置 φ_1 、 ψ_1 ; φ_2 、 ψ_2 和 φ_3 、 ψ_3 , 要求设计该四杆机构。

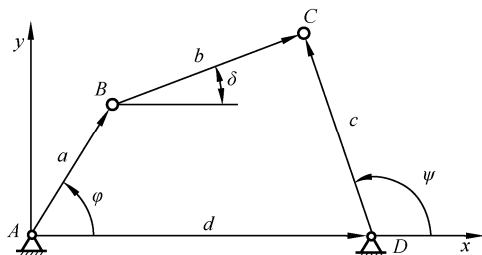


图 3-34 按给定的连架杆位置设计四杆机构

设计的实质就是确定各构件的长度 a 、 b 、 c 和 d 。

如图 3-34 所示,以机构中 A 为原点,建立直角坐标系 xAy , 取机架 AD 为 x 轴。分别用矢量 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 和 \vec{d} 表示各个构件的长度和位置, 各矢量相对于 x 轴的转角均从 x 轴的正向沿逆时针方向度量。链四杆机构 $ABCD$ 组成一个封闭的矢量多边形, 可写出下列矢量方程式

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d} \quad (3-10)$$

将式 (3-10) 分别在 x 轴和 y 轴上投影, 可得

$$\left. \begin{aligned} a \cos \varphi + b \cos \delta &= c \cos \psi + d \\ a \sin \varphi + b \sin \delta &= c \sin \psi \end{aligned} \right\}$$

移项得

$$\left. \begin{aligned} b \cos \delta &= c \cos \psi + d - a \cos \varphi \\ b \sin \delta &= c \sin \psi - a \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

将式 (3-11) 等号两边平方后相加, 以消去同项, 经整理可得

$$R_1 - R_2 \cos \varphi + R_3 \cos \psi = \cos(\varphi - \psi) \quad (3-12)$$

式中

$$R_1 = \frac{a^2 + c^2 + d^2 - b^2}{2ac}; \quad R_2 = \frac{d}{c}; \quad R_3 = \frac{d}{a}。$$

式 (3-12) 即为以机构的尺寸参数来表示的两个连架杆之间与运动关系的方程式, 式中 R_1 、 R_2 和 R_3 分别为机构尺寸参数表示的待定参数。

给定两个连架杆的 3 组对应位置即可求出 R_1 、 R_2 和 R_3 , 再根据实际需要确定构件 AB 的长度 a 之后, 即可最后确定其余各构件的长度 b 、 c 和 d 。

如果只给定两连架杆的 2 组对应位置, 就只能得到两个方程。任意选三个参数 R_1 、 R_2 和 R_3 中的一个, 即可设计出无穷多个机构。此时, 可根据机构的用途、结构、传力性能或其他辅助条件来确定机构各杆的长度。

若给定两连架杆的对应位置数超过 3 组, 或者要求实现一个连续函数 $\psi = f(\varphi)$ 时, 则方程式的数目多于机构待定参数的数目, 导致方程无解。在这种情况下, 只能采用近似的

方法来求解。

3.4.3 用实验法设计平面四杆机构

假设已知运动轨迹 $m-m$ ，如图 3-35 所示，现要求用实验法设计一个平面四杆机构，使其连杆上某一点沿轨迹 $m-m$ 运动。具体步骤如下：

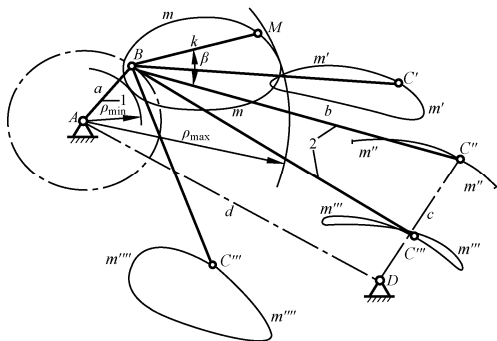


图 3-35 实验法设计平面四杆机构

选定构件 1 作为曲柄，而把具有若干分支的构件 2 作为连杆。在轨迹 $m-m$ 附近合适的位置上选取曲柄的转动中心 A ，然后以 A 点为圆心作两个与轨迹 $m-m$ 相切的圆弧，由此可得半径 ρ_{\max} 和 ρ_{\min} 。要求曲柄长度 a 及连杆上一分支 BM 的长度 k 应满足

$$k + a = \rho_{\max}, \quad k - a = \rho_{\min}$$

因此

$$a = \frac{\rho_{\max} - \rho_{\min}}{2}, \quad k = \frac{\rho_{\max} + \rho_{\min}}{2}$$

实验时，令 M 点沿轨迹 $m-m$ 运动，则曲柄绕 A 点转动，而连杆上其他分支的端点 C' 、 C'' 、 $C''' \dots$ 将各自描绘出 $m'-m'$ 、 $m''-m''$ 、 $m'''-m''' \dots$ 找出其中一条最接近于圆弧或直线的轨迹（若找不出，则可改变各分支的长度和相对分支 BM 的夹角）。如图 3-35 中 C'' 的轨迹 $m''-m''$ 很接近于圆弧，其圆心为 D ，而 C'' 即为所要求的铰链中心 C ， CD 之间的长度为摇杆的长度 c ， AD 之间的长度为机架的长度 d 。若找出的轨迹很接近于直线，则表示圆心 D 在无穷远处，即得到曲柄滑块机构，把该近似直线画成直线后作为滑块与连杆的铰链点的运动轨迹，即导路的方向线。

按实现给定运动轨迹设计四杆机构时，亦可应用汇编成册的连杆曲线图谱来设计，此方法称为图谱法。在设计时，可从图谱中查出形状与给定轨迹相似的连杆曲线及描绘该连杆曲线的四杆机构中各杆的长度，然后求出图谱中连杆曲线与所要求的轨迹之间相差的倍数，即可得到机构的真实尺寸。

习题与思考题

一、思考题

3-1 铰链四杆机构的基本形式有哪些？

3-2 平面四杆机构存在曲柄的条件是什么？何时为曲柄摇杆机构？何时为双曲柄机构？

3-3 什么是行程速比系数、急回运动特性、极位夹角？

3-4 什么是连杆机构的压力角和传动角？最小传动角发生在什么位置？

3-5 什么是死点位置？举例说明死点位置的危害以及死点位置在工程中的应用。

二、习题

3-6 在铰链四杆机构 $ABCD$ 中，若 AB 、 BC 、 CD 三杆的长度分别为 $a=120\text{mm}$ ， $b=280\text{mm}$ ， $c=360\text{mm}$ ， AD 杆为机架。试求：

(1) 当此机构为曲柄摇杆机构时， d 的取值范围；

(2) 当此机构为双摇杆机构时， d 的取值范围；

(3) 当此机构为双曲柄机构时， d 的取值范围。

3-7 试画出如图 3-36 所示两个机构的运动简图（画图时按图上尺寸，并选取比例尺 $\mu_l=0.0005\text{m/mm}$ ），并说明它们是哪一种机构。

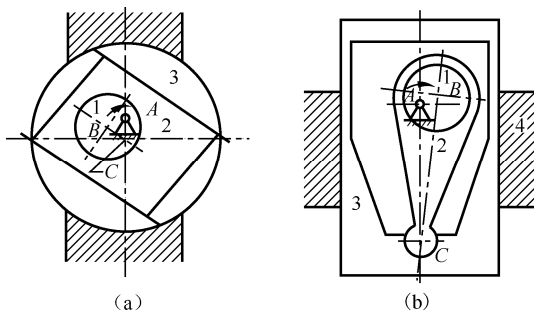


图 3-36 题 3-7

3-8 如图 3-37 所示为一偏置曲柄滑块机构，试求杆 AB 为曲柄的条件。若偏距 $e=0$ ，则杆 AB 为曲柄的条件又如何？

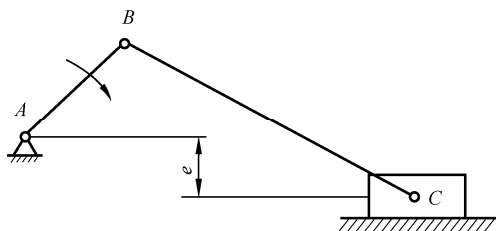


图 3-37 题 3-8

3-9 如图 3-38 所示的铰链四杆机构中，各杆的长度为 $l_1=28\text{mm}$ ， $l_2=52\text{mm}$ ， $l_3=50\text{mm}$ ， $l_4=72\text{mm}$ ，试求：

(1) 当取杆 4 为机架时，该机构的极位夹角 θ 、杆 3 的最大摆角 ψ 、最小传动角 γ_{\min} 和行程速比系数 K ；

(2) 当取杆 1 为机架时，将演化成何种类型的机构？为什么？并说明这时 C 、 D 两个转动副是周转副还是摆转副；

(3) 当取杆 3 为机架时，又将演化成何种机构？这时 A 、 B 两个转动副是否仍为周转副？

3-10 如图 3-39 所示为一实验用小电炉的炉门装置，在关闭时为位置 E_1 ，开启时为位置 E_2 ，试设计一个四杆机构来操作炉门的启闭（相关尺寸见图 3-39）。在开启时炉门应向外开

启, 炉门与炉体不得发生干涉。而在关闭时, 炉门应有一个自动压向炉体的趋势 (图中 S 为炉门质心位置)。 B 、 C 为两活动铰链所在位置。

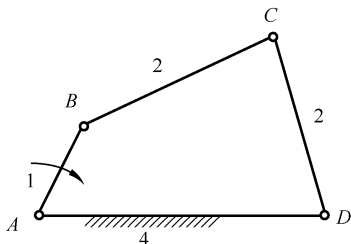


图 3-38 题 3-9

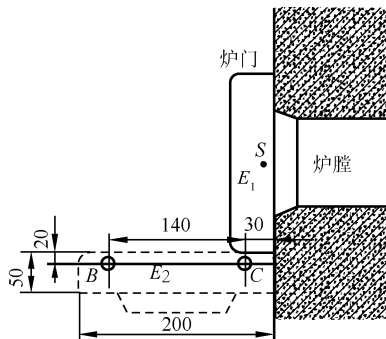


图 3-39 题 3-10

3-11 已知某操纵装置采用一个铰链四杆机构, 其中 $l_{AB} = 50\text{mm}$, $l_{AD} = 72\text{mm}$, 原动件 AB 与从动件 CD 上的一条标线 DE 之间的对应角位置关系如图 3-40 所示。试用图解法设计此四杆机构。

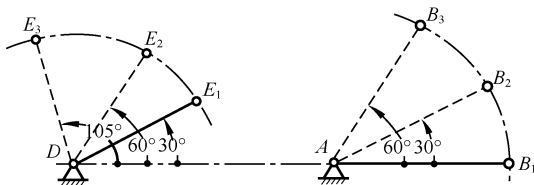


图 3-40 题 3-11

3-12 如图 3-41 所示的颚式碎矿机, 设已知行程速比系数 $K = 1.25$, 颚板 CD (摇杆) 的长度 $l_{CD} = 300\text{mm}$, 颚板摆角 $\psi = 30^\circ$, 试确定:

(1) 当机架 AD 的长度 $l_{AD} = 280\text{mm}$ 时, 曲柄 AB 和连杆 BC 的长度 l_{AB} 和 l_{BC} ;

(2) 当曲柄 AB 的长度 $l_{AB} = 50\text{mm}$ 时, 机架 AD 和连杆 BC 的长度 l_{AD} 和 l_{BC} 。并对此两种设计结果, 分别检验它们的最小传动角 ψ_{\min} 是否符合工程实际需要。注: $[\psi] = 40^\circ$ 。

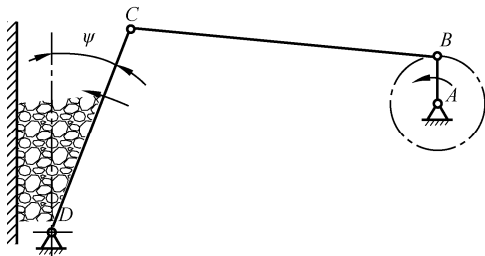


图 3-41 题 3-12

3-13 试设计一个铰链四杆机构, 已知摇杆 CD 的行程速比系数 $K = 1.5$, 其长度 $l_{CD} = 75\text{mm}$, 摇杆右边的一个极限位置与机架之间的夹角 $\psi = 45^\circ$, 如图 3-42 所示。机架的长度 $l_{AD} = 100\text{mm}$ 。试求曲柄 AB 和连杆 BC 的长度 l_{AB} 和 l_{BC} 。

3-14 如图 3-43 所示, 设已知四杆机构各构件的长度为 $a = 240\text{mm}$, $b = 600\text{mm}$,

$c = 400\text{mm}$, $d = 500\text{mm}$ 。试问:

(1) 当取杆 4 为机架时, 是否有曲柄存在?

(2) 若各杆长度不变, 能否采用选不同杆为机架的办法获得双曲柄机构和双摇杆机构? 如何获得?

(3) 若 a 、 b 、 c 三杆的长度不变, 以杆 AD 为机架, 要获得曲柄摇杆机构, d 的取值范围应为何值?

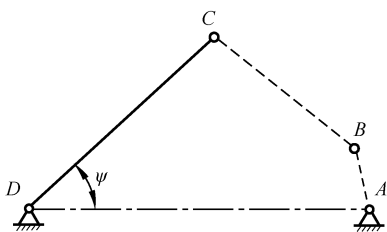


图 3-42 题 3-13

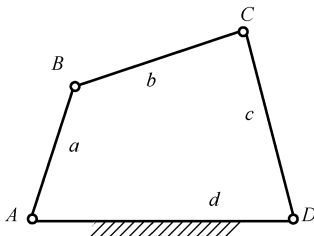


图 3-43 题 3-14

3-15 试用图解法设计一个曲柄滑块机构, 设已知滑块的行程速比系数 $K = 1.5$, 滑块的冲程 $H = 50\text{mm}$, 偏距 $e = 20\text{mm}$ 。求其最大压力角 α_{\max} 。

考研真题

3-16 (西南交通大学, 2005 年) 如图 3-44 所示机构中, $a = 20\text{mm}$, $d = 40\text{mm}$ 。构件 AB 为主动构件, 角速度为 ω 。

(1) 在 A 、 B 、 D 三个转动副中, 哪些为周转副? 哪些为摆转副?

(2) 利用速度瞬心法, 确定出机构在图示位置构件 2 上绝对速度为零的点的位置。

(3) 画出导杆 3 的极限位置, 标出极位夹角 θ , 并确定机构的行程速比系数。

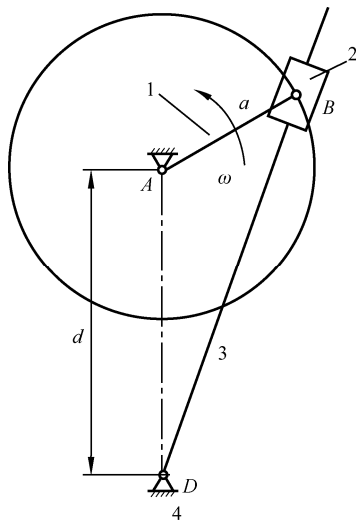


图 3-44 题 3-16

3-17 (西南交通大学, 2007 年) 现要设计一个曲柄摇杆机构, 如图 3-45 所示。曲柄 AB 为主动件, 并且是单向匀速转动。摇杆 CD 的长度为 $l_{CD} = 35\text{mm}$, 设计要求: 摇杆的一个极限位置与机架 AD 之间的夹角 $\varphi = 45^\circ$, 并在此位置时机构的传动角 $\gamma = 60^\circ$, 机构的行程速比系数 $K = 1.2$ 。问应当如何确定构件 AB 的杆长 l_{AB} 、连杆 BC 的长度 l_{BC} 和铰链点 A 、 D 之间的距离。

3-18 (西南交通大学, 2009 年) 如图 3-46 所示连杆机构, 已知 $l_{BC} = 65\text{mm}$, $l_{AD} = 82.01\text{mm}$, $AC = 50\text{mm}$, $\omega_1 = 45\text{rad/s}$ 。

(1) 判定构件 1、构件 3 和构件 5 是否为曲柄;

(2) 拆出机构中所含基本杆组, 并确定机构的级别;

(3) 利用速度瞬心法, 确定机构在图示位置 ($\angle BCA = 90^\circ$) 时, 构件 5 的角速度 ω_5 的大小和方向。

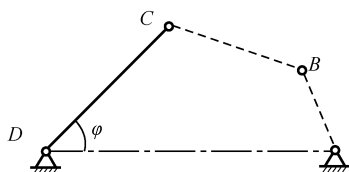


图 3-45 题 3-17

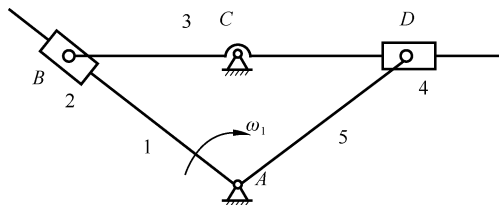


图 3-46 题 3-18

3-19 (西南交通大学, 2009 年) 现要设计一个曲柄摇杆机构 $ABCD$, 摇杆 CD 的长度 $l_{CD} = 55\text{mm}$, 在极限位置时的角度 $\alpha_1 = 60^\circ$ 和 $\alpha_2 = 120^\circ$, 如图 3-47 所示。曲柄 AB 为原动件, 匀速转动。

(1) 若固定铰链中心 A 和 D 在同一条水平线上, 并且 $l_{AD} = 100\text{mm}$, 则机构的极位夹角 θ 为多少? 摇杆 CD 处于极限位置时, 机构的传动角 γ 是多少?

(2) 若设计要求机构的行程速比系数 $K = 1.118$, 并且 $l_{AD} = 100\text{mm}$ 保持不变, 则固定铰链中心 A 应当选在何处, 构件 AB 和 BC 的长度 l_{AB} 和 l_{BC} 应为多少?

(3) 若设计要求机构的行程速比系数 $K = 1.0$, 并且 $l_{AD} = 100\text{mm}$ 保持不变, 则固定铰链中心 A 应当选在何处, 构件 AB 和 BC 的长度 l_{AB} 和 l_{BC} 应为多少?

3-20 (山东科技大学, 2005 年) 如图 3-48 所示, 已知曲柄摇杆机构的行程速比系数 $K = 1.2$, 摇杆长度 $l_{CD} = 300\text{mm}$, 摇杆摆角 $\varphi = 35^\circ$, 曲柄长度 $l_{AB} = 80\text{mm}$ 。求连杆的长度 l_{BC} 。

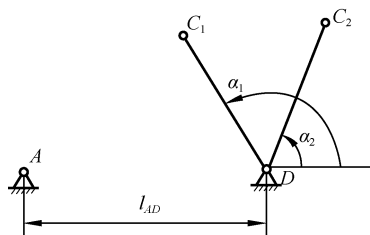


图 3-47 题 3-19

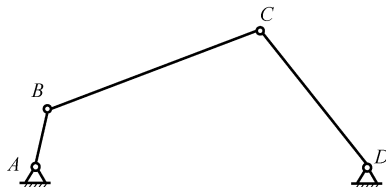


图 3-48 题 3-20

3-21 (山东科技大学, 2007 年) 如图 3-49 所示为偏置曲柄滑块机构的示意。已知曲柄长度 $l_{AB} = 25\text{mm}$, 连杆长度 $l_{BC} = 95\text{mm}$, 滑块行程 $H = 60\text{mm}$, 试用图解法求:

- (1) 导路的偏距 e ;
- (2) 极位夹角 θ ;
- (3) 机构的行程速比系数 K 。

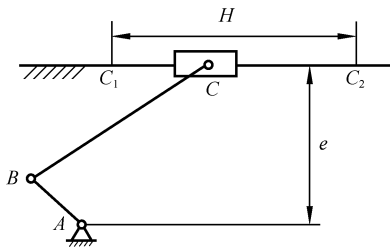


图 3-49 题 3-21

第 4 章 凸轮机构及其设计

学习目标：本章主要介绍了凸轮机构的应用、组成和分类；从动件的常用运动规律；盘形凸轮轮廓曲线设计的基本原理和方法（图解法和解析法）；凸轮机构基本参数的确定。要求掌握盘形凸轮轮廓曲线设计的基本原理和方法（图解法和解析法）；凸轮机构基本参数（凸轮的基圆半径与压力角及自锁的关系）的确定。

4.1 概 述

凸轮机构是一种高副机构，也是机械中的一种常用机构，广泛用于各种机械和自动控制装置中。

4.1.1 凸轮机构的组成

凸轮机构是一种由凸轮 1、从动件 2 和机架组成的常用的高副机构，其组成如图 4-1 所示。其中凸轮 1 是一个具有曲线轮廓的主动件，一般作连续等速转动，从动件 2 在凸轮轮廓驱动下按预定运动规律作往复直线移动或摆动。

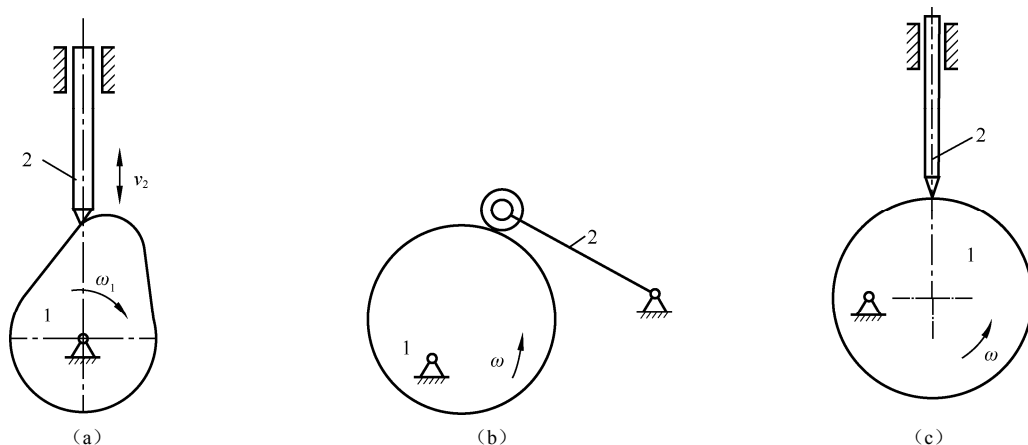


图 4-1 凸轮机构的组成

4.1.2 凸轮机构的应用和分类

1. 凸轮机构的应用

如图 4-2 所示为内燃机配气凸轮机构，当凸轮 1 匀速转动时，其轮廓迫使从动件 2（气阀）按预期运动规律往复运动，适时地开启或关闭进、排气阀门（关闭时借助于弹簧的作用力来实现），以控制可燃物质进入汽缸或废气的排出。

如图 4-3 所示为绕线机中用于排线的凸轮机构。当绕线轴 3 快速转动时，经齿轮带动凸轮 1 缓慢地转动，通过凸轮轮廓与尖底之间的作用，驱使从动件 2 往复摆动，因而使线均

匀地缠绕在绕线轴上。

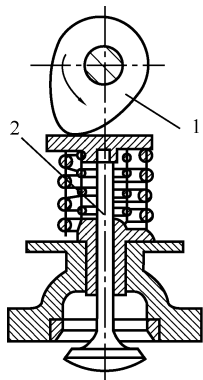


图 4-2 内燃机配气凸轮机构

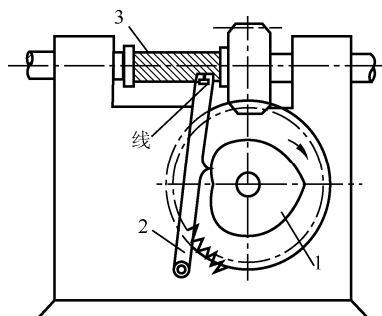


图 4-3 绕线机排线凸轮机构

如图 4-4 所示为凸轮自动送料机构。当带有凹槽的凸轮 1 转动时，通过槽中的滚子，驱使从动件 2 做往复移动。凸轮每转一周，从动件即从储料器中推出一个毛坯，送到加工位置。

2. 凸轮机构的分类

凸轮机构的类型繁多，常用的分类方法如下。

1) 按凸轮的形状分类

按照凸轮的不同形状分为三类。

(1) 盘形凸轮。盘形凸轮是一个绕固定轴转动且具有变化半径的盘形零件。当其绕固定轴转动时，推动从动件在垂直于凸轮转轴的平面内运动。它是凸轮最基本的形式，结构简单，应用最广。

(2) 移动凸轮。当盘形凸轮的回转中心趋于无穷远时，凸轮呈板状，凸轮相对机架作直线运动，这种凸轮称为移动凸轮，如图 4-5 所示。

在盘形凸轮机构和移动凸轮机构中，凸轮与从动件之间的相对运动均为平面运动，又称为平面凸轮机构。

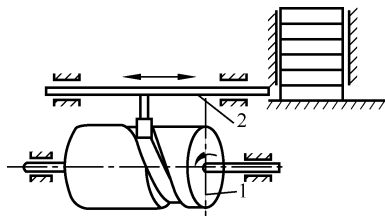


图 4-4 凸轮自动送料机构

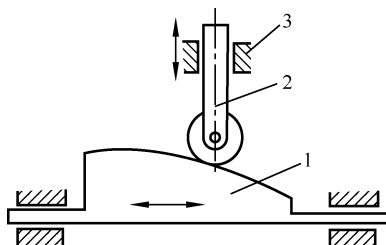


图 4-5 移动凸轮

(3) 圆柱凸轮。圆柱凸轮可以看成将移动凸轮卷在圆柱体上而得到的凸轮。由图 4-4 可以看出，圆柱凸轮机构是空间凸轮机构。

2) 按照从动件的运动形式分

按从动件的运动形式分为两类。

(1) 直动从动件。在凸轮机构运动的过程中，从动件作往复直线移动，根据其从动件

轴线与凸轮回转轴心的相对位置可分成对心和偏置两种。如图 4-1 (a)、图 4-1 (c) 所示。

(2) 摆动从动件。在凸轮机构运动的过程中, 从动件作往复摆动, 如图 4-1 (b) 所示。

3) 按照从动件的端部形式分

按从动件端部形式的不同也分为三类。

(1) 尖顶从动件。不论凸轮工作轮廓形状如何, 从动件的尖顶都能与凸轮工作轮廓保持接触, 从而保证从动件按预定的规律运动。但尖顶易于磨损, 仅适用于低速轻载的凸轮机构, 例如用于仪表机构中。如图 4-1 (a) 和图 4-1 (c) 所示。

(2) 滚子从动件。在从动件端部安装一个滚子, 把从动件和凸轮工作轮廓之间的滑动摩擦转变为滚动摩擦, 磨损小, 故能承受较大的载荷。滚子从动件是一种常用的从动件, 如图 4-4、图 4-5 所示。

(3) 平底从动件。这种从动件不能与内凹的凸轮工作轮廓接触。当不计摩擦时, 凸轮与从动件之间的作用力始终与从动件平底垂直, 其传力性能好, 机构传动效率较高, 而且从动件与凸轮之间易于形成润滑油膜, 故常用于高速凸轮机构中。如图 4-2 所示。

4) 按凸轮与从动件维持高副接触(锁合)的方式分类

(1) 力锁合。利用从动件的重力、弹簧力或其他外力使从动件和凸轮保持接触, 如图 4-1、图 4-2 和图 4-5 所示。

(2) 形锁合。依靠凸轮与从动件的特殊几何形状而始终维持接触。例如凹槽凸轮机构中, 其凹槽两侧面间的距离等于滚子的直径, 故能保证滚子与凸轮始终接触, 如图 4-6 所示。在主回凸轮机构中, 利用固结在一起的主回两个凸轮来控制同一从动件, 主凸轮驱使从动件逆时针方向摆动; 而回凸轮驱使从动件顺时针方向摆动, 如图 4-7 所示。在等径凸轮机构中, 从动件上装有相对位置不变的两个滚子, 凸轮转动时, 其轮廓能始终与两个滚子保持接触, 如图 4-8 所示。在等宽凸轮机构中, 因与凸轮轮廓线相切的两平底间的距离始终相等, 故凸轮和从动件能始终保持接触, 如图 4-9 所示。但是, 等径凸轮和等宽凸轮都只能在 180° 范围内自由设计其轮廓曲线, 而另 180° 的轮廓曲线必须按照等径或等宽的条件来确定, 因而其从动件运动规律的选择受到一定限制。

将不同类型的凸轮和从动件组合起来, 就可以得到各种不同形式的凸轮机构。设计时, 根据工作要求和场合加以选择, 通常需要考虑以下几方面的因素: 运动学方面的因素(运动形式和空间等), 动力学方面的因素(运转速度和载荷等), 环境方面的因素(环境条件和噪音等), 经济方面因素(加工成本和维护费用等)。

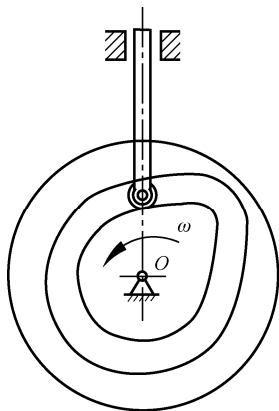


图 4-6 凹槽凸轮

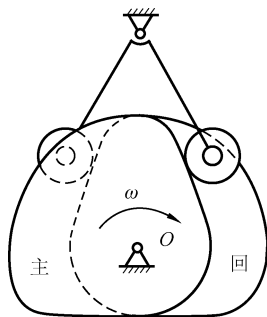
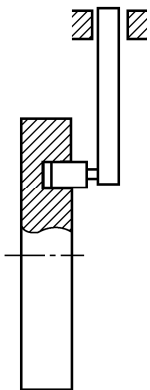


图 4-7 主回凸轮

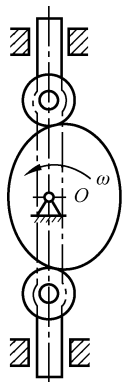


图 4-8 等径凸轮

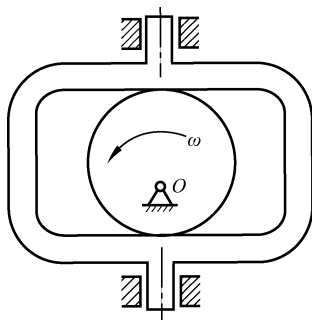


图 4-9 等宽凸轮

3. 凸轮机构的特点

凸轮机构的优点：只须设计出合适的凸轮轮廓，就可使从动件获得所需的运动规律，并且结构简单、紧凑、设计方便，故在机床、纺织机械、轻工机械、印刷机械、机电一体化控制装置中大量应用。

它的缺点：凸轮与从动件之间为点或线接触，易磨损，只宜用于传力不大的场合；凸轮轮廓加工较困难；从动件的行程太大时，会使凸轮变得笨重。

4.2 从动件的运动规律

设计凸轮机构时首先要根据工作要求选择从动件的运动规律，然后根据所选择的从动件运动规律设计出凸轮的轮廓曲线。由于工程实际中对从动件的运动要求是多种多样的，与其相适应的运动规律也各不相同，本节将介绍几种常用的从动件运动规律。

4.2.1 凸轮机构的基本概念和参数

下面以对心尖顶直动从动件盘形凸轮机构为例说明其基本概念和参数，如图 4-10 (a) 所示。

(1) 基圆。凸轮以等角速度 ω 逆时针方向转动。以凸轮的回转中心 O 为圆心，凸轮工作轮廓的最小向径 r_0 为半径所作的圆称为凸轮的基圆， r_0 称为基圆半径。

(2) 推程。当从动件的尖顶与凸轮工作轮廓上的 A 点（从动件导路中心线与基圆的交点）接触时，从动件处于上升的起始位置。当凸轮转过角度 δ_i 时，从动件尖顶被推到距凸轮转动中心 O 最远的位置 B' 处，这个过程称为推程。

(3) 推程运动角。推程中凸轮所转过的角度 δ_i 称为推程运动角。

(4) 远休止角。当凸轮继续转过 δ_s 时，从动件的尖顶与以 O 点为圆心的圆弧 BC 接触时，从动件在最远位置 B' 处停留不动，此时凸轮转过的角度 δ_s 称为远休止角。

(5) 回程。当向径渐减的凸轮轮廓圆弧 CD 与尖顶接触时，从动件以一定运动规律回到起始位置 A 处，这个过程称为回程。

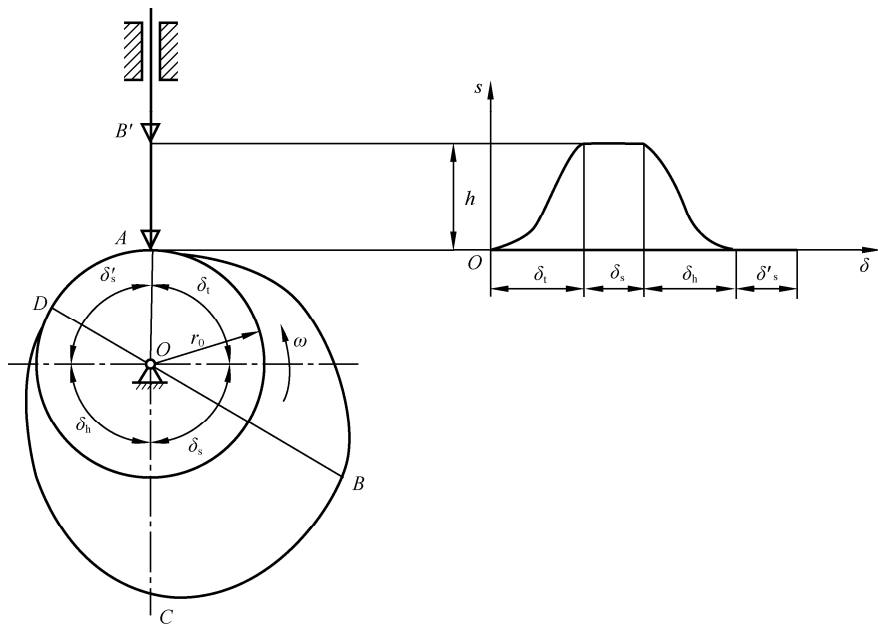
(6) 回程运动角。凸轮在回程中所转过的角度 δ_h 称为回程运动角。

(7) 近休止角。当以 O 点为圆心的圆弧 DA 与尖顶接触时, 从动件在最近位置 A 处停留不动。此时凸轮转过的角度 δ'_s 称为近休止角。

(8) 行程。从动件在推程或回程中移动的距离 h 称为行程。凸轮每转一周, 从动件就重复一次上述的运动过程。

值得注意的是当凸轮以等角速度 ω 沿逆时针转动一周时, 从动件的运动经历了四个阶段: 上升、静止、下降、静止。这是最常见、最典型的运动形式。其运动过程的组合是依据工作实际的需要, 而不是必须经历四个阶段, 可以没有静止阶段, 也可以只有一个静止阶段。

从动件在运动过程中, 其位移 s 、速度 v 和加速度 a 随时间 t 或凸轮转角 δ 的变化规律称为从动件的运动规律。将这些运动规律在直角坐标系中表示出来, 就得到从动件的位移线图、速度线图和加速度线图。图 4-10 (b) 是图 4-10 (a) 盘形凸轮机构的从动件位移线图。



(a) 对心尖顶直动从动件盘形凸轮机构

(b) 从动件位移线图

图 4-10 对心尖顶直动从动件盘形凸轮机构及从动件位移线图

4.2.2 从动件常用的运动规律

凸轮机构的基本运动规律有两类, 一类为多项式运动规律, 如等速运动规律、等加速/等减速运动规律等; 另一类为三角函数运动规律, 如余弦加速度运动规律 (简谐运动规律)、正弦加速度运动规律 (摆线运动规律) 等。

1. 多项式运动规律

多项式运动规律的一般形式为

$$s = C_0 + C_1\delta + C_2\delta^2 + C_3\delta^3 + \cdots + C_n\delta^n \quad (4-1)$$

式中, δ 为凸轮转角; s 为从动件位移; $C_0, C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$ 为 $n+1$ 个待定常数。可利用边界条件来确定。

常用的有一次 ($n=1$) 多项式 (即等速运动规律); 二次 ($n=2$) 多项式 (即等加速等减速运动规律); 五次 ($n=5$) 多项式运动规律。

1) 等速运动规律

当式 (4-1) 中的 $n=1$ 时, 有

$$s = C_0 + C_1 \delta \quad (4-2)$$

$$\text{则} \quad v = \frac{ds}{dt} = C_1 \omega, \quad a = \frac{dv}{dt} = 0$$

推程运动时, 凸轮以等角速度 ω 转动, 当转过推程运动角 δ_t 时所用时间为 $\frac{\delta_t}{\omega}$, 同时从动件等速完成推程 h , 取边界条件:

在始点处 $\delta = 0, s = 0$ 。

在终点处 $\delta = \delta_t, s = h$ 。

则由式 (4-2) 可得 $C_0 = 0, c_1 = \frac{h}{\delta_t}$

故从动件推程运动时运动方程为

$$\begin{cases} s = \frac{h}{\delta_t} \delta \\ v = \frac{h}{\delta_t} \omega \\ a = 0 \end{cases} \quad (4-3a)$$

同理, 从动件做回程运动时, 取边界条件:

在始点处 $\delta = 0, s = h$ 。

在终点处 $\delta = \delta_h, s = 0$ 。

则从动件回程运动时运动方程为

$$\begin{cases} s = h - \frac{h}{\delta_h} \delta \\ v = -\frac{h}{\delta_h} \omega \\ a = 0 \end{cases} \quad (4-3b)$$

由上述可知, 从动件在运动过程中的速度为一常数, 这种运动规律又称为等速运动规律。

值得注意的是无论是推程还是回程, 一律由推程的最低位置作为度量位移 s 的基准, 而凸轮的转角则分别以各段行程开始时凸轮的向径作为度量的基准。

如图 4-11 所示为等速运动规律在推程运动过程中的位移线图、速度线图和加速度线图。由图 4-11 (c) 可见, 在从动件推程开始位置和终止位置处, 由于速度突然改变, 瞬时加速度在理论上趋于无穷大, 因而会产生无穷大的惯性力, 机构由此产生的冲击称为刚性冲击。实际上, 由于构件弹性变形的缓冲作用使得惯性力不会达到无穷大, 但仍将引起机械的振动, 加速凸轮的磨损, 甚至损坏构件。因此等速运动规律一般只用于低速和从动件质量较

小的凸轮机构中。

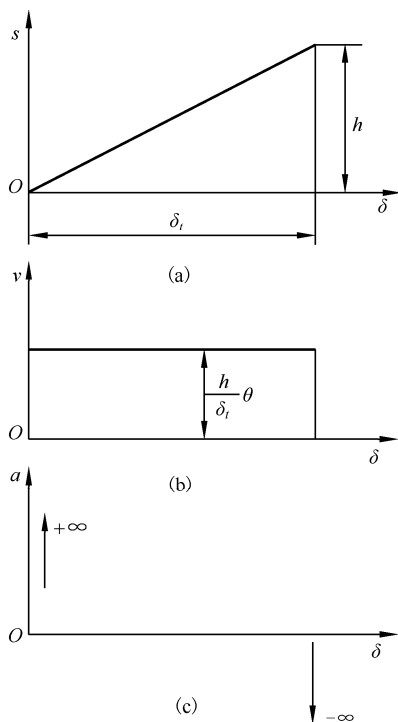


图 4-11 等速运动规律推程过程中的位移线图、速度线图和加速度线图

为了避免刚性冲击或强烈振动,可采用圆弧、抛物线或其他曲线对从动件位移线图的两端点处进行修正。

2) 等加速等减速运动规律

当式(4-1)中的 $n=2$ 时,有

$$s = C_0 + C_1\delta + C_2\delta^2 \quad (4-4)$$

$$\text{则 } v = \frac{ds}{dt} = C_1\omega + 2C_2\omega\delta, \quad a = \frac{dv}{dt} = 2C_2\omega^2$$

在这种运动规律中,凸轮以等角速度 ω 转动,从动件在推程或回程的前半段做等加速运动,从动件在推程或回程的后半段做等减速运动,且在通常的情况下,两部分加速度的绝对值相等。

推程加速段的边界条件:

在始点处 $\delta = 0, s = 0, v = 0$ 。

在终点处 $\delta = \frac{\delta_t}{2}, s = \frac{h}{2}$ 。

则由式(4-4)可得 $C_0 = 0, C_1 = 0, C_2 = \frac{2h}{\delta_t^2}$

故从动件推程加速段的运动方程为

$$\begin{cases} s = \frac{2h}{\delta_t^2} \delta^2 \\ v = \frac{4h\omega}{\delta_t^2} \delta \\ a = \frac{4h\omega^2}{\delta_t^2} \end{cases} \quad (4-5a)$$

式中 δ 的变化范围为 $0 \sim \frac{\delta_t}{2}$ 。

推程减速段的边界条件:

在始点处 $\delta = \frac{\delta_t}{2}$, $s = \frac{h}{2}$ 。

在终点处 $\delta = \delta_t$, $s = h$, $v = 0$ 。

则由式 (4-4) 可得 $C_0 = -h$, $C_1 = \frac{4h}{\delta_t}$, $C_2 = \frac{-2h}{\delta_t^2}$

故从动件推程减速段的运动方程为

$$\begin{cases} s = h - \frac{2h}{\delta_t^2} (\delta_t - \delta)^2 \\ v = \frac{4h\omega}{\delta_t^2} (\delta_t - \delta) \\ a = -\frac{4h\omega^2}{\delta_t^2} \end{cases} \quad (4-5b)$$

式中 δ 的变化范围为 $\frac{\delta_t}{2} \sim \delta_t$ 。

同理, 从动件做回程加速段运动时, 取边界条件:

在始点处 $\delta = 0$, $s = h$, $v = 0$ 。

在终点处 $\delta = \frac{\delta_h}{2}$, $s = \frac{h}{2}$ 。

则从动件回程加速段运动方程为

$$\begin{cases} s = h - \frac{2h}{\delta_h^2} \delta^2 \\ v = -\frac{4h\omega}{\delta_h^2} \delta \\ a = -\frac{4h\omega^2}{\delta_h^2} \end{cases} \quad (4-5c)$$

式中 δ 的变化范围为 $0 \sim \frac{\delta_h}{2}$ 。

从动件做回程减速段运动时, 取边界条件:

在始点处 $\delta = \frac{\delta_h}{2}$, $s = \frac{h}{2}$ 。

在终点处 $\delta = \delta_h$, $s = 0$, $v = 0$ 。

则从动件回程减速段运动方程为:

$$\begin{cases} s = \frac{2h}{\delta_h^2}(\delta_h - \delta)^2 \\ v = -\frac{4h\omega}{\delta_h^2}(\delta_h - \delta) \\ a = \frac{4h\omega^2}{\delta_h^2} \end{cases} \quad (4-5d)$$

式中 δ 的变化范围为 $\frac{\delta_h}{2} \sim \delta_h$ 。

如图 4-12 所示为等加速等减速运动规律在推程过程中的运动线图。

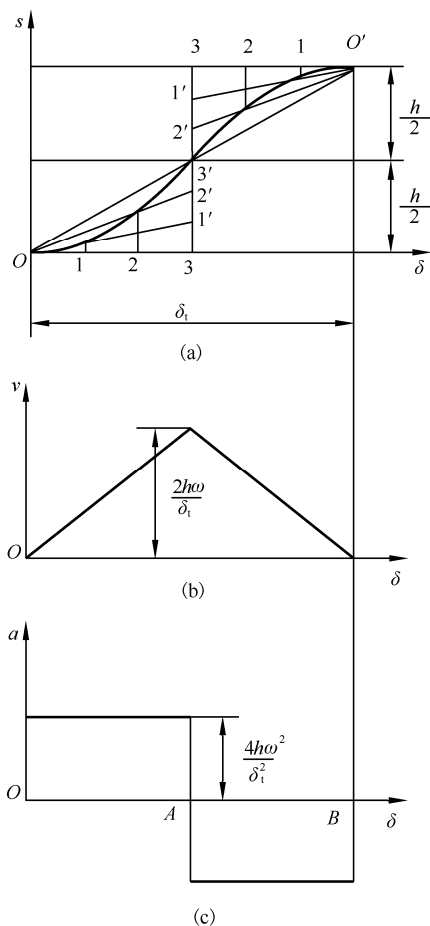


图 4-12 等加速/等减速运动规律在推程过程中的运动线图

等加速等减速运动规律位移线图 (如图 4-12 (a) 所示) 的作法如下: 取适当的长度比例尺 μ_l 和角度比例尺 μ_δ , 按长度比例尺在纵坐标轴上量得行程 h , 按角度比例尺在横坐标轴上量得推程运动角 δ_i ; 将 $\delta_i/2$ 和 $h/2$ 对应分成相同的若干等份 (图中为三等份), 得分点 1、2、3 和 1'、2'、3'; 连接 01'、02'、03', 过点 1、2、3 作纵坐标轴的平行线, 使与 01'、02'、03' 分别交于诸点; 用光滑曲线连接诸交点, 即为等加速段的位移曲线。等减

速段的抛物线可以用同样的方法依相反的顺序画出。在一个推程中，其位移线图为相反弯曲方向的两段抛物线。

加速度线图 [如图 4-12 (c) 所示] 为平行于横坐标轴的两段直线，这种运动规律在 O 、 A 、 B 点处加速度发生有限值的突然变化，从而产生有限的惯性力，机构由此产生的冲击称为柔性冲击。由于柔性冲击存在，凸轮机构在高速运动时，将产生严重的振动、噪音和磨损，因此等加速等减速运动规律适用于中速、轻载的场合。

3) 五次多项式运动规律

当采用五次多项式运动规律时，其表达式为

$$\begin{cases} s = C_0 + C_1\delta + C_2\delta^2 + C_3\delta^3 + C_4\delta^4 + C_5\delta^5 \\ v = \frac{ds}{dt} = C_1\omega + 2C_2\omega\delta + 3C_3\omega\delta^2 + 4C_4\omega\delta^3 + 5C_5\omega\delta^4 \\ a = \frac{dv}{dt} = 2C_2\omega^2 + 6C_3\omega^2\delta + 12C_4\omega^2\delta^2 + 20C_5\omega^2\delta^3 \end{cases} \quad (4-6)$$

从动件在推程运动过程中，取边界条件：

在始点处 $\delta = 0$ ， $s = 0$ ， $v = 0$ ， $a = 0$ 。

在终点处 $\delta = \delta_t$ ， $s = h$ ， $v = 0$ ， $a = 0$ 。

则由式 (4-6) 可得 $C_0 = C_1 = C_2 = 0$ ， $C_3 = \frac{10h}{\delta_t^3}$ ， $C_4 = \frac{-15h}{\delta_t^4}$ ， $C_5 = \frac{6h}{\delta_t^5}$

故从动件推程运动时运动方程为

$$\begin{cases} s = h \left(\frac{10}{\delta_t^3} \delta^3 - \frac{15}{\delta_t^4} \delta^4 + \frac{6}{\delta_t^5} \delta^5 \right) \\ v = h\omega \left(\frac{30}{\delta_t^3} \delta^2 - \frac{60}{\delta_t^4} \delta^3 + \frac{30}{\delta_t^5} \delta^4 \right) \\ a = h\omega^2 \left(\frac{60}{\delta_t^3} \delta - \frac{180}{\delta_t^4} \delta^2 + \frac{120}{\delta_t^5} \delta^3 \right) \end{cases} \quad (4-7a)$$

从动件在回程运动过程中，取边界条件：

在始点处 $\delta = 0$ ， $s = h$ ， $v = 0$ ， $a = 0$ 。

在终点处 $\delta = \delta_h$ ， $s = 0$ ， $v = 0$ ， $a = 0$ 。

故从动件回程运动时运动方程为

$$\begin{cases} s = h - h \left(\frac{10}{\delta_h^3} \delta^3 - \frac{15}{\delta_h^4} \delta^4 + \frac{6}{\delta_h^5} \delta^5 \right) \\ v = -h\omega \left(\frac{30}{\delta_h^3} \delta^2 - \frac{60}{\delta_h^4} \delta^3 + \frac{30}{\delta_h^5} \delta^4 \right) \\ a = -h\omega^2 \left(\frac{60}{\delta_h^3} \delta - \frac{180}{\delta_h^4} \delta^2 + \frac{120}{\delta_h^5} \delta^3 \right) \end{cases} \quad (4-7b)$$

如图 4-13 所示为五次多项式运动规律在推程过程中的运动线图。其加速度曲线连续，理论上不存在冲击，运动平稳性好，可用于高速凸轮机构。

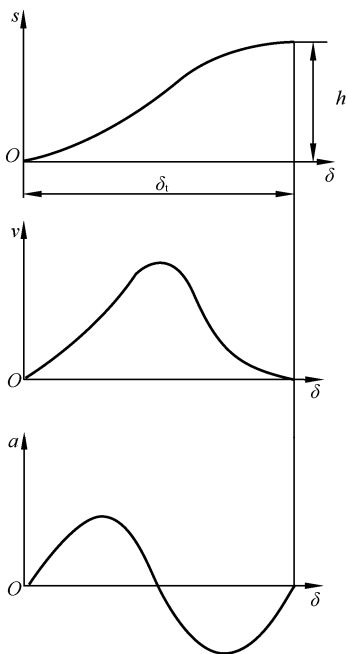


图 4-13 五次多项式运动规律在推程过程中的运动线图

2. 三角函数运动规律

常用的三角函数运动规律有余弦加速度运动规律和正弦加速度运动规律。

1) 余弦加速度运动规律

当质点在圆周上作匀速运动时，其在该圆直径（即纵轴）上的投影所构成的运动称为简谐运动。从动件作简谐运动时，其加速度按余弦规律变化，故简谐运动规律又称为余弦加速度运动规律。

如图 4-14 (a) 所示，设以从动件的行程 h 为半径作一圆，从动件的位移为

$$s = \frac{h}{2} - \frac{h}{2} \cos \theta = \frac{h}{2} (1 - \cos \theta)$$

因当凸轮转角 $\delta = \delta_t$ 时， $\theta = \pi$ ，故得 $\theta = \frac{\pi}{\delta_t} \delta$ ，代入上式后并对时间求导数，可得余弦

加速度运动规律推程时的运动方程为

$$\begin{cases} s = \frac{h}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{\pi}{\delta_t} \delta \right) \right] \\ v = \frac{h\pi\omega}{2\delta_t} \sin \left(\frac{\pi}{\delta_t} \delta \right) \\ a = \frac{h\pi^2\omega^2}{2\delta_t^2} \cos \left(\frac{\pi}{\delta_t} \delta \right) \end{cases} \quad (4-8a)$$

同理也可得余弦加速度运动规律回程时的运动方程为

$$\begin{cases} s = \frac{h}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi}{\delta_h} \delta \right) \right] \\ v = -\frac{h\pi\omega}{2\delta_h} \sin \left(\frac{\pi}{\delta_h} \delta \right) \\ a = -\frac{h\pi^2\omega^2}{2\delta_h^2} \cos \left(\frac{\pi}{\delta_h} \delta \right) \end{cases} \quad (4-8b)$$

如图 4-14 所示为余弦加速度运动规律在推程过程中的运动线图。

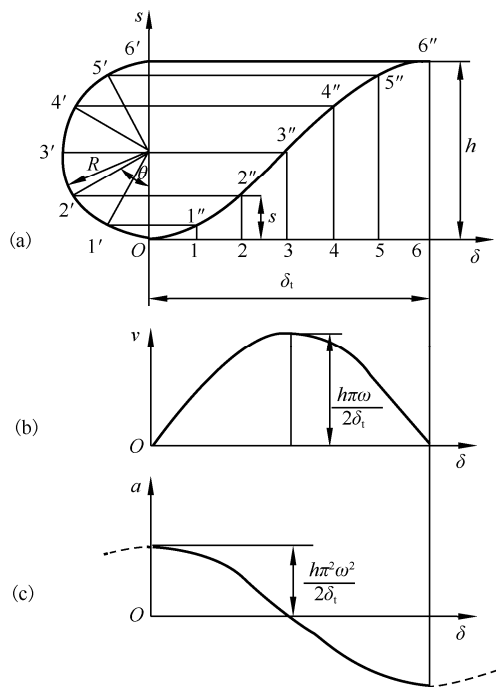


图 4-14 余弦加速度运动规律推程过程中的运动线图

余弦加速度运动规律位移线图 (如图 4-14 (a) 所示) 的作法如下: 把从动件的行程 h 作为直径画半圆, 将此半圆分成若干等份 (图中为六等份), 得 $1'$ 、 $2'$ 、 $3'$ 、 $4'$ 、 $5'$ 、 $6'$ 点。再把凸轮推程运动角 δ_i 也分成相应等份 (六等份) 1 、 2 、 3 、 4 、 5 、 6 并作垂线, 然后将圆周上的等分点投影到相应的垂线上得不同的点 $1''$ 、 $2''$ 、 $3''$ 、 $4''$ 、 $5''$ 、 $6''$, 用光滑的曲线连接这些点即得从动件的位移线图。

余弦加速度运动规律的加速度图线如图 4-14 (c) 所示, 曲线不连续。在行程的开始和终止位置, 加速度有有限值的突变, 会引起柔性冲击。当远近休止角均为零时, 才可以获得连续的加速度曲线 (图 4-14 中的虚线所示), 避免冲击。

2) 正弦加速度运动规律

当滚圆沿纵坐标轴作匀速纯滚动时, 圆周上一点的轨迹为一条摆线, 此时该点在纵坐标轴上的投影随时间变化的规律即为摆线运动规律。从动件作摆线运动时, 其加速度按正弦规律变化, 故摆线运动规律又称为正弦加速度运动规律。设从动件的加速度为

$$a = C_1 \sin\left(2\pi \frac{t}{t_0}\right)$$

式中 C_1 为常数，则从动件的速度及位移分别为

$$v = \int a dt = -C_1 \frac{t_0}{2\pi} \cos\left(2\pi \frac{t}{t_0}\right) + C_2$$

$$s = \int v dt = -C_1 \frac{t_0^2}{4\pi^2} \sin\left(2\pi \frac{t}{t_0}\right) + C_2 t + C_3$$

由推程的初始条件可知，当 $t=0$ 时， $v=0$ ，所以 $C_2 = C_1 \frac{t_0}{2\pi}$ 。

当 $t=0$ 时， $s=0$ ，所以 $C_3=0$ 。

当 $t=t_0$ 时， $s=h = C_1 \frac{t_0^2}{2\pi}$ ，则 $C_1 = \frac{2\pi h}{t_0^2}$ ，因而 $C_2 = \frac{h}{t_0}$ 。

将常数 C_1 、 C_2 和 C_3 带入从动件的位移速度加速度式，将 t 和 t_0 用 δ 和 δ_t 代换，整理后可得出正弦加速度运动规律推程时的运动方程为

$$\begin{cases} s = h \left[\frac{\delta}{\delta_t} - \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{\delta_t} \delta\right) \right] \\ v = \frac{h\omega}{\delta_t} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\delta_t} \delta\right) \right] \\ a = \frac{2h\pi\omega^2}{\delta_t^2} \sin\left(\frac{2\pi}{\delta_t} \delta\right) \end{cases} \quad (4-9a)$$

同理也可得正弦加速度运动规律回程时的运动方程为

$$\begin{cases} s = h \left[1 - \frac{\delta}{\delta_h} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{\delta_h} \delta\right) \right] \\ v = -\frac{h\omega}{\delta_h} \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi}{\delta_h} \delta\right) \right] \\ a = -\frac{2h\pi\omega^2}{\delta_h^2} \sin\left(\frac{2\pi}{\delta_h} \delta\right) \end{cases} \quad (4-9b)$$

如图 4-15 所示为正弦加速度运动规律在推程过程中的运动线图。

正弦加速度运动规律位移线图（如图 4-15（a）所示）的作法如下：以半径 $R = h/2\pi$ 的圆沿纵坐标滚动一圈，其周长 $2\pi R$ 刚好等于从动件的行程 h ，圆上任一点的轨迹是一条摆线。画出坐标轴，以行程 h 和对应的凸轮转角 δ_t 为两边作一矩形，并作矩形对角线 OQ ；将代表 δ_t 的线段分成若干等份（图中为 8 等份），得 1、2、3、4、5、6、7、8 点，过等分点作横坐标轴的垂线；以坐标原点 O 为圆心，以 $R = h/2\pi$ 为半径，按 δ_t 的等份数等分此圆周，将圆周上的等分点向纵坐标投影，并过各投影点作 OQ 的平行线，这些平行线与上述各垂线对应相交得不同的点 $1''$ 、 $2''$ 、 $3''$ 、 $4''$ 、 $5''$ 、 $6''$ 、 $7''$ 、 $8''$ ，将这些交点连成一光滑曲线，即为从动件的位移线图。

正弦加速度运动规律加速度图线（如图 4-15（c）所示）曲线连续，理论上不存在冲击，

适用于高速传动。

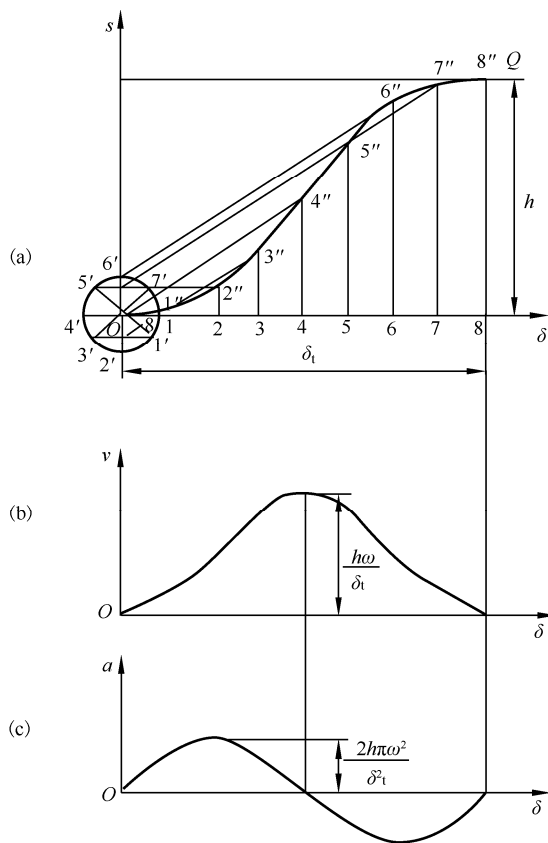


图 4-15 正弦加速度运动规律推程过程中的运动线

3. 组合型运动规律

上面介绍的几种运动规律是凸轮机构中从动件常用的基本运动规律。随着现代制造技术的提高，单一的运动规律已不能满足工程的需要。必须把几种基本运动规律进行组合形成组合型运动规律，所谓组合型运动规律即将工艺选定但特性较差的运动规律与特性较好的运动规律组合起来以改善其运动特性。例如等加速/等减速运动规律，其加速度有突变，因此在加速度突变处，用正弦加速度曲线过渡而构成改进梯形加速度运动规律。这样既具有等加速/等减速运动规律最大加速度值较小的优点，又消除了柔性冲击，从而具有较好的动力性能，可用于凸轮的高速运动。其运动图线如图 4-16 所示。在加速度图线中，由三段曲线组成。第一段 ($0 \sim \delta_t/8$) 和第三段 ($\delta_t/8 \sim \delta_t$) 为周期等于 $\delta_t/2$ 的 $1/4$ 波正弦加速度曲线，第二段是等加速/等减速运动线图，这几段曲线在拼接处相切形成连续而光滑的加速度曲线。

特别注意的是，当采用不同的运动规律构成组合运动规律时，它们的运动线图应保持连续，即在连接点处的位移、速度和加速度应分别相等。同时各段不同的运动规律要有较好的动力性能和工艺性。

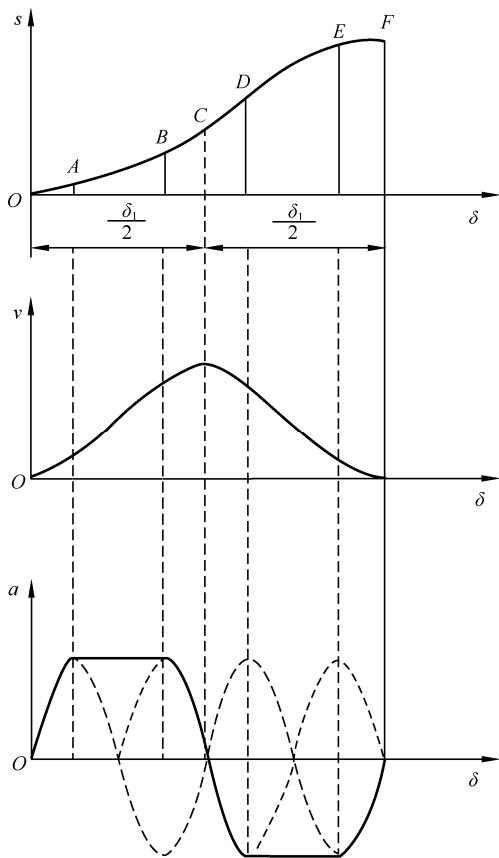


图 4-16 改进等加速等减速运动规律

4.2.3 从动件运动规律的选择

选择从动件运动规律时，首先需要满足机器的工作要求，同时还应使凸轮机构具有良好的传力特性和所设计的凸轮轮廓便于加工等。例如机床中控制刀架进给的凸轮机构，为使机床工作载荷稳定、加工出表面光滑的零件，其进刀行程可选择等速运动规律；为使退刀时刀具快速离开工件，并减少冲击，退刀行程常选取等加速/等减速运动规律。特别是对于速度较高的凸轮机构，即使机器工作时对从动件的运动规律没有特定要求，但考虑到机构的速度较高，若从动件的运动规律选择不当，会使凸轮机构的磨损加剧、使用寿命降低，甚至影响到凸轮机构的正常工作。因此，在选择运动规律时，除考虑刚性冲击和柔性冲击外，还应对各种运动规律所具有的最大速度 v_{\max} 和最大加速度 a_{\max} 及其影响加以比较。一般 v_{\max} 越大，动量 mv 也越大，从动件易出现极大的冲击，危及设备和操作者的人身安全。 a_{\max} 越大，惯性力越大，对机构的强度和耐磨性要求也越高。现将几种常用运动规律和部分改进型运动规律的 v_{\max} 、 a_{\max} 及冲击特性列于表 4-1，供选择时参考。

表 4-1 从动件常用运动规律特性比较

运动规律	最大速度 v_{\max} $(h\omega / \delta_1) \times$	最大加速度 a_{\max} $(h\omega^2 / \delta_1^2) \times$	冲击	应用范围
等速	1.00	∞	刚性	低速轻载
等加速等减速	2.00	4.00	柔性	中速轻载
五次多项式	1.88	5.77	无	高速中载
简谐（余弦加速度）	1.57	4.93	柔性	中速中载
摆线（正弦加速度）	2.00	6.28	无	高速轻载
改进等速运动	1.33	8.38	无	低速重载
改进等加速/等减速	2.00	4.89	无	高速轻载

值得注意的是上述各种运动规律方程式是以直动从动件为对象来推导的，如为摆动从动件，则应将式中的 h 、 s 、 v 和 a 分别更换为行程角 ψ_m 、角位移 ψ 、角速度 ω 和角加速度 ε 。摆动从动件凸轮机构运动线图具有的运动特性与上述相同。

4.3 盘形凸轮轮廓曲线的设计

当根据工作要求确定了凸轮的类型、基本参数及从动件的运动规律后，按照结构所允许的空间和具体要求，即可进行凸轮的轮廓曲线设计。凸轮轮廓曲线设计方法有图解法和解析法。它们所依据的设计原理是相同的。图解法简便直观，对于一般机械，用图解法设计凸轮工作轮廓，可以满足使用要求。计算机辅助设计和计算机辅助制造（CAD / CAM）为用解析法设计和制造凸轮创造了条件，解析法适用于精度要求较高的高速凸轮、靠模凸轮等。本节介绍盘形凸轮轮廓曲线的设计原理和方法。

4.3.1 凸轮轮廓曲线设计的基本原理

由于当凸轮机构工作时，凸轮和从动件都在运动，而在绘制凸轮轮廓曲线时，需要使凸轮与图纸平面保持相对静止，为此设计凸轮轮廓曲线采用了“反转法”原理。

下面以图 4-17 所示的对心尖顶直动从动件盘形凸轮机构为例说明这种方法的原理。

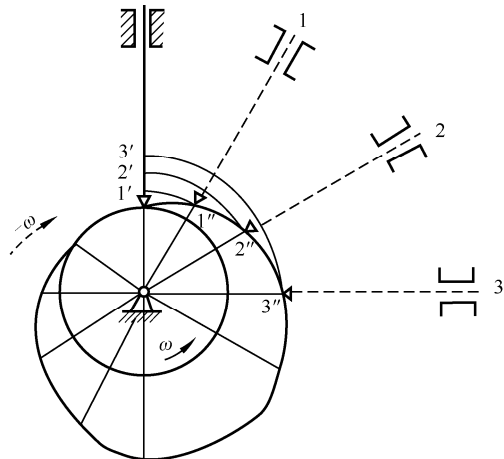


图 4-17 反转法原理

凸轮以等角速度 ω 逆时针方向转动时, 从动件将按预期的运动规律在导路中上下往复运动。根据相对运动原理, 若给整个机构加上一个绕凸轮回转中心 O 的公共角速度 $-\omega$ 后, 则机构各构件间的相对运动不变, 此时凸轮相对静止, 而从动件一方面随机架和导路以角速度 $-\omega$ 绕 O 点转动, 另一方面又在导路中按原来的运动规律作往复运动。由于尖顶始终与凸轮轮廓相接触, 所以反转后尖顶的运动轨迹就是凸轮的轮廓曲线。

凸轮机构各构件运动参数的变化可用表 4-2 表示。

表 4-2 反转法原理

构件	机构的实际运动	给整个机构加上 $-\omega$	反转后的结果	说明
凸轮	ω	$\omega + (-\omega)$	0	静止不动
从动件	v	$v + (-\omega)$	移动+转动	做复合运动, 尖顶运动轨迹为凸轮轮廓曲线
机架	固定	固定 $+(-\omega)$	转动	绕凸轮转动, 中心转动

4.3.2 用图解法设计盘形凸轮轮廓曲线

1. 直动从动件盘形凸轮轮廓曲线的绘制

1) 尖顶对心直动从动件盘形凸轮

如图 4-18 (a) 所示为对心尖顶直动从动件盘形凸轮机构。

已知凸轮以等角速度 ω 顺时针方向转动, 基圆半径 $r_0 = 30\text{mm}$, 从动件的行程 $h = 30\text{mm}$, 从动件的运动规律如下: $\delta_1 = 120^\circ$, $\delta_s = 60^\circ$, $\delta_h = 120^\circ$, $\delta'_s = 60^\circ$, 从动件在推程以等速运动规律上升, 在回程以等加速/等减速运动规律返回原处。

尖顶对心直动从动件盘形凸轮工作轮廓绘制步骤:

(1) 选取适当的比例尺, 绘制从动件的位移线图: 取长度比例尺 $\mu_l = 2\text{mm/mm}$, 角度比例尺 $\mu_\delta = 6^\circ/\text{mm}$, 绘制从动件位移线图 [如图 4-18 (b) 所示], 并将推程运动角 4 等分, 回程运动角 4 等分, 得分点 1、2、…、10, 各分点处对应的从动件位移量为 $11'$ 、 $22'$ 、…、 $99'$ 。

(2) 作基圆并确定尖顶从动件的起始位置 [如图 4-18 (a) 所示]: 取相同的比例尺 μ_l , 以 O 为圆心, 以 $r_0 / \mu_l = 30 / 2 \text{ mm} = 15\text{mm}$ 为半径画基圆; 过 O 点画从动件导路与基圆交于点 A_0 , A_0 点即为从动件尖顶的起始位置。

(3) 找出尖顶从动件反转过程中所占据的导路位置: 自 OA 开始沿 $-\omega$ 方向量取推程运动角、远休止角、回程运动角和近休止角分别为 120° 、 60° 、 120° 、 60° , 并将其分成与位移线图中对应的等分, 在基圆上得到 A'_1 、 A'_2 、 A'_3 、…。作射线 OA'_1 、 OA'_2 、 OA'_3 、…, 即为从动件反转过程中导路所在的各个位置。

(4) 绘制凸轮工作轮廓: 在基圆圆周以外沿以上导路截取对应位移量, 即取 $A_1A'_1 = 11'$ 、 $A_2A'_2 = 22'$ 、 $A_3A'_3 = 33'$ 、…, 得反转后尖顶的一系列位置 A_1 、 A_2 、 A_3 、…。将 A_0 、 A_1 、 A_2 、 A_3 、…连成光滑的曲线, 便得到凸轮轮廓曲线。

需要说明的是用图解法绘制凸轮工作轮廓时, 推程运动角和回程运动角的等分数目不一定相同, 要根据运动规律的复杂程度和精度要求来决定, 等分数目越多, 绘制的凸轮轮廓准确度就越高。

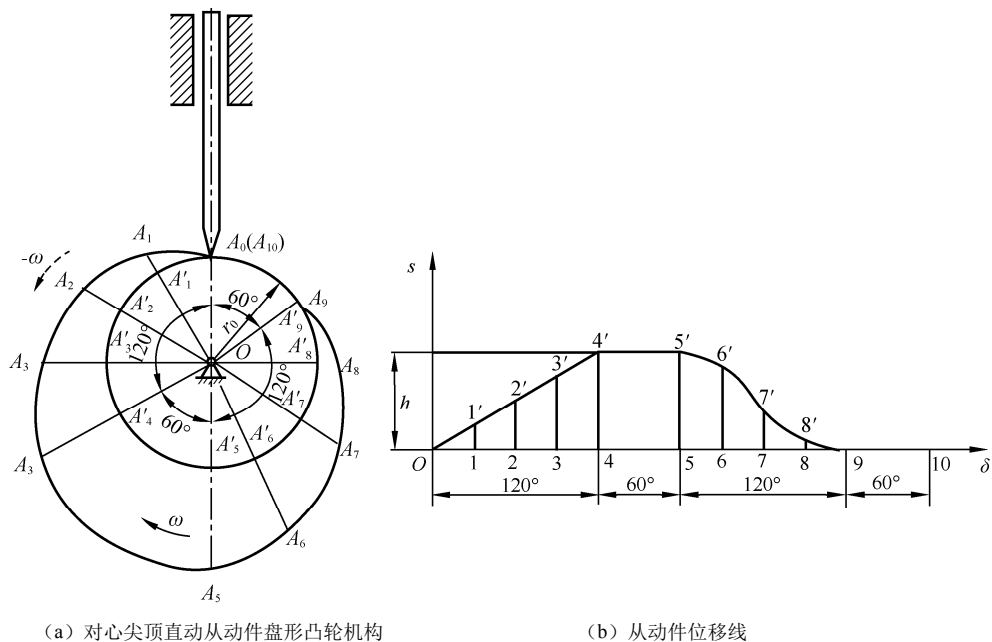


图 4-18 对心尖顶直动从动件盘形凸轮轮廓曲线的作图法设计

2) 偏置尖顶直动从动件盘形凸轮

如图 4-19 (a) 所示为偏置尖顶直动从动件盘形凸轮机构, 凸轮转动中心 O 到从动件导路中心线的距离 e 称为偏距。以 O 为圆心、偏距 e 为半径所作的圆称为偏距圆。

已知凸轮以等角速度 ω 顺时针方向转动, 基圆半径 $r_0 = 30\text{mm}$, $e = 10\text{mm}$, 从动件的运动规律如下: $\delta_1 = 120^\circ$, $\delta_s = 60^\circ$, $\delta_h = 120^\circ$, $\delta'_s = 60^\circ$, 从动件在推程以等加速/等减速运动规律上升, 在回程以等速运动规律返回原处。

偏置尖顶直动从动件盘形凸轮工作轮廓绘制步骤:

(1) 选取适当的比例尺, 绘制从动件的位移线图, 如图 4-19 (b) 所示。

(2) 作基圆和偏距圆并确定尖顶从动件的起始位置, 如图 4-19 (a) 所示: 取相同的比例尺 μ_l , 以 O 为圆心, 画出偏距圆和基圆, 以导路与基圆的交点 A_0 作为从动件的起始位置。

(3) 找出尖顶从动件反转过程中所占据的导路位置: 自 OA 开始沿 $-\omega$ 方向在偏距圆上量取推程运动角、远休止角、回程运动角和近休止角分别为 120° 、 60° 、 120° 、 60° , 并将其分成与位移线图中对应的等分, 再过这些等分点分别作偏距圆的切线与基圆交于点 A'_1 、 A'_2 、 A'_3 、 \dots 。即为从动件反转过程中导路所在的各个位置。

(4) 绘制凸轮工作轮廓: 沿各切线在基圆圆周以外截取从动件位移线图上对应位移量, 得反转后尖顶的一系列位置 A_1 、 A_2 、 A_3 、 \dots 。将 A_0 、 A_1 、 A_2 、 A_3 、 \dots 连成光滑的曲线, 便得到凸轮轮廓曲线。

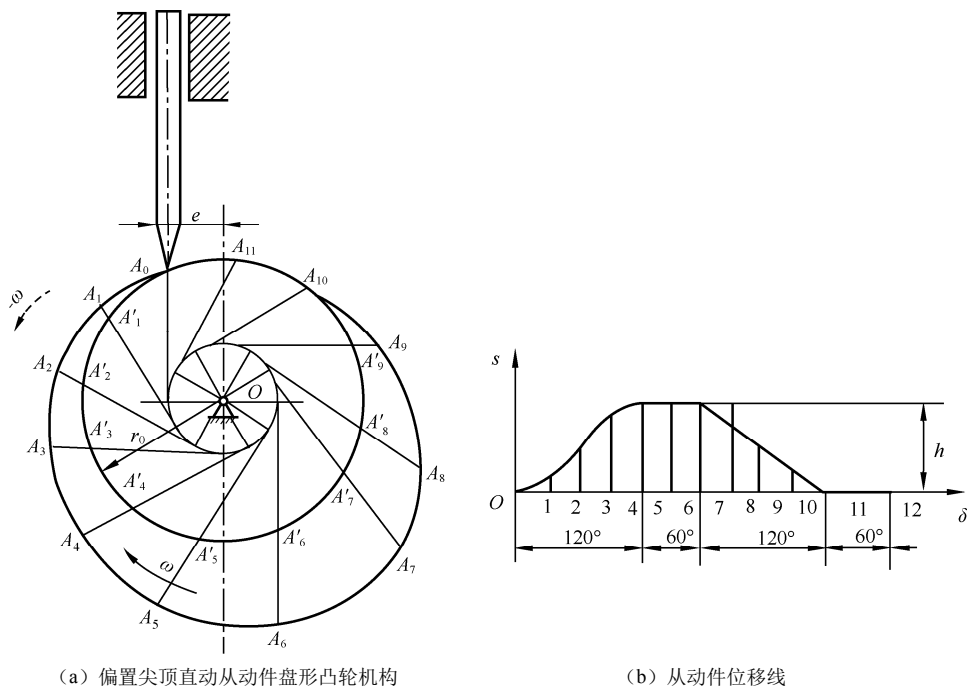


图 4-19 偏置尖顶直动从动件盘形凸轮轮廓曲线的作图法设计

3) 滚子从动件盘形凸轮

如图 4-20 所示为对心滚子直动从动件盘形凸轮机构。

滚子直动从动件凸轮机构在运动过程中, 滚子一方面随从动件一起移动, 另一方面又绕自身轴线转动。除滚子中心与从动件的运动规律相同外, 滚子上其他各点与从动件的运动规律都不相同。因此, 只能根据滚子中心的运动规律进行设计。为此, 可以把滚子中心看作尖顶从动件的尖顶, 按照前述方法绘制尖顶从动件的凸轮轮廓曲线 β_0 , 称为凸轮机构的理论轮廓曲线; 再以理论轮廓曲线 β_0 上各点为圆心, 以滚子半径 r_r 为半径, 按照相同的比例尺画一系列圆, 这些圆族的内包络线 β 即为滚子从动件盘形凸轮的实际工作轮廓曲线, 同时滚子还可以包络出一条外包络线。如果改变滚子半径 r_r , 则将得到一个新的实际工作轮廓, 而从动件的运动规律却保持不变。滚子从动件盘形凸轮的基圆半径 r_0 通常是指理论轮廓曲线的基圆半径。显然, 凸轮实际轮廓的最小半径等于凸轮基圆半径减去滚子半径。

必须说明的是, 凸轮实际工作轮廓曲线与理论轮廓曲线之间在滚子与实际工作轮廓接触点处的法线方向上是等距曲线。

4) 平底直动从动件盘形凸轮

如图 4-21 所示为平底直动从动件盘形凸轮机构。

当从动件端部为平底时, 凸轮工作轮廓的绘制方法也与尖顶从动件时相仿。将从动件的平底与导路中心线的交点 B_0 看作从动件的尖顶, 用尖顶从动件凸轮轮廓的画法找出尖顶的一系列位置 B_1 、 B_2 、 B_3 、 \dots ; 然后过这些点分别画出从动件平底的各个位置, 并作这些平底的包络线, 即得平底从动件盘形凸轮的工作轮廓。由图 4-21 可见, 从动件平底与凸轮工作轮廓的切点是随机机构位置变化的, 为了保证平底始终与工作轮廓接触, 平底左、右两侧的长度应分别大于导路中心线至左、右最远切点的距离 m 、 n 。为了使平底从动件始终保

持与凸轮实际轮廓相切，应要求凸轮实际轮廓曲线全部为外凸曲线。

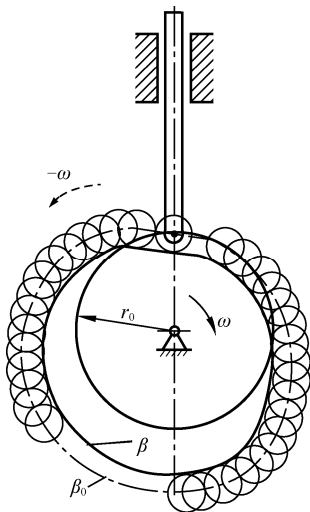


图 4-20 对心滚子直动从动件盘形凸轮机构

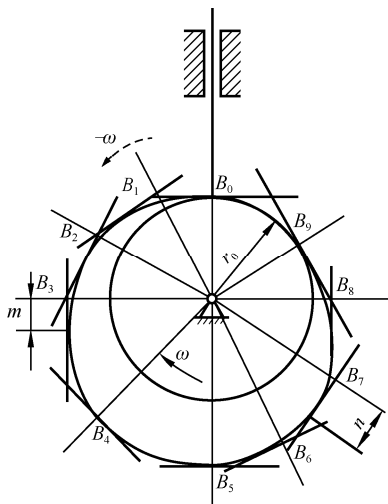


图 4-21 平底直动从动件盘形凸轮机构

2. 摆动从动件盘形凸轮轮廓曲线的绘制

如图 4-21 所示为尖顶摆动从动件盘形凸轮机构。

已知从动件的角位移线图 [如图 4-22 (b) 所示]，凸轮与摆动从动件的中心距 l_{OA} ，摆动从动件的长度 l_{AB} ，凸轮的基圆半径 r_0 ，凸轮以等角速度 ω 顺时针方向回转，推程时从动件逆时针摆动，根据“反转法”原理尖顶摆动从动件盘形凸轮轮廓曲线的绘制步骤如下：

(1) 选取适当的比例尺 u_1 ，根据 l_{OA} 定出 O 点和 A_0 点的位置，以 O 为圆心、以 r_0 为半径作基圆，再以 A_0 为圆心、 l_{AB} 为半径作圆弧交基圆于 B_0 (C_0) 点，该点即为从动件尖顶的起始位置。若要求从动件推程中顺时针摆动，则 B_0 (C_0) 点应在图中 OA_0 的左侧，如图 4-22 (a) 所示。

(2) 以 O 为圆心、 OA_0 为半径画圆，自 OA_0 开始，并沿 $-\omega$ 的方向取角 δ_1 、 δ_h 、 δ_s ，再将 δ_1 、 δ_h 各分为与从动件的角位移线图 [如图 4-22 (b) 所示] 相对应的若干等分，得 A_1 、 A_2 、 A_3 、 \dots 各点，即为从动件回转中心在反转过程中所占的各个位置。

(3) 以 A_1 、 A_2 、 A_3 、 \dots 各点为圆心、 l_{AB} 为半径画圆弧与基圆交于 C_1 、 C_2 、 C_3 、 \dots ，并作 $\angle C_1A_1B_1$ 、 $\angle C_2A_2B_2$ 、 $\angle C_3A_3B_3$ 、 \dots ，分别等于从动件相应位置的摆角 ψ_1 、 ψ_2 、 ψ_3 、 \dots ，各角边 A_1B_1 、 A_2B_2 、 A_3B_3 、 \dots 与相应圆弧的交点为 B_1 、 B_2 、 B_3 、 \dots 。

(4) 将 B_1 、 B_2 、 B_3 、 \dots 连成光滑的曲线，即得到所求的凸轮轮廓曲线。

若采用滚子或平底从动件，则上述所得凸轮轮廓曲线即为理论轮廓曲线，其实际工作轮廓曲线可按前述方法作出。

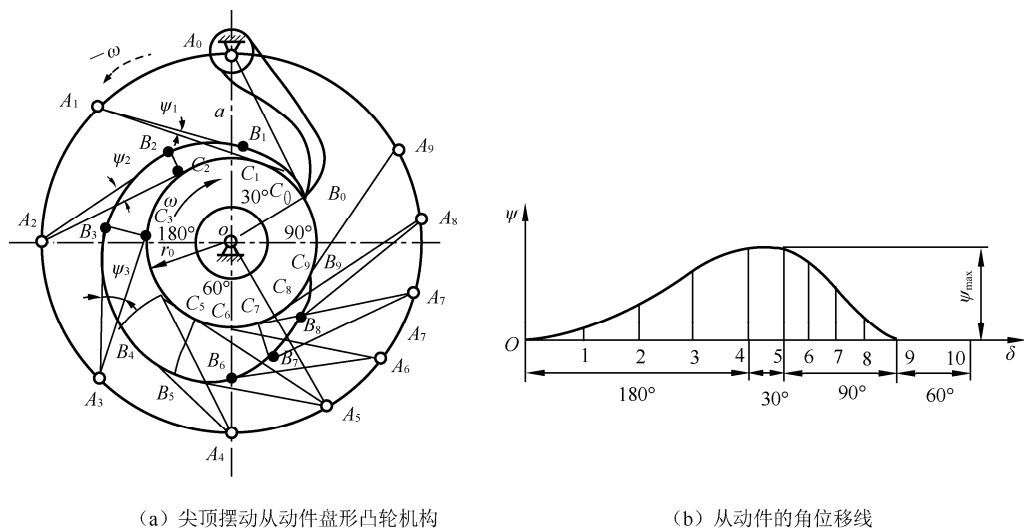


图 4-22 尖顶摆动从动件盘形凸轮轮廓曲线的作图法设计

4.3.3 用解析法设计盘形凸轮轮廓曲线

用图解法设计凸轮简便、直观，但作图误差较大，难以获得凸轮轮廓曲线上各点的精确坐标，按图解法所设计的凸轮只能用于低速或不重要的场合。对于精度较高的高速凸轮、检验用的样板凸轮等需要用解析法设计，以适合数控机床加工。用解析法设计凸轮轮廓曲线的实质是建立凸轮的理论轮廓曲线方程和实际工作轮廓曲线方程。

1. 滚子直动从动件盘形凸轮机构

1) 理论轮廓曲线方程

如图 4-23 所示为偏置滚子直动从动件盘形凸轮机构。

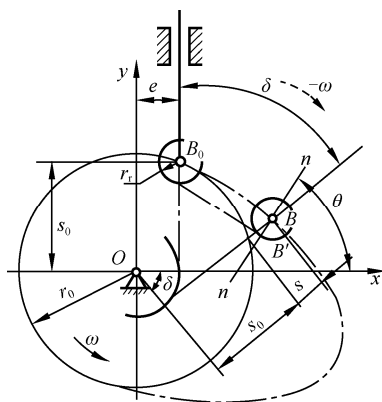


图 4-23 滚子直动从动件盘形凸轮轮廓曲线的解析法设计

已知：凸轮以等角速度 ω 逆时针转动、基圆半径 r_0 、偏距 e 、滚子半径 r_f 和从动件的运动规律 $s = s(\delta)$ 。

以凸轮的回转中心 O 为原点，建立如图 4-23 所示的坐标系 Oxy 。 B_0 点为凸轮推程段轮廓线的起始点。当凸轮自初始位置转过角 δ 时，从动件上升位移 s ，这时滚子中心将从

$B_0(s_0, e)$ 外移 s 到达 B 。根据反转法原理, 此时滚子中心 B 点的坐标即为凸轮理论轮廓曲线上的对应点的坐标为

$$\begin{cases} x = (s_0 + s) \sin \delta + e \cos \delta \\ y = (s_0 + s) \cos \delta - e \sin \delta \end{cases} \quad (4-10)$$

式 (4-10) 即为滚子直动从动件盘形凸轮理论轮廓曲线的直角坐标参数方程, 其中 $s_0 = \sqrt{r_0^2 - e^2}$ 。

对于尖顶直动从动件盘形凸轮, 式 (4-10) 即为其实际工作轮廓曲线的直角坐标参数方程。

2) 实际工作轮廓曲线方程

对于滚子直动从动件凸轮机构, 其实际工作轮廓曲线是滚子圆族的包络线。其实际工作轮廓曲线是理论轮廓曲线的法向等距曲线, 且距离为滚子的半径 r_f , 因此如果已知理论轮廓曲线上的任一点 $B(x, y)$, 沿理论轮廓曲线在该点处法线方向上取距离为 r_f (如图 4-23 所示), 即可得实际工作轮廓曲线上相应点 $B'(X, Y)$, 即得凸轮实际工作轮廓曲线方程

$$\begin{aligned} X &= x \pm r_f \cos \theta \\ Y &= y \pm r_f \sin \theta \end{aligned} \quad (4-11)$$

式中, X 、 Y 是包络线上点的直角坐标, “+” 表示外包络线, “-” 表示内包络线。

由高等数学的理论知识可知, 过理论轮廓曲线 B 点处所作的法线 $n-n$, 其斜率为 $\tan \theta$ 与该点处的切线的斜率互为倒数, 即

$$\tan \theta = -\frac{dx}{dy} = -\frac{dx/d\delta}{dy/d\delta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

根据式 (4-10) 有

$$\begin{cases} \frac{dx}{d\delta} = \left(\frac{ds}{d\delta} - e \right) \sin \delta + (s_0 + s) \cos \delta \\ \frac{dy}{d\delta} = \left(\frac{ds}{d\delta} - e \right) \cos \delta - (s_0 + s) \sin \delta \end{cases}$$

可得

$$\begin{cases} \sin \theta = \frac{dx/d\delta}{\sqrt{(dx/d\delta)^2 + (dy/d\delta)^2}} & (a) \\ \cos \theta = \frac{-dy/d\delta}{\sqrt{(dx/d\delta)^2 + (dy/d\delta)^2}} & (b) \end{cases}$$

将式 (a) 和式 (b) 代入式 (4-11), 即得滚子直动从动件盘形凸轮实际工作轮廓曲线方程

$$\begin{cases} X = x \mp r_f \frac{dy/d\delta}{\sqrt{(dx/d\delta)^2 + (dy/d\delta)^2}} \\ Y = y \pm r_f \frac{dx/d\delta}{\sqrt{(dx/d\delta)^2 + (dy/d\delta)^2}} \end{cases} \quad (4-12)$$

滚子圆的包络线有两条, “+” 用于求解外包络线方程, “-” 用于求解内包络线方程。

当凸轮逆时针旋转时, 若从动件位于凸轮回转中心的右侧, 则 e 为正, 反之为负; 当凸轮顺时针旋转时, 若从动件位于凸轮回转中心的左侧, 则 e 为正, 反之为负。

2. 平底直动从动件盘形凸轮机构

如图 4-24 所示为平底直动从动件盘形凸轮机构。

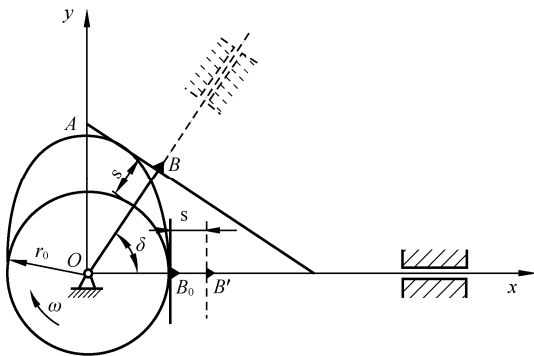


图 4-24 平底直动从动件盘形凸轮轮廓曲线的解析法设计

已知凸轮以等角速度 ω 顺时针转动、基圆半径 r_0 和从动件的运动规律 $s = s(\delta)$ 。

以凸轮的回转中心 O 为坐标原点，建立如图 4-24 所示的直角坐标系 Oxy 。当凸轮自初始位置转过角 δ 时，导路与平底的交点自 B_0 外移 s 到达 B' 。根据反转法原理，将点 B' 沿 $-\omega$ 方向绕凸轮回转中心转过角 δ ，便得到表示反转后平底的直线 AB 。由图 4-24 可知， B 点的坐标为

$$\begin{cases} x = (r_0 + s) \cos \delta \\ y = (r_0 + s) \sin \delta \end{cases} \quad (4-13)$$

对于平底直动从动件盘形凸轮机构，其实际工作轮廓曲线是过 B 点所作的一系列平底直线族的包络线。过点 B 的平底直线族方程为

$$Y - (r_0 + s) \sin \delta = k [X - (r_0 + s) \cos \delta]$$

式中， k 为平底直线的斜率。

由图 4-24 可知

$$k = \tan(90^\circ + \delta) = -\cot \delta$$

将 k 代入上式可求得

$$f(X, Y, \delta) = X \cos \delta + Y \sin \delta - (r_0 + s) = 0 \quad (a)$$

和

$$\frac{\partial f(X, Y, \delta)}{\partial \delta} = -X \sin \delta + Y \cos \delta - \frac{ds}{d\delta} = 0 \quad (b)$$

将式 (a)、式 (b) 联立求解，便得平底直动从动件盘形凸轮实际轮工作廓曲线的直角坐标参数方程

$$\begin{cases} X = (r_0 + s) \cos \delta - \frac{ds}{d\delta} \sin \delta \\ Y = (r_0 + s) \sin \delta + \frac{ds}{d\delta} \cos \delta \end{cases} \quad (4-14)$$

3. 摆动从动件盘形凸轮机构理论轮廓曲线方程

如图 4-25 所示为一滚子摆动从动件盘形凸轮机构。

已知凸轮以等角速度 ω 顺时针转动，凸轮与摆动从动件的中心距为 a ，摆动从动件的长

度为 b ，凸轮的基圆半径 r_0 和从动件的运动规律为 $\psi = \psi(\delta)$ ，从动件推程的摆动方向与凸轮回转方向相同。

以凸轮的回转中心 O 为坐标原点，建立如图 4-25 所示的直角坐标系 Oxy 。当主动件自初始位置转过角 δ ，从动件摆过角 ψ ，这时滚子中心将从 B_0 到达 $B'[a - b\cos(\psi_0 + \psi), b\sin(\psi_0 + \psi)]$ 。根据反转法原理，将 B' 点沿 $-\omega$ 方向绕凸轮回转中心转过角 δ ，便得到凸轮理论轮廓曲线上的对应 B 点，点 B 的坐标为

$$\begin{cases} x = a \cos \delta - b \cos(\psi_0 + \psi - \delta) \\ y = a \sin \delta + b \sin(\psi_0 + \psi - \delta) \end{cases} \quad (4-15)$$

当从动件推程摆动方向与凸轮转动方向相反时， B 点的坐标为

$$\begin{cases} x = a \cos \delta - b \cos(\psi_0 + \psi + \delta) \\ y = a \sin \delta - b \sin(\psi_0 + \psi + \delta) \end{cases} \quad (4-16)$$

式中， ψ_0 为摆动从动件的初位角，且 $\psi_0 = \arccos \frac{a^2 + b^2 - r_0^2}{2ab}$ 。

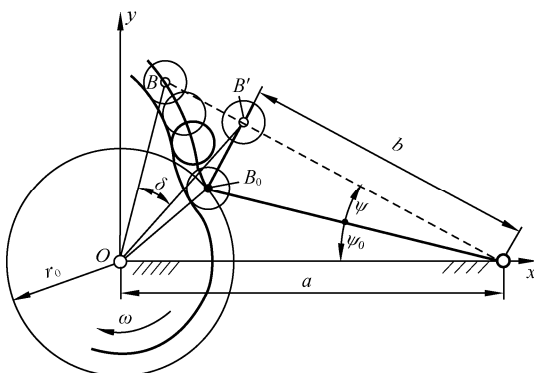


图 4-25 滚子摆动从动件盘形凸轮轮廓曲线的解析法设计

滚子摆动从动件盘形凸轮的实际轮廓工作曲线方程，只要将式 (4-15) 或式 (4-16) 中的 x 、 y 值代入式 (4-12) 便可求得。

4.4 凸轮机构基本参数的确定

凸轮的基圆半径 r_0 直接决定着凸轮机构的尺寸。在前面我们介绍盘形凸轮轮廓曲线设计时，都是假定凸轮的基圆半径已经给出。而实际上，凸轮基圆半径的选择要考虑许多因素，如要考虑到凸轮机构中的作用力，保证机构有较好的受力情况。为此，在选择凸轮的基本参数如基圆半径 r_0 、偏距 e 、滚子半径 r_f 等时，除应保证使从动件能够准确地实现给定的运动规律外，还应考虑到机构的传动效率、运动是否失真、结构是否紧凑等方面的因素。下面就这几方面的问题加以讨论。

4.4.1 压力角的确定

如图 4-26 所示， F_Q 为推杆所承受的外载荷，当不计凸轮与从动件之间的摩擦时，凸轮给从动件的力 F 是沿法线 $n-n$ 方向的，把从动件在高副接触点 B 所受的法向压力 F 与从动

件在该点的绝对线速度 v 方向所夹的锐角 α 称为凸轮机构的压力角。凸轮机构的压力角是凸轮设计的重要参数。由图 4-26 可以看出, 力 F 可分解为沿从动件运动方向的有效分力 F_y 和使从动件压紧导路的有害分力 F_x 。

$$\begin{cases} F_x = F \sin \alpha \\ F_y = F \cos \alpha \end{cases}$$

上式表明, 在驱动力 F 一定的条件下, 压力角 α 越大, 有害分力 F_x 越大, 所引起的摩擦阻力越大, 机构的效率就越低。当 α 增大到某一数值时, 有效分力 F_y 减小 (与从动件的外载荷相平衡), 这时无无论凸轮给从动件的作用力有多大, 从动件都不能运动, 这种现象称为自锁。为了保证凸轮机构正常工作且具有一定的传动效率, 设计时应限制压力角。由于凸轮轮廓上各点的压力角通常是变化的, 因此需限制最大压力角不超过许用值, 即 $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$ 。

在一般设计中, 推荐推程时许用压力角为

直动从动件凸轮机构, $[\alpha] = 30^\circ \sim 38^\circ$; 摆动从动件凸轮机构, $[\alpha] = 40^\circ \sim 50^\circ$ 。

常用的力锁合式凸轮机构, 无论是直动从动件还是摆动从动件, 回程中从动件通常是靠外力或自重作用返回的, 一般不会出现自锁现象, 故回程许用压力角可取 $[\alpha] = 70^\circ \sim 80^\circ$ 。对于这类凸轮机构, 通常只需校核推程压力角。

1. 直动从动件凸轮机构的压力角

如图 4-26 所示为尖顶偏置直动从动件盘形凸轮机构在推程的位置, 偏距为 e , 接触点 B 的公法线 $n-n$ 与过点 O 的导路垂线交于 P 点, 即 P 点为凸轮与从动件在此位置时的相对速度瞬心, 若此时从动件的速度为 v , 凸轮的角速度为 ω , 则 $v_p = v = \overline{OP}\omega$, 所以 $\overline{OP} = \frac{v}{\omega} = \frac{ds}{d\delta}$, 由 $\triangle BCP$ 知

$$\tan \alpha = \frac{\overline{OP} \mp \overline{OC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{OP} \mp \overline{OC}}{s_0 + s}$$

可得到直动从动件盘形凸轮机构的压力角计算公式为

$$\tan \alpha = \frac{\frac{ds}{d\delta} \mp e}{\sqrt{r_0^2 - e^2} + s} \quad (4-17)$$

式中, 正负号与偏置方向有关。由凸轮的回转中心作从动件轴线的垂线得垂足点 C , 若凸轮在垂足点 C 的速度沿从动件的推程方向, 则凸轮机构为正偏置, 反之为负偏置。若为正偏置, 则式中 e 取 “-” 号, 压力角将减小; 若为负偏置, 则式中 e 取 “+” 号, 压力角将增大。即当凸轮顺时针转动时, 从动件应偏置在凸轮回转中心的左侧时为正偏置, 反之为负偏置; 当凸轮逆时针转动时, 从动件应偏置在凸轮回转中心的右侧时为正偏置, 反之为负偏置。

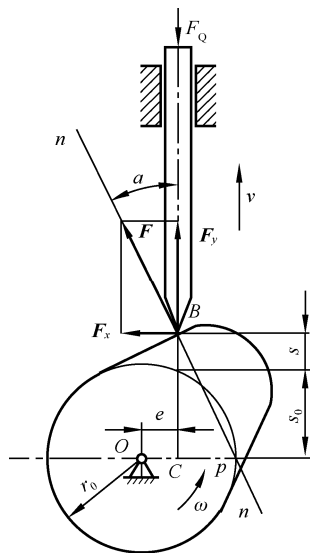


图 4-26 尖顶直动从动件盘形凸轮机构的压力角

2. 摆动从动件凸轮机构的压力角

如图 4-27 所示为尖顶摆动从动件盘形凸轮机构在推程的位置, 过接触点 B 作法线 $n-n$, 交连心线 OA 于 P 点, P 点为凸轮与从动件在此位置时的相对速度瞬心, 且

$$\frac{d\psi}{d\delta} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{l_{OP}}{l_{AP}} = \frac{a - l_{AP}}{l_{AP}} \quad (\text{a})$$

由直角三角形 PDB 得

$$\tan \alpha = \frac{l_{BD}}{l_{PD}} = \frac{l - l_{AP} \cos(\psi_0 + \psi)}{l_{AP} \sin(\psi_0 + \psi)} \quad (\text{b})$$

联立式 (a)、式 (b) 解得

$$\tan \alpha = \frac{-a \cos(\psi_0 + \psi) + l \left(1 + \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)}{a \sin(\psi_0 + \psi)} \quad (4-18)$$

式 (4-18) 是按 ω_1 和 ω_2 反向推出, 若 ω_1 和 ω_2 同向, 则

$$\tan \alpha = \frac{a \cos(\psi_0 + \psi) - l \left(1 - \frac{\omega_2}{\omega_1} \right)}{a \sin(\psi_0 + \psi)} \quad (4-19)$$

式中, $\cos \psi_0 = \frac{a^2 + l^2 - r_0^2}{2al}$;

ψ_0 为摆动从动件的初始角;

ψ 为摆动从动件的角位移;

a 为凸轮回转中心与摆动从动件转动中心间的距离;

l 为摆动从动件的摆杆长。

由以上分析可知, 凸轮机构的压力角 α 不仅与给定的从动件和运动规律有关外, 而且与基圆半径 r_0 和中心距 a , 偏距 e , 摆杆长度 l 有关。

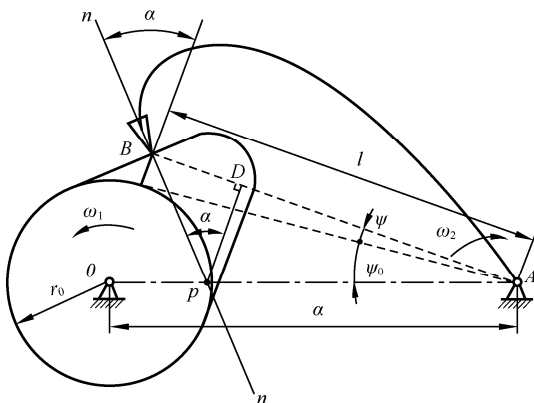


图 4-27 尖顶摆动从动件盘形凸轮机构的压力角

4.4.2 基圆半径的确定

凸轮基圆半径的大小, 不仅影响凸轮机构的结构尺寸, 而且影响到凸轮机构的压力角。由式(4-17)可知, 在其他条件都不变的情况下, 若基圆半径增大, 则凸轮的尺寸也将随之增大, 因此, 欲使机构结构紧凑就应当采用较小的基圆半径。但是, 基圆半径减小会引起压力角增大, 降低机构的传动效率。在实际设计中, 确定凸轮机构的基圆半径时, 应综合考虑以下因素。

1. 按机构的最大压力角不超过许用压力角确定凸轮机构的基圆半径以得到较小的结构

令式(4-17)中的 $\alpha = [\alpha]$, 得到基圆半径

$$r_0 = \left[\left(\frac{\frac{ds}{d\delta} \mp e}{\tan[\alpha]} - s \right)^2 + e^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4-20)$$

由式(4-17)知, 对应不同的凸轮转角 δ , $\alpha = [\alpha]$ 时的基圆半径 r_0 不同。因此根据不同的 δ 值计算对应的一系列 r_0 值, 选择其最大值作为基圆半径。这样所求得的基圆半径可保证在工作行程中满足 $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$ 。在实际设计时, 应遵循: 在保证 $\alpha_{\max} \leq [\alpha]$ 的前提下, 缩小凸轮尺寸。

2. 根据支撑轴的结构和强度选择凸轮机构的基圆半径

凸轮与轴做成一体或单独加工后装在轴上, 通常可按下述经验公式初取基圆半径。

$$r_0 \geq 0.9d + (4 \sim 10) \text{ mm}$$

式中, d 为安装凸轮处轴的直径 (mm)。

显然, 基圆半径的选择既应考虑传力效果, 也应考虑凸轮的安装及结构。因此, 应同时满足以上两个条件来确定基圆半径。

4.4.3 滚子半径的确定

当凸轮理论轮廓确定之后, 滚子半径的选取对凸轮工作轮廓有很大影响。若滚子半径选择不当, 有时可能使从动件不能准确地实现预期的运动规律。滚子半径 r_r 、凸轮理论轮廓曲率半径 ρ 和工作轮廓曲率半径 ρ' 三者之间存在一定的关系, 如图 4-28 所示。

当凸轮理论轮廓内凹时, 如图 4-28 (a) 所示, 有

$$\rho' = \rho + r_r$$

这时, 无论滚子半径大小, 凸轮工作轮廓总是光滑曲线。

当凸轮理论轮廓外凸时, 如图 4-28 (b) 所示, 有

$$\rho' = \rho - r_r$$

这时, 若 $\rho > r_r$, 则 $\rho' > 0$, 即能完整地加工出光滑的凸轮工作轮廓; 若 $\rho = r_r$, 则 $\rho' = 0$, 如图 4-28 (c) 所示, 即凸轮工作轮廓出现尖点, 工作时极易磨损; 若 $\rho < r_r$, 则 $\rho' < 0$, 如图 4-28 (d) 所示, 作图时工作轮廓出现交叉现象, 加工时这部分交叉廓线将被刀具切去, 致使从动件不能实现预期的运动规律, 这种现象称为运动失真。为避免失真现象发生, 必

须使滚子半径 r_t 小于凸轮理论轮廓外凸部分的最小曲率半径 ρ_{\min} 。但滚子半径过小, 使接触压力增大, 强度降低。通常取 $r_t \leq 0.8 \rho_{\min}$, 并要求凸轮工作轮廓的最小曲率半径 ρ'_{\min} 不小于 $3 \sim 5 \text{mm}$ 。当按上述条件选取的滚子半径不能满足安装和强度要求时, 可适当加大凸轮基圆半径, 重新进行设计。

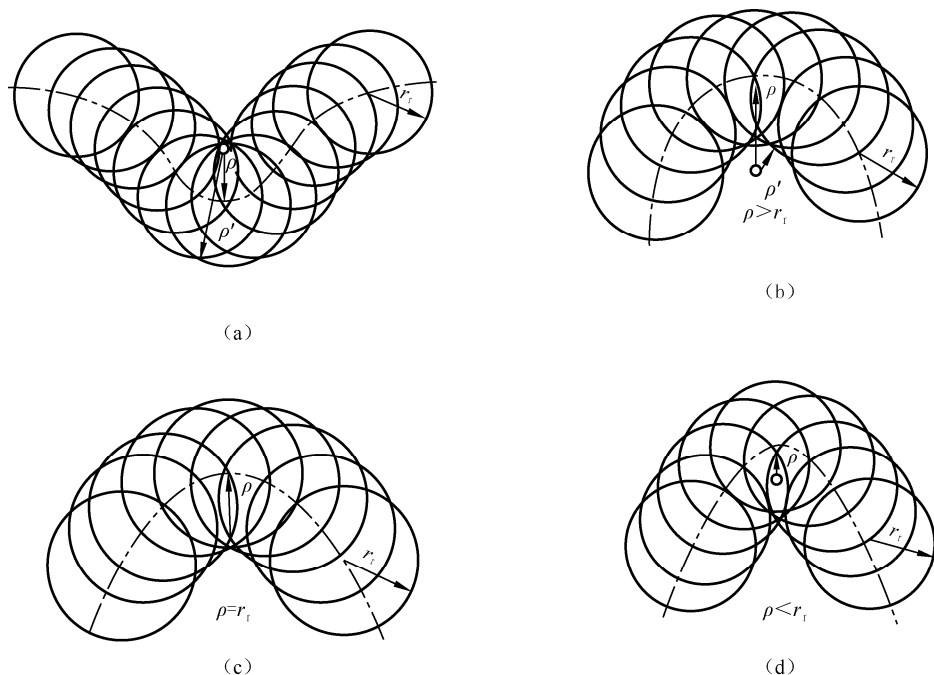


图 4-28 滚子半径的选择

4.4.4 平底尺寸的确定

平底从动件其平底尺寸的确定必须保证凸轮轮廓与平底始终相切, 否则从动件也会出现“失真”, 甚至卡住。

通常平底长度 L 应取: $L = 2l_{\max} + (5 \sim 7) \text{mm}$

其中 l_{\max} 为凸轮与平底相切点到从动件运动中心距离的最大值。

如果用图解法设计凸轮的轮廓曲线, 当设计出凸轮的轮廓曲线后, 可求出平底与凸轮轮廓曲线相切的最左位置 m 和最右位置 n (m 、 n 见图 4-21), 取两者的最大值 L_{\max} 。

如果用解析法设计凸轮的轮廓曲线, 如图 4-29 所示。从动件上升时 (如图 4-29 (a) 所示), 接触点 T' 在导路右侧, $ds/d\delta$ 为正值, 其极右位置对应于 $(ds/d\delta)_{\max}$; 从动件下降时 (如图 4-29 (b) 所示), 接触点 T'' 在导路左侧, $ds/d\delta$ 为负值, 其极左位置对应于 $(ds/d\delta)_{\min}$ 。为了减少磨损, 通常平底的底面做成一个圆盘, 其平底的直径为

$$L = 2 \left| \frac{ds}{d\delta} \right|_{\max} + \Delta L$$

式中, ΔL 根据结构而定, 一般 $\Delta L = 5 \text{mm} \sim 7 \text{mm}$ 。

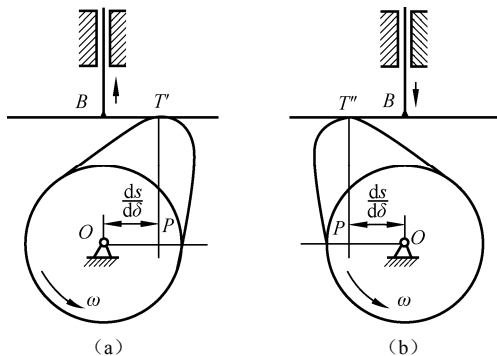


图 4-29 平底从动件长度的确定

习题与思考题

一、思考题

- 4-1 从动件常用的基本运动规律有哪些？各有何特点？
- 4-2 什么是凸轮的理论轮廓曲线？尖顶从动件、滚子从动件和平底从动件凸轮机构的实际轮廓曲线和理论轮廓曲线有何区别？
- 4-3 什么是凸轮机构的压力角？滚子从动件凸轮机构的压力角如何度量？压力角变化对凸轮机构的运动有何影响？
- 4-4 在设计凸轮机构时若采用偏置直动从动件时，从动件的导路线应偏向凸轮回转中心的哪一侧较合理？为什么？

二、习题

- 4-5 已知偏置直动从动件盘形凸轮机构（如图 4-30 所示）， AB 段为凸轮的推程轮廓曲线，请在图上标出从动件的行程 h 、推程运动角 δ_t 、远休止角 δ_s 、回程运动角 δ_h 、远休止角 δ'_s 。
- 4-6 已知一个偏心直动从动件盘形凸轮机构（如图 4-31 所示）。凸轮为一个以 C 为圆心的圆盘，试在图上标出轮廓上 F 点与尖顶接触时的压力角。

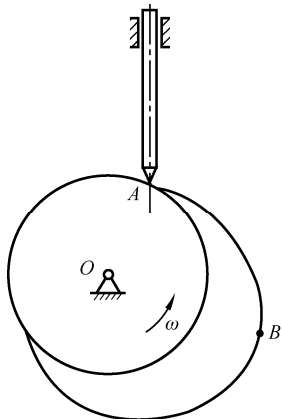


图 4-30 题 4-5

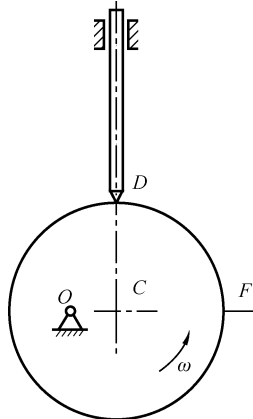


图 4-31 题 4-6

4-7 设计一对心直动尖顶从动件盘形凸轮机构。已知凸轮的基圆半径 $r_0=30\text{mm}$ ，凸轮顺时针等速回转。从动件的运动规律见表 4-3。

表 4-3 从动件的运动规律

凸轮转角	$0^\circ \sim 150^\circ$	$150^\circ \sim 180^\circ$	$180^\circ \sim 300^\circ$	$300^\circ \sim 360^\circ$
从动件运动	等速上升 50mm	停止不动	等加速等减速 返回到原处	停止不动

试用图解法绘制从动件的位移曲线图及凸轮的轮廓曲线。

4-8 用图解法设计尖顶偏置直动从动件盘形凸轮机构。已知凸轮以等角速度顺时针方向回转。偏距 $e=10\text{mm}$ ，基圆半径 $r_0=40\text{mm}$ ，从动件的运动规律见表 4-4。

表 4-4 从动件的运动规律

凸轮转角	$0^\circ \sim 150^\circ$	$150^\circ \sim 180^\circ$	$180^\circ \sim 300^\circ$	$300^\circ \sim 360^\circ$
从动件运动	简谐运动规律上升 20mm	停止不动	等速下降 20mm	停止不动

试绘出从动件位移线图及凸轮轮廓曲线。若设计偏置直动滚子从动件盘形凸轮机构，滚子半径 $r_f=5\text{mm}$ ，试绘出凸轮轮廓曲线。

4-9 设计一个尖顶摆动从动件盘形凸轮机构。已知凸轮以等角速度顺时针转动，基圆半径 $r_0=30\text{mm}$ ，凸轮转动中心与摆杆摆动中心间的中心距为 75mm ，摆杆的最大摆动角为 30° ，推程摆杆逆时针摆动。从动件运动规律如下： $\delta_1=180^\circ$ ， $\delta_s=0^\circ$ ， $\delta_h=120^\circ$ ， $\delta'_s=60^\circ$ ，从动件推程以简谐运动规律摆动，回程以等加速/等减速运动规律返回原处。试绘制从动件位移曲线和凸轮的轮廓曲线。

4-10 用图解法设计一个平底直动从动件盘形凸轮机构的轮廓曲线（如图 4-32 所示），已知凸轮以等角速度 ω 顺时针方向转动，基圆半径 $r_0=30\text{mm}$ ，平底与导路垂直。当凸轮转过 135° 时，从动件以简谐运动规律上升 30mm ，再转过 165° 时，从动件以等加速/等减速运动规律回到原位，凸轮转过剩余的 60° 时，从动件静止不动。

4-11 设计如图 4-24 所示平底直动从动件盘形凸轮机构。已知 $\delta_1=90^\circ$ ， $\delta_s=60^\circ$ ， $\delta_h=60^\circ$ ， $\delta'_s=120^\circ$ ，行程 $h=10\text{mm}$ ，基圆半径 $r_0=30\text{mm}$ ，从动件推程和回程均作简谐运动，凸轮转向为顺时针， $\omega=10\text{rad/s}$ 。试用解析法计算 $\delta=30^\circ$ 时凸轮的实际轮廓坐标。

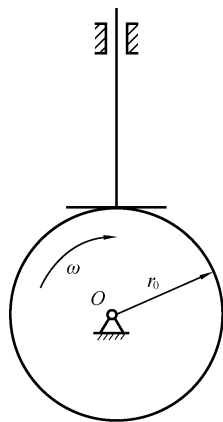


图 4-32 题 4-10

考研真题

4-12 （武汉科技大学，2009 年）在凸轮机构的几种基本的从动件运动规律中，_____运动规律使凸轮产生刚性冲击，_____运动规律使凸轮产生柔性冲击，_____运动规律则没有冲击。

4-13 （湖南大学，2005 年）在直动从动杆盘形凸轮机构中，若从动件置于凸轮回转中心的左上方，则凸轮的转向为_____方向。

4-14 （西安交通大学，2008 年）在设计滚子从动件盘形凸轮机构的凸轮廓线时，若发现凸轮有变尖的现象，则改进措施有_____或_____；若校核压力角时，发现压力角过大，

则改进措施有_____或_____。

4-15 (上海交通大学, 2003 年) 在实现相同运动规律时, 如果盘形凸轮尖顶从动件的基圆半径 r_0 增大, 则其压力角 α 将 ()。

- A. 增大 B. 减小 C. 不变

4-16 (华中科技大学, 2006 年) 滚子从动件盘形凸轮机构的理论轮廓线和实际轮廓线 ()。

- A. 为两条互相平行的曲线
B. 为两条法向等距的曲线
C. 为两条近似曲线

第 5 章 齿轮机构及其设计

学习目标：了解齿轮机构的类型及其特点；掌握齿廓啮合基本定律；渐开线的性质和渐开线标准直齿圆柱齿轮的几何尺寸计算及其啮合传动；了解渐开线齿廓的切制及变位齿轮和变位齿轮传动；掌握斜齿圆柱齿轮机构、蜗杆机构、圆锥齿轮机构啮合原理和几何尺寸计算。

5.1 概 述

5.1.1 齿轮机构的特点

齿轮机构是机械传动中应用最广的传动机构之一，广泛地应用于传递空间任意两轴间的运动和动力。与其他机械传动相比，它的主要优点如下：

- ① 传动比准确；
- ② 适用的功率和速度范围广，传递的功率可达 10^5 kW，圆周速度可达 300m/s；
- ③ 效率高， $\eta=0.94\sim0.99$ ；
- ④ 使用寿命长；
- ⑤ 工作安全可靠；
- ⑥ 结构紧凑等。

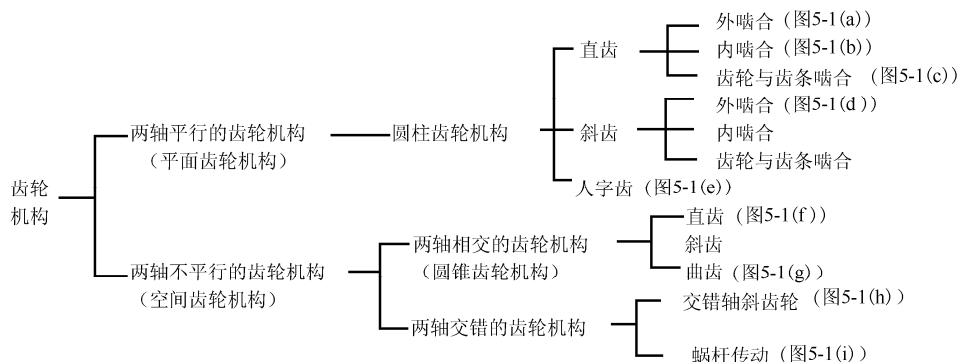
齿轮传动的主要缺点如下：

- ① 制造齿轮需要专用的设备和刀具，成本较高；
- ② 对制造和安装精度要求较高，精度低时，传动的噪声和振动较大；
- ③ 不宜传递相距较远的两轴间的运动和动力。

5.1.2 齿轮机构的分类

齿轮机构的类型很多，常见的分类方法如下。

按照一对齿轮两轴间的相对位置和齿向及啮合点的位置可分为平行轴齿轮机构、相交轴齿轮机构和交错轴齿轮机构三类。常用的齿轮机构类型如图 5-1 所示。



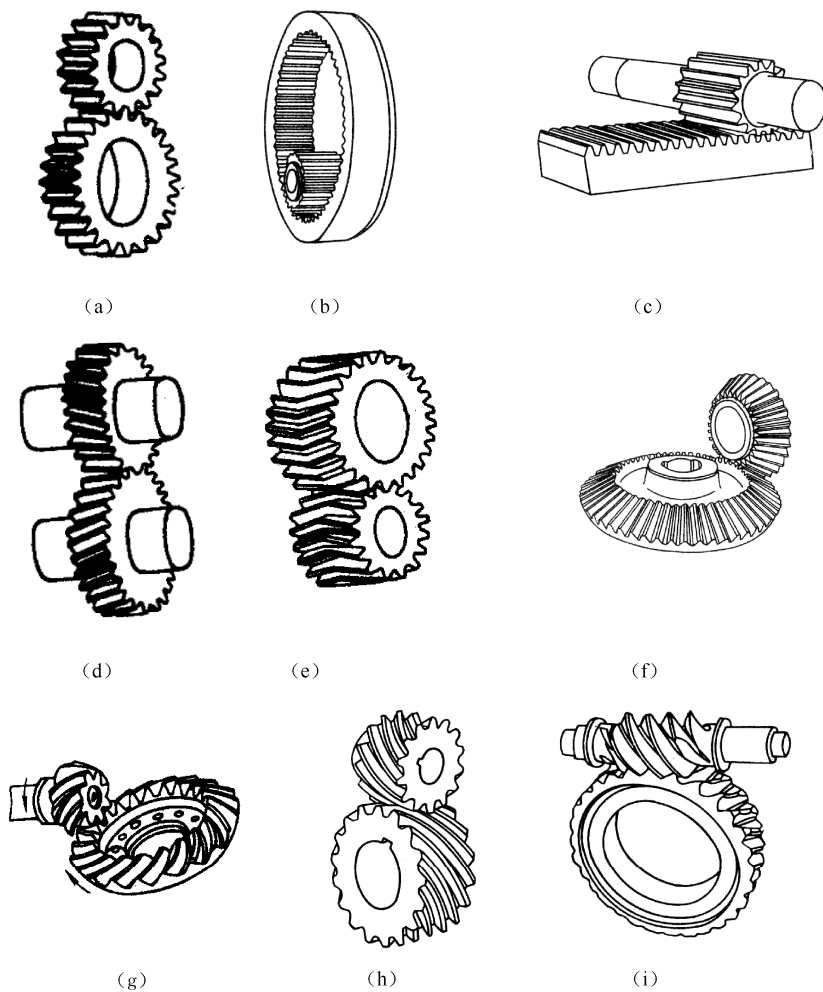


图 5-1 齿轮机构的类型

按照一对齿轮的传动比是否恒定，可分为定传动比齿轮机构和变传动比齿轮机构。在定传动比传动的齿轮机构中，因为齿轮都是圆柱形或圆锥形的，所以把这类齿轮机构又称为圆形齿轮机构；而在变传动比的传动机构中，齿轮一般是非圆形的，如图 5-2 所示椭圆齿轮机构，该类齿轮机构又称为非圆齿轮机构。本章只介绍定传动比齿轮机构。

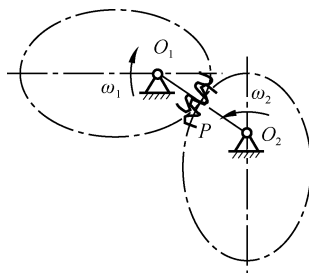


图 5-2 非圆齿轮机构

5.2 传动比齿廓啮合基本定理

5.2.1 传动比

一对齿轮的传动是由主动轮轮齿的齿廓推动从动轮轮齿的齿廓来实现的。齿轮在传动时为了避免产生振动和冲击,并能够传递一定的动力,应满足传动平稳、可靠,能保证实现瞬时传动比恒定。传动比的大小即

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

通常主动齿轮用 1 表示,从动齿轮用 2 表示, ω_1 为主动齿轮(小齿轮)的角速度, ω_2 为从动齿轮(大齿轮)的角速度。在一般降速情况下, $i > 1$ 。

5.2.2 齿廓啮合基本定理

如图 5-3 所示为一对互相啮合的齿轮,主动齿轮 1 以角速度 ω_1 转动并推动从动齿轮 2 以角速度 ω_2 反向回转, O_1 、 O_2 分别为两齿轮的回转中心。某瞬时两齿轮的一对齿廓 E_1 、 E_2 在 K 点相接触,齿轮 1 和齿轮 2 在点 K 的线速度分别为 $v_{K_1} = \omega_1 \overline{O_1 K}$ 和 $v_{K_2} = \omega_2 \overline{O_2 K}$ 。过 K 点作两个齿廓的公法线 $n-n$,与两齿轮连心线 $\overline{O_1 O_2}$ 交于 P 点,要使两个齿廓实现正常的啮合传动,两个齿廓彼此既不能分离,也不能嵌入。因此, v_{K_1} 和 v_{K_2} 在公法线 $n-n$ 上的分速度应该相等。

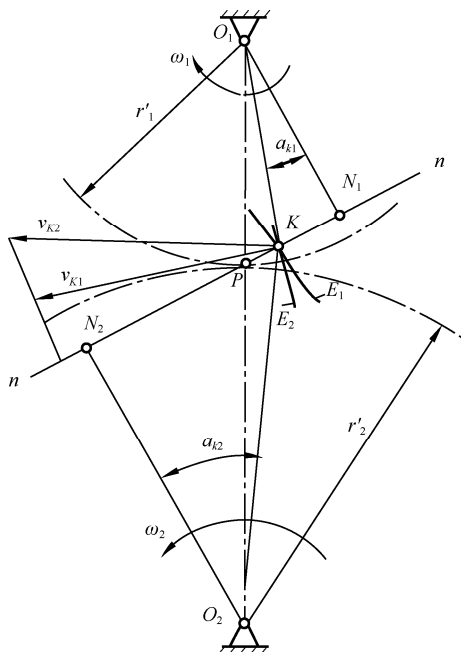


图 5-3 齿廓啮合基本定理

即

$$v_{K_1} \cos \alpha_{K_1} = v_{K_2} \cos \alpha_{K_2}$$

也即

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2 K} \cos \alpha_{K_2}}{\overline{O_1 K} \cos \alpha_{K_1}}$$

因此, 这对齿轮的瞬时传动比为

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2 K} \cos \alpha_{K_2}}{\overline{O_1 K} \cos \alpha_{K_1}} = \frac{\overline{O_2 N_2}}{\overline{O_1 N_1}} = \frac{\overline{O_2 P}}{\overline{O_1 P}} \quad (5-1)$$

由于传动时要求传动比 $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ 为常数, 则 $\frac{\overline{O_2 P}}{\overline{O_1 P}}$ 也必须为常数。齿轮安装好后, 中心距 $\overline{O_1 O_2}$ 不再改变, 因此点 P 位置也必须保持不变。

所以传递定传动比的齿轮, 其齿廓形状必须满足: “不论齿廓在任何位置相接触, 过接触点所作的齿廓公法线必须与连心线交于一定点, 此点即为节点。” 这就是齿廓啮合基本定律。

齿廓曲线相互接触称为啮合, 故接触点又称啮合点。定点 P 称为节点, 分别以 O_1 、 O_2 为圆心, 过节点 P 所作的圆称为节圆, 两轮的节圆半径分别用 r_1' 和 r_2' 表示。

满足齿廓啮合基本定律的一对齿轮的齿廓称为共轭齿廓。理论上, 可用做共轭齿廓的曲线很多, 对于定传动比的齿轮机构, 常用的齿廓曲线有渐开线、摆线、圆弧曲线等。

由于渐开线齿廓易于制造和安装, 目前机械中仍以渐开线作为齿廓曲线应用最广, 本章只讨论渐开线齿轮机构。

5.3 渐开线的形成及其性质

5.3.1 渐开线的形成

如图 5-4 (a) 所示, 当直线 $n-n$ 沿一圆 O 作纯滚动时, 直线 $n-n$ 上任意点 K 所走过的轨迹 AK , 称为该圆的渐开线。这个圆称为渐开线的基圆, 其半径用 r_b 表示。直线 $n-n$ 称为渐开线的发生线。

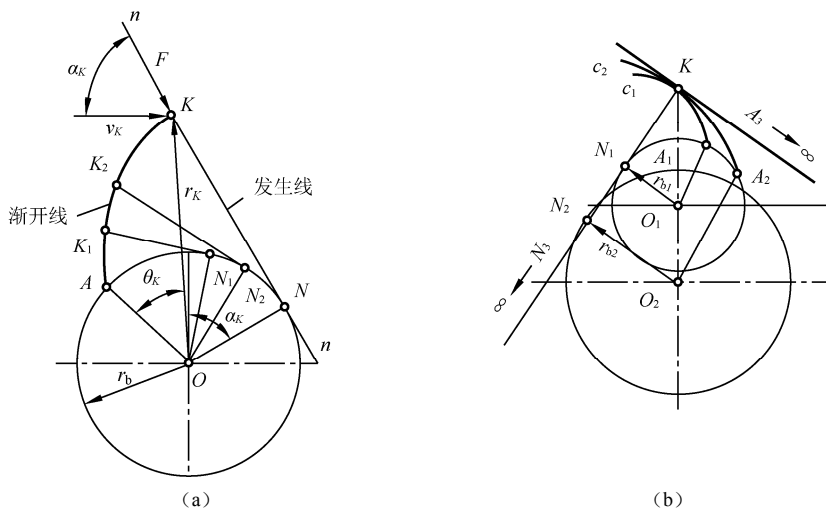


图 5-4 渐开线的形成

5.3.2 渐开线的性质

根据渐开线的形成过程, 可知渐开线具有下列性质:

(1) 发生线沿基圆滚过的长度, 等于该基圆上被滚过圆弧的长度, 即 $\overline{NK} = \widehat{AN}$ 。

(2) 发生线 $n-n$ 是渐开线在任意点 K 的法线, 发生线与基圆的切点 N 是渐开线在 K 点的曲率中心, 而线段 \overline{NK} 是渐开线在 K 点的曲率半径。渐开线上任意点的法线, 必与基圆相切。

(3) 渐开线上越接近基圆的点, 其曲率半径越小, 渐开线在基圆上的曲率半径为零。

(4) 渐开线的形状取决于基圆的大小。如图 5-4 (b) 所示, 基圆半径越大, 其渐开线的曲率半径越大, 渐开线越平直。当基圆半径趋于无穷大时, 其渐开线变成直线, 即为齿条的齿廓。

(5) 基圆内没有渐开线。

5.3.3 渐开线方程与渐开线函数

1. 展角

渐开线所对应的中心角 $\angle AOK$ 称为渐开线 AK 段的展角, 用 θ_K 表示, 单位为 rad。如图 5-4 (a) 所示, $\theta_K = \angle AOK$ 。

2. 渐开线齿廓的压力角

如图 5-4 (a) 所示, 当该渐开线齿廓在 K 点与另一齿廓啮合时, K 点所受的力 F 应沿着齿廓在该点的法线 NK 方向。同时, 齿轮绕 O 点旋转, K 点的速度 v_K 方向垂直于向径 OK , K 点速度方向与该点所受的力 F 方向线之间所夹的锐角称为渐开线在该点的压力角, 用 α_K 表示, 单位为 ($^\circ$)。即 $\alpha_K = \angle NOK$ 。

3. 渐开线方程与渐开线函数

在研究渐开线齿轮传动时, 常会用到渐开线方程及渐开线函数。根据渐开线的性质, 在图 5-4 (a) 中, 由 $\triangle NOK$ 的几何关系可得

$$r_K = \frac{r_b}{\cos \alpha_K} \quad (5-2)$$

由此可见, 同一渐开线上各点压力角不同, 向径 r_K 越大, 压力角 α_K 越大。基圆上的压力角为零。

$$\tan \alpha_K = \frac{\overline{NK}}{\overline{ON}} = \frac{\widehat{AN}}{r_b} = \frac{r_b(\alpha_K + \theta_K)}{r_b} = \alpha_K + \theta_K$$

即

$$\theta_K = \tan \alpha_K - \alpha_K$$

上式表明展角 θ_K 是压力角 α_K 的函数, 故将 $\tan \theta_K$ 称为 $\tan \alpha_K$ 的渐开线函数, 工程上用 $\text{inv } \alpha_K$ 表示 θ_K , 即得到渐开线方程的一般表达式

$$\theta_K = \text{inv } \alpha_K = \tan \alpha_K - \alpha_K \quad (5-3)$$

还可得出渐开线方程的极坐标参数方程

$$\left. \begin{aligned} r_K &= \frac{r_b}{\cos \alpha_K} \\ \theta_K &= \operatorname{inv} \alpha_K = \tan \alpha_K - \alpha_K \end{aligned} \right\} \quad (5-4)$$

为了计算方便, 不同压力角的渐开线函数 $\operatorname{inv} \alpha_K$ 的值可直接查取渐开线函数表。

5.4 渐开线标准直齿圆柱齿轮的基本参数和几何尺寸

5.4.1 齿轮各部分名称和符号

如图 5-5 所示为渐开线直齿圆柱外齿轮的一部分。渐开线齿轮轮齿齿廓的两侧是由形状相同, 方向相反的两个渐开线曲面组成的。齿轮各部分名称及符号如下。

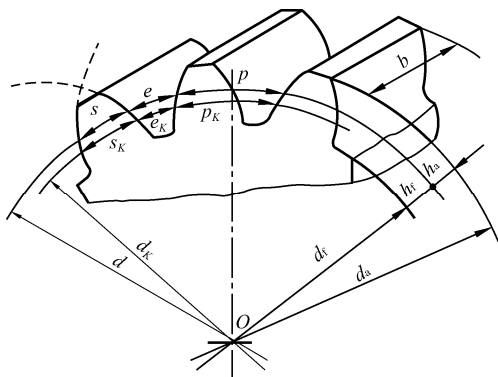


图 5-5 外齿轮各部分名称和符号

1. 轮齿、齿槽和齿宽

齿轮上的每一个用于啮合的凸起部分, 称为轮齿。在齿轮圆周上均匀分布的轮齿总数称为齿数, 用 z 表示。

齿轮上相邻两齿之间的空间, 称为齿槽。

轮齿沿齿轮轴线方向的宽度, 称为齿宽, 用 b 表示。

2. 齿顶圆和齿根圆

齿轮所有各齿的顶端都在同一个圆上, 轮齿顶部所在的圆称做齿顶圆, 用 d_a 或 r_a 表示其直径或半径。

齿轮所有各齿之间的齿槽底部也在同一圆上, 齿槽底部所在的圆称做齿根圆, 用 d_f 或 r_f 表示其直径或半径。

3. 齿厚、齿槽宽和齿距

轮齿在任意直径为 d_K 的圆周上, 轮齿两侧齿廓之间弧长和齿槽两侧齿廓之间弧长, 分别称为齿厚和齿槽宽, 分别用 s_K 和 e_K 表示; 相邻两齿同侧齿廓之间的弧长称为该圆上的齿距, 用 p_K 表示, 显然 $p_K = s_K + e_K$ 。

4. 分度圆、模数和压角

根据齿距的定义可得： $zp_K = \pi d_K$ 故 $d_K = zp_K / \pi$ ，令 $m_K = p_K / \pi$ ，则

$$d_K = m_K z。$$

式中 m_K 是任意直径 d_K 圆上的模数，单位为 mm。

显然，不同圆周上模数不等。

为便于齿轮几何尺寸的计算、测量所规定的一个基准圆，成为分度圆。分度圆的直径和半径分别用符号 d 和 r 表示。分度圆上的齿厚、齿槽宽和齿距分别用 s 、 e 和 p 表示。

当已知齿轮齿数 z 和分度圆齿距 p 时，分度圆周长 $l = \pi d = zp$ ，故 $d = z \cdot \frac{p}{\pi}$ 。规定比值

$\frac{p}{\pi}$ 为一标准的数值，并把这个数值称做标准模数，用 m 表示，单位为毫米 (mm)。模数 m 是分度圆作为齿轮几何尺寸计算依据的基准而引入的参数。国标规定的标准模数系列见表 5-1。

$$m = \frac{p}{\pi} \quad (5-5)$$

分度圆直径为

$$d = mz \quad (5-6)$$

表 5-1 渐开线圆柱齿轮模数系列 (GB/T 1357—2008)

第一系列	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6
	8	10	12	16	20	25	32	40	50
第二系列	1.125	1.375	1.75	2.25	2.75	3.5	4.5	5.5	(6.5)
	7	9	11	14	18	22	28	36	45

注：1. 适用于渐开线圆柱齿轮，对斜齿轮是指法向模数。

2. 应优先选用第一系列，其次是第二系列，括号内的模数值尽可能不用。

模数是齿轮计算中的基本参数，其值越大，齿距也越大。如图 5-6 所示为齿数 z 相同，模数 m 不同的三个齿轮。

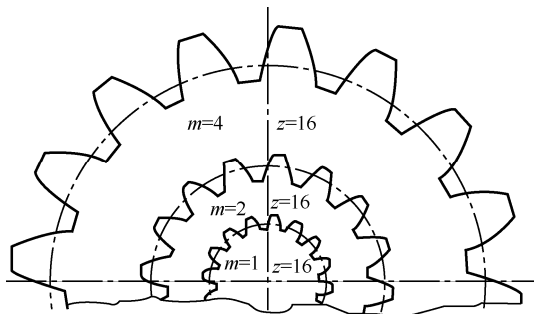


图 5-6 不同模数的齿轮比较

由图 5-6 可以看出，模数 m 是决定齿轮几何尺寸的重要参数。

由于任何一个齿轮的齿数 z 和模数 m 是一定的，由 $d = mz$ 可知：任何齿轮都有且只有一个分度圆。

由式(5-2)可知,渐开线齿廓上任意一点 K 处的压力角为

$$\alpha_K = \arccos(r_b/r_K)$$

对于同一渐开线齿廓, r_K 不同, α_K 也不同。 r_K 越大,该圆上的压力角 α_K 也越大;基圆上渐开线的压力角等于零。分度圆上的压力角简称齿轮压力角,用 α 表示。即

$$r_b = r \cdot \cos \alpha = \frac{mz}{2} \cos \alpha \quad (5-7)$$

由式(5-7)可知,模数、齿数不变的齿轮,若其压力角不同,其基圆的大小也不同,因而其齿廓渐开线的形状也不同。因此,压力角是决定渐开线齿廓形状的重要参数。

国家标准(GB/T 1356—2001)《通用机械和重型机械用圆柱齿轮标准基本齿廓》中规定分度圆压力角的标准值为 $\alpha = 20^\circ$ 。在某些特殊场合, α 也有采用其他值的情况,如 $\alpha = 15^\circ$ 等。

这样,分度圆即可定义为具有标准模数和标准压力角的圆。

5. 齿顶高、齿根高和齿全高

分度圆与齿顶圆之间的部分称为齿顶,其径向距离称为齿顶高,用 h_a 表示。分度圆与齿根圆之间的部分称为齿根,其径向距离称为齿根高,用 h_f 表示。齿顶圆与齿根圆之间的径向距离称为齿全高,用 h 表示。即 $h = h_a + h_f$ 。

5.4.2 标准齿轮的基本参数

1. 标准齿轮

如果一个齿轮的 m 、 α 、 h_a^* 、 c^* 是标准值,且分度圆上齿厚和齿槽宽相等,即 $e = s = \frac{p}{2} = \frac{\pi m}{2}$,则该齿轮为标准齿轮。

2. 标准齿轮的基本参数

标准齿轮的基本参数有五个,即 z 、 m 、 α 、 h_a^* 、 c^* 。其中 h_a^* 为齿顶高系数, c^* 为顶隙系数。我国规定的标准值为

正常齿 $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$

短齿时 $h_a^* = 0.8$, $c^* = 0.30$

标准齿轮齿顶高和齿根高分别为

$$h_a = h_a^* \cdot m$$

$$h_f = (h_a^* + c^*)m$$

顶隙系数 $c = mc^*$,是指齿轮啮合时一个齿轮的齿顶圆与另一个齿轮的齿根圆之间的径向距离。顶隙有两个作用:一是可以避免一个齿轮的齿顶与另一齿轮齿槽底部发生顶死现象;二是在传动中还可以储存润滑油以润滑齿轮的齿廓表面。

5.4.3 渐开线标准直齿圆柱齿轮几何尺寸计算

1. 外啮合

外啮合渐开线标准直齿圆柱齿轮的几何尺寸计算公式列在表5-2中。

表 5-2 外啮合正常齿标准直齿圆柱齿轮几何尺寸计算公式

名称	符号	计算公式
齿数	z	依照工作条件选定
分度圆直径	d	$d = mz$
齿顶高	h_a	$h_a = h_a^* m = m$
齿根高	h_f	$h_f = (h_a^* + c^*) m = 1.25m$
齿全高	h	$h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) m = 2.25m$
齿顶圆直径	d_a	$d_a = d + 2h_a^* = (z + 2)m$
齿根圆直径	d_f	$d_f = d - 2h_f = (z - 2.5)m$
基圆直径	d_b	$d_b = d \cos \alpha = mz \cos \alpha$
齿距	p	$p = \pi m$
基圆齿距	p_b	$p_b = p \cos \alpha$
法向齿距	p_n	$p_n = p \cos \alpha$
齿宽	s	$s = \pi m / 2$
齿槽宽	e	$e = \pi m / 2$
标准中心距	a	$a = (z_1 + z_2)m / 2$
传动比	i_{12}	$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = d_2 / d_1 = z_2 / z_1$

2. 内啮合

对于如图 5-7 所示的内齿轮，其轮齿和齿槽相当于外齿轮的齿槽和轮齿，故内齿轮的齿廓为内凹的，并且齿根圆大于分度圆，分度圆大于齿顶圆，而齿顶圆必须大于基圆才能保证其啮合齿廓全部为渐开线。其几何计算公式除齿顶圆和齿根圆（即齿顶圆直径为 $d_a = d - 2h_a$ ，齿根圆直径为 $d_f = d + 2h_f$ ）以外，其余都与外啮合渐开线标准直齿圆柱齿轮几何尺寸计算公式相同。

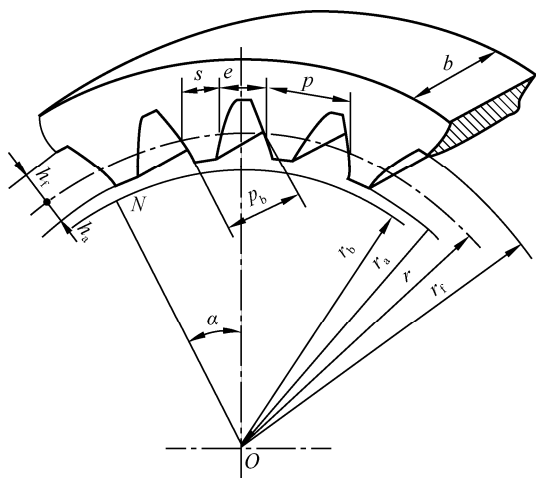


图 5-7 内齿轮

3. 齿条

如图 5-8 所示为齿条结构，它可以看作齿轮传动的一种特殊形式。当齿轮的齿数增大到

无穷大时, 其圆心将位于无穷远处, 这时该齿轮的各个圆周都变成直线, 渐开线齿廓也变成直线齿廓, 并且齿条运动为平动, 所以齿条直线齿廓上各点的压力角相等, 其大小等于齿廓倾斜角, 即齿形角, 故齿条的齿形角为标准值。由于齿条上同侧齿廓平行, 所以在与分度线平行的其他直线上的齿距均相等, 为 $p = \pi m$, 但只有在分度线上 $e = s = m\pi/2$ 。其他尺寸可参照直齿标准齿轮计算。

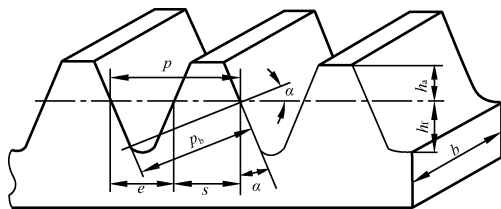


图 5-8 齿条

5.5 渐开线齿轮传动及渐开线齿廓的啮合特性

5.5.1 节点、节圆、啮合线和啮合角

如图 5-9 所示, 相互啮合的两齿轮的渐开线齿廓 E_1 、 E_2 在任意点 K 啮合, 齿轮 1 驱动齿轮 2, 两轮的角速度分别为 ω_1 和 ω_2 , 两轮连心线为 O_1O_2 , 两轮基圆半径分别为 r_{b1} 、 r_{b2} 。根据渐开线特性可知, 齿廓啮合点 K 的公法线 $n-n$ 必同时与两基圆相切, 切点为 N_1 、 N_2 , 即 N_1N_2 为两基圆的内公切线。因为基圆在同一方向的内公切线仅有一条, 所以无论两齿廓在何处接触, 过接触点所作两齿廓的公法线 $n-n$ 都一定和 N_1N_2 相重合。在齿轮传动过程中, 两基圆的大小及位置均不变, 所以公法线 $n-n$ 与连心线 O_1O_2 的交点 P 为一定点, 这就说明渐开线齿廓满足齿廓啮合基本定律。定点 P 称为节点。以轮心为圆心, 过节点所作的圆称为节圆, 两轮的节圆半径用 r_1' 和 r_2' 表示。

由于齿廓 E_1 和 E_2 无论在何处接触, 其接触点 K 均应在两基圆的内公切线 N_1N_2 上, 故称直线 N_1N_2 为啮合线。啮合线与两节圆的内公切线 $t-t$ 所夹的锐角 α' 称为啮合角。显然, 啮合角在数值上等于齿廓在节点处的压力角。

齿轮只有在相互啮合时, 才有节圆和啮合角, 单个齿轮是没有节圆和啮合角的。

5.5.2 渐开线齿廓的啮合特性

1. 渐开线齿廓能保证定传动比传动

由图 5-9 可知, $\triangle O_1PN_1$ 相似于 $\triangle O_2PN_2$, 因此传动比也可以写为

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}} = \frac{r_2'}{r_1'} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} = \text{常数} \quad (5-8)$$

渐开线齿廓能保证定传动比传动, 在工程实际中这一特性使齿轮传动应用极其广泛。

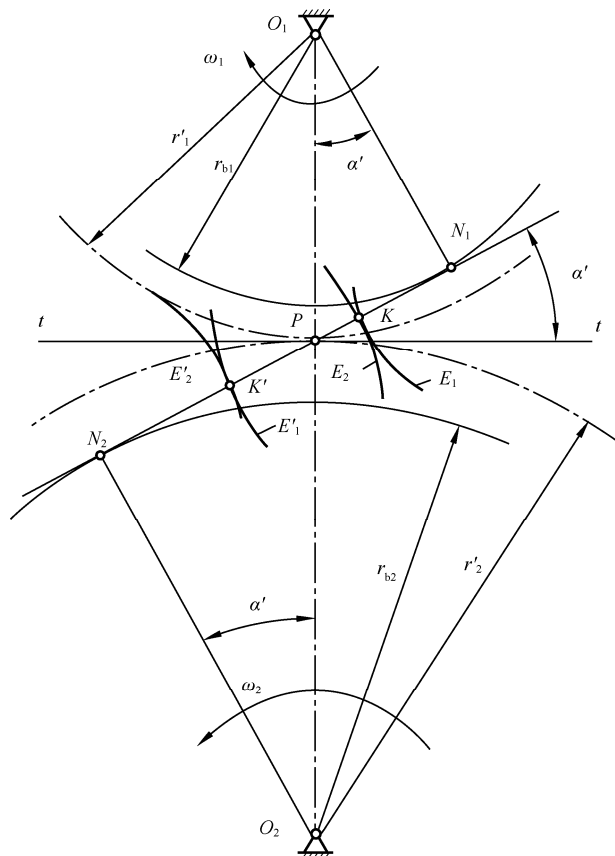


图 5-9 渐开线齿廓的啮合传动

2. 渐开线齿廓具有传动可分性

式 (5-8) 表明渐开线齿轮的传动恒定不变, 其大小不仅与两轮的节圆半径成反比, 同时也与两轮的基圆半径成反比。一对相互啮合的齿轮, 其回转中心的距离称为齿轮传动的中心距。由于制造、安装的误差, 以及在运转过程中轴的变形、轴承的磨损等原因, 均可使齿轮传动的实际中心距与设计中心距有微小误差。渐开线齿轮加工完毕之后, 其基圆的大小是不变的, 所以当两齿轮由于误差产生的实际中心距与设计中心距不一致时, 两齿轮间的传动比却保持不变, 这一特性称为传动的可分性。传动的可分性对齿轮的加工和装配是十分有利的, 但中心距的变动会使啮合齿轮传动过松或过紧。

3. 渐开线齿廓具有传动平稳性

在齿轮传动中, 啮合齿廓间的正压力方向是啮合点公法线 N_1N_2 方向, 即在齿轮传动过程中, 两啮合齿廓间的正压力方向始终不变。这一特性对渐开线齿轮传动的平稳性极为有利。

4. 渐开线齿廓间的相对滑动

由前述可知, 两齿廓接触点 K 在其公法线上的分速度必定相等, 但其在公切线上的分速度却不一定相等。因此, 在啮合传动中, 齿廓间将产生相对滑动, 从而引起摩擦损失并

导致齿轮磨损。

由式(5-8)可得 $\omega_1 \overline{O_1 P} = \omega_2 \overline{O_2 P}$ ，表明 P 点处两轮的圆周速度相等，故两齿轮啮合传动相当于两轮的节圆在做纯滚动。所以节点处齿廓间没有相对滑动。距节点越远，齿廓间的相对滑动速度越大。

当两齿轮做变传动比传动时，节点 P 在两齿轮的运动平面上的轨迹为非圆曲线，称为节线。在图 5-2 中的齿轮机构中，节线是一个用点画线所示的椭圆。

5.6 渐开线齿轮正确啮合和连续传动的条件

要使任意一对渐开线直齿圆柱齿轮能够正确连续地啮合传动，还需要满足以下几个条件。

5.6.1 正确啮合的条件

如图 5-10 所示为一对渐开线齿轮啮合传动， $N_1 N_2$ 是啮合线，前一对轮齿在 K_1 点接触，后一对轮齿在 K_2 点接触。

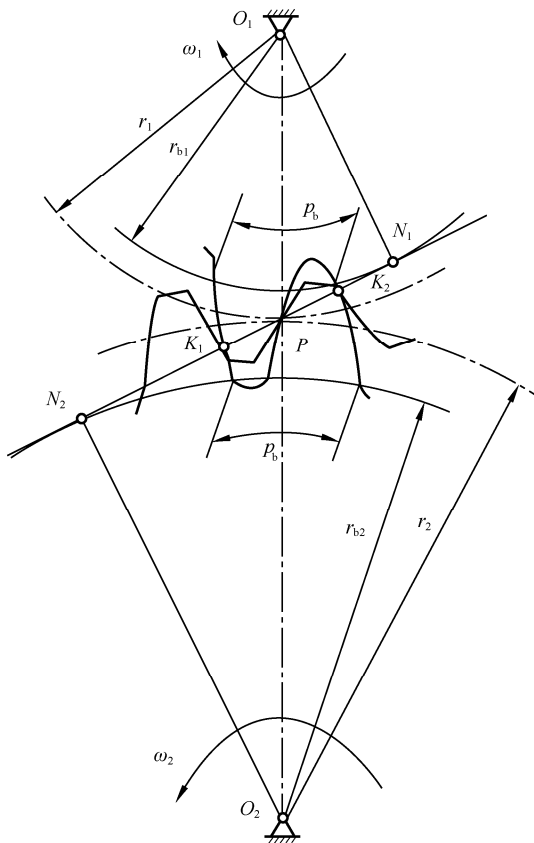


图 5-10 渐开线直齿圆柱齿轮正确啮合的条件

1. 法向齿距

相邻两齿间同侧齿廓在啮合线 N_1N_2 上的交点分别为 K_1 和 K_2 ，线段 $\overline{K_1K_2}$ 长度称为齿轮的法向齿距，用 p_n 表示。根据渐开线的性质可知，法向齿距等于基圆上的齿距 p_b ，即 $p_n = p_b$ 。

2. 正确啮合的条件

要使两齿轮正确地啮合，两齿轮的法向齿距必须相等，即 $p_{n_1} = p_{n_2}$ 。而 $p_n = p_b$ ，则有

$$p_{b_1} = p_{b_2}$$

$$\text{由 } p_b = \frac{\pi d_b}{z} = \frac{\pi d \cos \alpha}{z} = \pi m \cos \alpha$$

可以得到两齿轮正确啮合的条件为 $\pi m_1 \cos \alpha_1 = \pi m_2 \cos \alpha_2$

由于 m 和 α 都已标准化了，所以要满足上式必须有

$$\begin{cases} m_1 = m_2 = m \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \end{cases} \quad (5-9)$$

由此得出渐开线齿轮正确啮合的条件：两齿轮的模数和压力角必须分别相等，并且等于标准值。

根据渐开线齿轮正确啮合的条件，其传动比还可以进一步表示为

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_{b_2}}{d_{b_1}} = \frac{d_2 \cos \alpha_2}{d_1 \cos \alpha_1} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \quad (5-10)$$

5.6.2 正确安装条件

一对齿轮应满足的正确安装条件是齿侧间隙为零和顶隙为标准值。

1. 齿侧间隙

一对齿轮传动时，两轮的节圆做纯滚动。因此，一个齿轮节圆上的齿槽宽与另一个齿轮节圆上的齿厚之差称齿侧间隙，用 Δ 来表示。齿轮的齿侧间隙为 $\Delta = e'_1 - e'_2$ 。

在渐开线齿轮加工和齿轮传动中均要求无侧隙啮合，即 $\Delta = e'_1 - e'_2 = 0$ 。

标准齿轮外啮合传动如图 5-11 所示。实际上齿轮在传动中由于轮齿受力变形、摩擦发热膨胀，以及安装制造误差等其他因素的影响，当两齿轮齿廓间隙为零时，会引起轮齿间的卡死现象，所以两齿轮非工作齿廓间要留有一定的齿侧间隙。这个齿侧间隙一般很小，通常在制造齿轮时由齿轮的公差来保证，而在设计计算齿轮尺寸时仍按无侧间隙计算。

2. 标准安装

为了避免冲击、振动、噪声等现象，理论上齿轮传动应为无侧隙啮合。因此在设计时，标准安装就是按齿侧无间隙来设计其中心距尺寸。

由标准齿轮的定义可知，标准齿轮的分度圆齿厚和齿槽宽相等，即 $e = s = p/2 = \pi m/2$ ，若要保证无侧隙啮合，就要求分度圆与节圆重合，即 $d = d'$ 。这样的安装称为标准安装，此时的中心距称为标准中心距，用 a 表示，即

$$a = r'_1 + r'_2 = r_1 + r_2 = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \quad (5-11)$$

啮合角在数值上等于分度圆上的压力角，即 $\alpha = \alpha'$ ，如图 5-11 (a) 所示。

3. 非标准安装

如图 5-11 (b) 所示，当实际中心距 a' (安装中心距) 与标准中心距 a 不相等时，节圆半径就会发生变化，但分度圆半径是不变的，这时分度圆与节圆分离，这样的安装称为非标准安装。非标准安装时啮合线位置变化，啮合角 α' 也不再等于分度圆上的压力角。此时的中心距为

$$a' = r'_1 + r'_2 = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha'_1} + \frac{r_{b2}}{\cos \alpha'_2} = (r_1 + r_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$$

$$\text{即} \quad a \cos \alpha = a' \cos \alpha' \quad (5-12)$$

式 (5-12) 表明了啮合角随中心距变化的关系。

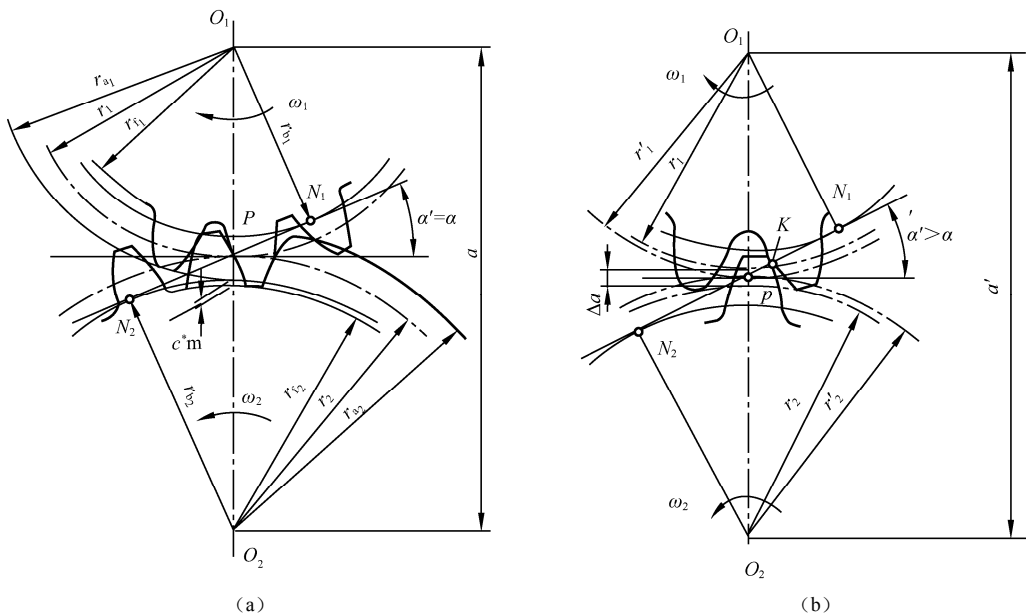


图 5-11 标准齿轮外啮合传动

4. 齿轮与齿条啮合

当齿轮与齿条啮合时，相当于齿轮的节圆与齿条的节线作纯滚动，如图 5-12 所示。当采用标准安装时，齿条的节线与齿轮的分度圆相切，此时 $\alpha = \alpha'$ 。当齿条远离或靠近齿轮时 (相当于齿轮中心距改变)，由于齿条的齿廓为直线，所以啮合线位置不变，啮合角不变，节点位置不变，所以不管是否为标准安装时，齿条的分度线均与节线重合。

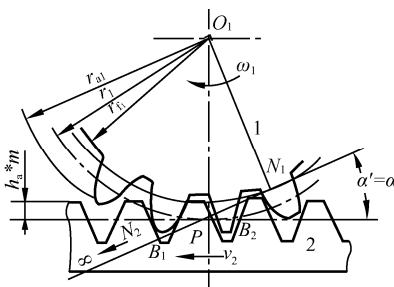


图 5-12 齿轮与齿条啮合

5.6.3 连续传动条件

一对满足正确啮合条件的齿轮，只能保证在传动时其各对齿轮能依次正确地啮合，但不能说明齿轮传动是否连续。为了研究齿轮传动的连续性，首先必须了解两齿轮的啮合过程。

1. 实际啮合线段与理论啮合线段

如图 5-13 所示为一对渐开线齿轮的啮合情况，齿轮 1 为主动轮，以角速度 ω_1 顺时针方向回转；齿轮 2 为从动轮，以角速度 ω_2 逆时针方向回转； N_1N_2 为啮合线。

一对齿轮齿廓的啮合由从动轮 2 的齿顶圆与啮合线 N_1N_2 的交点 B_2 点开始，这时主动轮 1 的齿根推动从动轮 2 的齿顶。随着齿轮的转动，两齿廓的啮合点沿着啮合线向左下方移动。当啮合点移动到主动轮 1 的齿顶圆与啮合线 N_1N_2 的交点 B_1 时，这对齿廓将终止啮合。因此， $\overline{B_1B_2}$ 是实际啮合线段，显然，随着两齿轮齿顶圆的增大， B_2 及 B_1 点越接近于啮合线与两基圆的切点 N_1 、 N_2 ， $\overline{B_1B_2}$ 线段越可以加长。但因为基圆内部没有渐开线，所以两齿轮的齿顶圆不会超过 N_1 、 N_2 点， N_1 、 N_2 点称为啮合极限点， $\overline{N_1N_2}$ 是理论上可能的最大啮合线段，称为理论啮合线段。

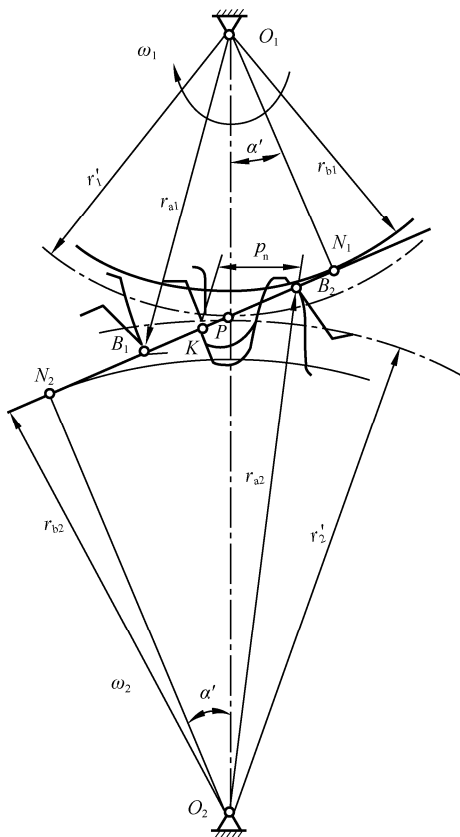


图 5-13 渐开线齿轮连续传动的条件

2. 连续传动条件

如果前一对轮齿在啮合的终止点 B_1 之前的 K 啮合时, 后一对轮齿就已经到达啮合的起始点 B_2 , 则传动能连续进行。这时, 要求实际的啮合线段 $\overline{B_1B_2}$ 大于或等于齿轮的法向齿距 $\overline{B_2K}$ 。若 $\overline{B_1B_2}$ 小于齿轮的法向齿距 $\overline{B_2K}$, 结果将使传动中断, 从而引起轮齿间的冲击, 影响传动的平稳性。

由上述可知, 齿轮连续传动的条件是: 两齿轮的实际啮合线 $\overline{B_1B_2}$ 应该大于或等于齿轮的法向齿距 $\overline{B_2K}$, 而 $\overline{B_2K} = p_b$ 。因此, 齿轮连续传动的条件为

$$\varepsilon_a = \frac{\overline{B_1B_2}}{p_b} \geq 1 \quad (5-13)$$

式中 ε_a 称为重合度 (也称做端面重合度)。它表示同时参加啮合轮齿的对数。 ε_a 的值大表明同时参与啮合的轮齿的对数多。每对轮齿的负荷小, 负荷变动量也小, 传动稳定。因此 ε_a 是衡量齿轮传动质量的指标之一。

为了保证齿轮的连续传动, 考虑齿轮制造、安装误差等因素, 实际工作中规定重合度 ε_a 应大于或等于一定的许用值 $[\varepsilon_a]$, 即 $\varepsilon_a \geq [\varepsilon_a]$ 。根据齿轮使用要求和制造精度的不同, $[\varepsilon_a]$ 一般可在 1.1~1.4 范围内选取, 常用的 $[\varepsilon_a]$ 推荐值见表 5-3。

表 5-3 常用的 $[\varepsilon_a]$ 推荐值

使用场合	一般机械制造业	汽车拖拉机制造业	机床制造业	纺织机器制造业
$[\varepsilon_a]$	1.4	1.1~1.2	1.3	1.3~1.4

重合度 ε_a 的计算公式可以由图 5-13 得

$$\overline{B_1B_2} = \overline{PB_1} + \overline{PB_2} = (\overline{B_1N_1} - \overline{PN_1}) + (\overline{B_2N_2} - \overline{PN_2})$$

$$\overline{PB_1} = r_{b1} (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') = \frac{mz_1}{2} (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') \cos \alpha$$

$$\overline{PB_2} = r_{b2} (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha') = \frac{mz_2}{2} (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha') \cos \alpha$$

式中 α' 、 α_{a1} 、 α_{a2} 分别为啮合角和两齿轮齿顶圆压力角。

将 $\overline{B_1B_2}$ 的表达式和 $p_b = \pi m \cos \alpha$ 代入式 (5-13), 可得重合度的计算公式

$$\varepsilon_a = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{a1} - \tan \alpha') + z_2 (\tan \alpha_{a2} - \tan \alpha')] \quad (5-14)$$

重合度的大小不仅反映一对齿轮能否实现连续传动, 还表明同时参与啮合轮齿对数的平均值。 $\varepsilon_a = 1$ 时, 始终有一对齿轮在啮合; $\varepsilon_a = 2$ 时, 始终有两对轮齿在啮合; $1 < \varepsilon_a < 2$ 时, 有时有两对轮齿参与啮合, 有时有一对轮齿参与啮合。如图 5-14 所示为 $\varepsilon_a = 1.3$ 的情况, 当前一对轮齿在点 C 啮合时, 后一对轮齿在点 B_2 处接触, 从

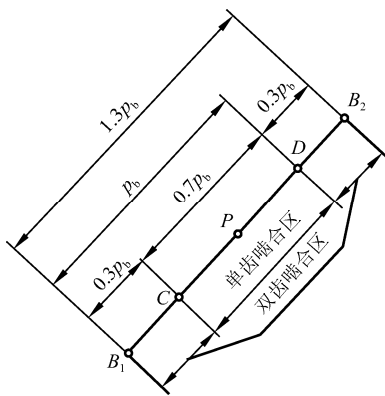


图 5-14 齿轮传动的重合度

此时开始两对轮齿同时啮合,直到前一对轮齿到达 B_1 ,后一对轮齿到达点 D 为止。因此啮合线上的 $\overline{B_1C}$ 和 $\overline{DB_2}$ 区间是双齿啮合区。从点 D 开始到点 C 只有一对轮齿啮合,是单齿啮合区。所以, $\varepsilon_a=1.3$ 表明在齿轮转过一个基圆齿距的时间内有 30% 的时间是双齿啮合区,70% 的时间是单齿啮合区。

由式 (5-14) 可以看出, ε_a 与模数无关, ε_a 随齿数 z 的增大而加大。对于标准安装的齿轮,当将两齿轮的齿数逐渐增加,趋于无穷大时,齿轮变成齿条,则 ε_a 将趋于一极限值

$$\varepsilon_{a\max} = \frac{4h_a^*}{\pi \sin \alpha}。$$

这时,当 $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1.0$ 时, $\varepsilon_{a\max} = 1.981$ 。

重合度 ε_a 越大,意味着同时参与啮合的轮齿对数越多或双齿啮合区越长,增大重合度,对提高齿轮传动的承载能力和传动平稳性具有重要意义。

5.7 渐开线齿廓的切削加工

5.7.1 渐开线齿廓的切削原理

齿轮的加工方法很多,有铸造法、热轧法、冲压法、模锻法和切齿法等。其中最常用的是切削加工的方法,切削加工原理可以分为仿形法和范成法(展成法)两类。

1. 仿形法

仿形法就是用与渐开线齿轮的齿槽形状相同的成形铣刀直接在普通铣床上切削出齿轮齿形的一种加工方法。

刀具的轴剖面刀刃形状和被切齿槽的形状相同,其刀具具有盘状铣刀和指状铣刀等,如图 5-15 所示。

如图 5-15 (a) 所示为盘状铣刀,刀刃与齿轮齿槽形状完全相同。切削时,铣刀转动,同时毛坯沿它的轴线方向移动一个行程,这样就切出一个齿间,也就是切出相邻两齿的各一侧齿槽;然后毛坯退回到原来的位置,并用分度盘将毛坯转过 $360^\circ/z$,再继续切削第二个齿槽,依次切去各齿槽即可切削出所有轮齿。

如图 5-15 (b) 所示为指状铣刀切削加工示意图。其加工方法与盘状铣刀加工时基本相同,铣刀绕自身轴线旋转的同时,从齿轮齿顶切至齿槽。指状铣刀常用于加工模数较大 ($m > 20\text{mm}$) 的齿轮,并可用于切制人字齿轮。

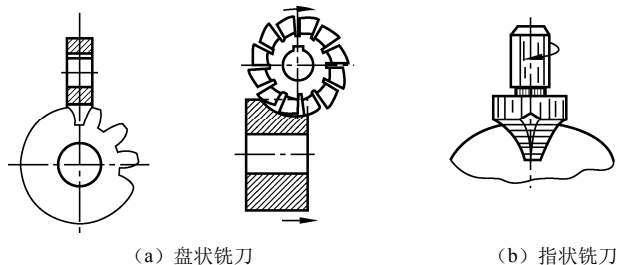


图 5-15 仿形法加工齿轮

仿形法加工齿轮的主要运动有：铣刀转动形成的切削运动、未加工出全部齿轮宽度齿数所需的进给运动和分度运动。

仿形法的优点是加工方法简单，不需要专用机床；它的缺点是加工精度低，生产率低，仿形法主要用于修配和单件生产及加工精度要求不高的齿轮。

2. 范成法

范成法（又称为展成法）是根据一对齿轮的啮合原理进行切齿加工的。当具有渐开线或直线形状的齿廓刀具与轮坯按给定传动比运动时，刀具齿廓可在齿坯上加工出与其共轭的渐开线齿廓。

常用的刀具具有齿轮插刀、齿条插刀和齿轮滚刀。

1) 齿轮插刀

如图 5-16 所示，齿轮插刀的外形是一个具有刀刃的外齿轮，刀具顶部比正常齿高出 c^*m 的距离，以便切出顶隙部分。插齿时，插刀沿轮坯轴线方向作往复切削运动，同时使插刀与轮坯模仿一对齿轮传动那样以一定的传动比传动，直至全部齿槽切制完毕。这样，刀具的渐开线齿廓就在齿轮毛坯上包络出与刀具渐开线齿廓相共轭的渐开线齿廓。根据正确啮合条件，被切齿轮的模数和压力角必定与插刀的模数和压力角相等，故用同一把插刀切出的齿轮都能正确啮合。

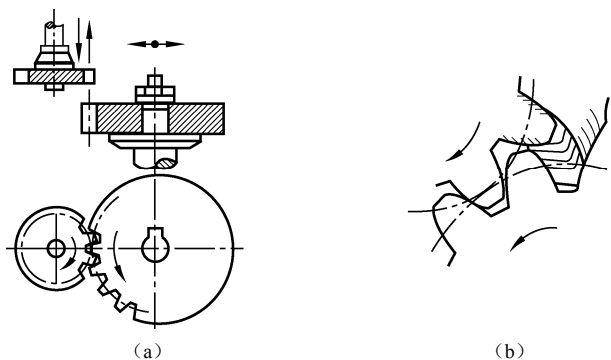


图 5-16 用齿轮插刀加工齿轮

齿轮插刀加工齿轮时，刀具与齿轮毛坯之间形成的主要运动如下：

(1) 范成运动。齿轮插刀与齿轮毛坯以恒定的传动比作回转运动，就如同一对齿轮啮合一样（展成运动）。

(2) 切削运动。齿轮插刀沿着齿轮毛坯的轴线作上下往复切削运动。

(3) 进给运动。为了切出轮齿的高度，在切削过程中，齿轮插刀还需要向齿轮毛坯的中心移动，直至达到规定的中心距为止。

(4) 让刀运动。齿轮毛坯的径向退刀运动，以免损伤加工好的齿面。

2) 齿条插刀

当齿轮插刀的齿数增至无穷多时，其基圆半径变为无穷大，插齿刀的齿廓成为直线，齿轮插刀变为齿条插刀。如图 5-17 所示，齿条插刀是一个齿廓为刀刃的齿条，其齿顶比标准齿条高出 $c = c^*m$ 的距离，是为了保证传动时的顶隙。因齿条的齿廓为一直线，故不论在中线（齿厚与齿槽宽相等的直线）上，还是在与中线平行的其他任一直线上，它们都具有相同的齿距 p 、模数 m 和压力角 α (20°)。对于齿条刀具， α 也称为齿形角或刀具角。

齿条插刀加工齿轮的原理与用齿轮插刀加工相同，只是范成运动变为齿条与齿轮的啮合运动，如图 5-18 所示。

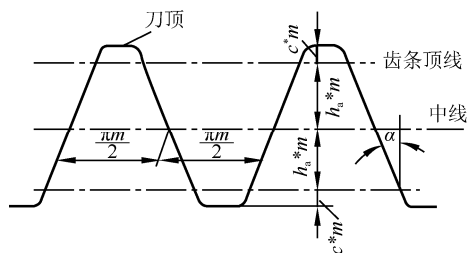


图 5-17 齿条插刀

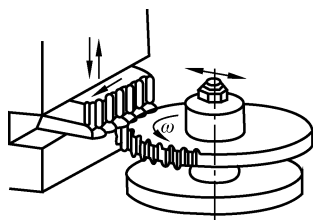


图 5-18 用齿条插刀加工齿轮

由加工过程可以看出，以上两种方法其切削都不是连续的，这样就影响了生产率的提高。因此，在生产中更广泛地采用齿轮滚刀来加工齿轮。

3) 齿轮滚刀

如图 5-19 所示为在滚齿机上用齿轮滚刀加工齿轮。

如图 5-19 (b) 所示，齿轮滚刀的形状类似一个开有刀刃的螺旋且在滚刀轴剖面（即齿轮轮坯端面）的齿形与齿条插刀相同，当滚刀转动时，相当于图中双点画线所示的假想无限长的齿条插刀连续地向一个方向移动，齿轮轮坯相当于与齿条插刀啮合运动的齿轮，滚刀按照齿轮啮合原理在齿轮轮坯上连续切出渐开线齿廓。与此同时，滚刀沿着齿轮轮坯作轴向缓慢进给，以便切出整个齿宽的齿廓。刀刃的螺旋运动代替了齿条插刀的范成运动和切削运动。

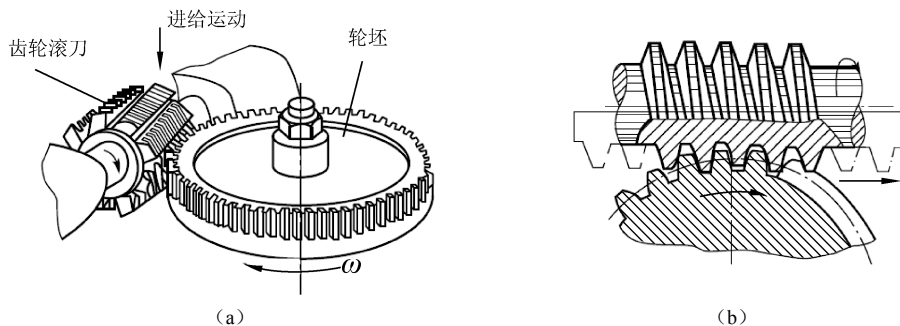


图 5-19 用齿轮滚刀加工齿轮

滚刀的回转就像一个无穷长的齿条刀具在移动，所以这种加工方法是连续的，具有很高的生产率。利用范成法加工齿轮，只要刀具和被加工齿轮的模数及压力角相同，就可以利用一把刀具来加工。

齿条插刀和滚刀都属于齿条形刀具。齿条形刀具与普通齿条各部分尺寸基本相同，不同之处是刀具齿顶高比齿轮齿顶高多出一段 c^*m 距离，以便切制出齿轮的顶隙。加工齿轮时，刀具的中线（或称分度线）与齿轮毛坯分度圆相切并做纯滚动，由于刀具中线的齿厚和齿槽宽均为 $\pi m/2$ ，故加工出的齿轮在分度圆上 $s=e=\pi m/2$ 。被切齿轮的齿顶高为 h_a^*m ，齿根高为 $(h_a^*+c^*)m$ ，这样便加工出所需的标准齿轮。

因此, 渐开线标准齿轮不根切的最少齿数为

$$z_{\min} = \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha} \quad (5-15)$$

当 $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1.0$ 时, $z_{\min} = 17$ 。

由式 (5-15) 可以看出, 增大 α 或减小 h_a^* 都可以减少最小根切齿数。

5.8 变位齿轮简介

5.8.1 变位齿轮的概念

在实际机械中, 常常要用到 $z < z_{\min}$ 的齿轮。为避免根切, 应该设法减小 z_{\min} 。由式 (5-15) 知, 增大 α 或减小 h_a^* 都可以减少最小根切齿数, 但是 h_a^* 的减小会降低传动的重合度, 影响传动平稳性, 而 α 的增大将增大齿廓间的受力及功率损耗, 其次是不能采用标准刀具加工齿轮。

轮齿根切的根本原因是刀具的齿顶线超过了啮合极限点 N , 当标准刀具从发生根切的虚线位置相对于齿轮坯中心向外移动至刀具齿顶线不超过啮合极限点 N 的实线位置, 则切出的齿轮就不会发生根切。这种用改变刀具与齿轮坯相对位置的齿轮加工方法称为变位修正法。加工出的齿轮称做变位齿轮。刀具沿齿轮坯径向移动的距离称做径向变位量, 用 xm 表示, x 称做变位系数。相对于齿轮坯中心, 刀具向外移动称做正变位, 此时变位系数 $x > 0$, 这样加工出的齿轮称做正变位齿轮; 刀具由标准位置向被切齿轮中心移动, 称做负变位, 变位系数 $x < 0$, 这样加工出来的齿轮称做负变位齿轮, 如图 5-22 所示。

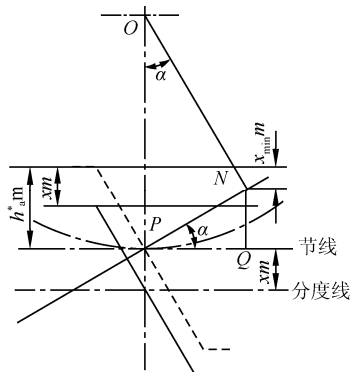


图 5-22 不根切的最小变位系数 x_{\min}

采用变位修正法切制渐开线齿轮, 当 $z < z_{\min}$ 时, 可以避免根切, 选择合适的变位系数, 可以提高齿轮的承载能力, 配凑中心距, 减小机构几何尺寸, 并且可以采用标准刀具切制齿轮, 因此变位齿轮的应用十分广泛。但是, 变位齿轮需成对设计, 没有互换性。

5.8.2 不根切的最小变位系数 x_{\min}

在图 5-23 中 $\overline{NQ} \geq h_a^* m - xm$, 即 $xm \geq h_a^* m - \overline{NQ}$ 。

因为

$$\overline{NQ} = \overline{PN} \sin \alpha, \quad \overline{PN} = r \sin \alpha = \frac{mz \sin \alpha}{2}, \quad \text{则 } \overline{NQ} = r \sin^2 \alpha = \frac{mz}{2} \sin^2 \alpha$$

由式 (5-15) 得

$$\frac{\sin^2 \alpha}{2} = \frac{h_a^*}{z_{\min}}$$

所以

$$x \geq \frac{h_a^* (z_{\min} - z)}{z_{\min}}$$

故, 最小变位系数为

$$x_{\min} = \frac{h_a^*(z_{\min} - z)}{z_{\min}} \quad (5-16)$$

可以看出, 当 $z < z_{\min}$ 时, $x_{\min} > 0$, 为避免根切, 必须正变位。当 $z > z_{\min}$ 时, $x_{\min} < 0$, 该齿轮不会根切。为了满足某些性能的要求, 可以用正变位或负变位方法加工齿轮。

5.8.3 变位齿轮的几何尺寸

变位齿轮的齿数、模数、压力角与标准齿轮相同, 所以变位齿轮与标准齿轮有相同的分度圆、基圆、齿距、基圆齿距和齿全高, 但变位齿轮的齿顶圆、齿根圆、齿顶高、齿根高、分度圆的齿厚和齿槽宽都发生了变化, 如图 5-23 所示。

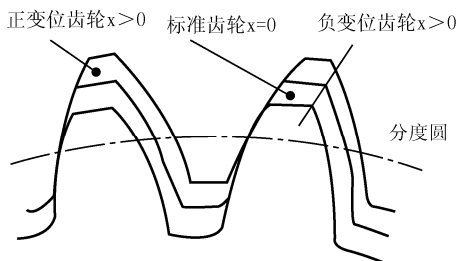


图 5-23 变位齿轮的齿廓

(1) 分度圆和基圆。由于分度圆和基圆仅与齿轮的 z 、 m 、 α 有关, 并且加工变位齿轮的刀具仍是标准刀具, 故变位齿轮的分度圆和基圆不变, 仍为

$$d = mz, \quad d_b = mz \cos \alpha$$

(2) 齿厚和齿槽宽。

如图 5-24 所示, 对于正变位齿轮, 由于加工变位齿轮时, 与齿轮坯分度圆相切的不再是刀具中线 (即刀具分度线), 而是刀具节线, 刀具节线上的齿槽宽较分度线上齿槽宽增大了 $2KJ$ 。由于轮坯分度圆与刀具节线作纯滚动, 可知轮坯分度圆齿厚也增大 $2KJ$ 。由 $\triangle IKJ$ 可知 $KJ = xm \tan \alpha$ 。

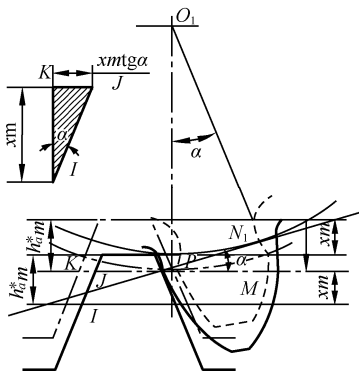


图 5-24 齿轮的变位修正

齿轮的分度圆齿厚和齿槽宽

$$s = \frac{\pi m}{2} + 2\overline{KJ} = \left(\frac{\pi}{2} + 2x \tan \alpha \right) m \quad (5-17)$$

$$e = \frac{m\pi}{2} - 2\overline{KJ} = \left(\frac{\pi}{2} - 2x \tan \alpha \right) m \quad (5-18)$$

(3) 齿顶高和齿根高。正变位时, 刀具沿齿轮坯中心向外移出 xm 的距离, 分度圆不变, 故加工出的齿轮其齿根高减小 xm , 即

$$h_f = h_a^* m + c^* m - xm = (h_a^* + c^* - x)m \quad (5-19)$$

同样, 齿顶高增大 xm , 即

$$h_a = h_a^* m + xm = (h_a^* + x)m \quad (5-20)$$

(4) 齿顶圆和齿根圆。变位齿轮的齿顶圆和齿根圆分别为

$$\begin{cases} d_a = (z + 2h_a^* + 2x)m \\ d_f = (z - 2h_a^* - 2c^* + 2x)m \end{cases} \quad (5-21)$$

变位齿轮的分度圆没有改变, 只是齿顶高和齿根高发生了变化, 为保证齿全高为标准值 $h = (2h_a^* + x)m$, 对于正变位齿轮其齿顶圆半径应较标准齿轮增大一段 xm ; 至于负变位齿轮, 其各尺寸的计算公式与正变位齿轮的完全一样, 只是将其中的变位系数 x 带入负值即可。

5.8.4 变位齿轮传动

变位齿轮传动应满足正确啮合条件和连续传动条件, 即无侧隙啮合和标准顶隙。

1. 无侧隙啮合

一对相互啮合的齿轮在节圆上的齿厚与齿槽宽应匹配, 保证传动的连续性, 即 $s_1' = e_2', e_1' = s_2', p' = s_1' + e_1' = s_2' + e_2', p' = m\pi \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'}$

由此, 可推出无侧隙啮合方程

$$\operatorname{inv} \alpha' = \frac{2(x_1 + x_2) \tan \alpha}{z_1 + z_2} + \operatorname{inv} \alpha \quad (5-22)$$

式中, z_1, z_2 为两齿轮的齿数;

x_1, x_2 为两轮的变位系数;

α 为分度圆压力角;

α' 为啮合角。

式 (5-22) 表明两轮变位系数之和 $(x_1 + x_2) = 0$ 时, $\alpha' = \alpha$; $(x_1 + x_2) \neq 0$ 时, $\alpha' \neq \alpha$ 。

2. 标准顶隙

变位齿轮的节圆与分度圆不一定重合, 将变位齿轮的中心距 a' 与标准齿轮的中心距 a 之差称为中心距变动量, 用 ym 表示。

即

$$a' = a + ym \quad (5-23)$$

式中, y 是中心距变动系数;

m 是齿轮模数。

标准中心距

$$a = r_1 + r_2 = \frac{(z_1 + z_2)m}{2}$$

变位齿轮中心距

$$a' = r_1' + r_2' = \frac{(r_1 + r_2) \cos \alpha}{\cos \alpha'} = \frac{(z_1 + z_2)m \cos \alpha}{2 \cos \alpha'}$$

中心距变动量

$$ym = a' - a = r_1' + r_2' - (r_1 + r_2) = \frac{(r_1 + r_2) \cos \alpha'}{\cos \alpha} - (r_1 + r_2) = \frac{(z_1 + z_2)m}{2} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 \right)$$

中心距变动系数

$$y = \frac{a' - a}{m} = \left(\frac{z_1 + z_2}{2} \right) \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 \right) \quad (5-24)$$

按标准顶隙安装的中心距

$$\begin{aligned} a'' &= r_{a1} + c^* m + r_{f2} \\ &= r_1 + (h_a^* + x_1)m + c^* m + r_2 - (h_a^* + c^* - x_2)m \\ &= r_1 + r_2 + (x_1 + x_2)m = a + (x_1 + x_2)m \end{aligned} \quad (5-25)$$

由式(5-23)和式(5-25)可知, 如果 $y = x_1 + x_2$, 显然既满足无侧隙安装, 又满足顶隙为标准值; 如果 $y \neq x_1 + x_2$, 经证明, 当 $x_1 + x_2 \neq 0$ 时, 总有 $x_1 + x_2 > y$, 即 $a'' > a'$ 。工程上为了解决这个问题, 采用如下办法: 两轮按无侧隙中心距安装, $a' = a + ym$; 满足标准顶隙的要求, 将两齿轮的齿顶各减短 $\Delta y m$, Δy 称为齿顶高降低系数(齿顶高变动系数), 其值为

$$\Delta y = x_1 + x_2 - y \quad (5-26)$$

变位齿轮的齿顶高为

$$h_a = h_a^* m + x m - \Delta y m = (h_a^* + x - \Delta y)m \quad (5-27)$$

变位齿轮传动几何尺寸计算公式列于表 5-4。

表 5-4 变位齿轮传动几何尺寸计算公式

名称	符号	标准齿轮传动	等变位齿轮传动	不等变位齿轮传动
变位系数	x	$x_1 = x_2 = 0$	$x_1 = -x_2 \neq 0$	$x_1 + x_2 \neq 0$
节圆直径	d'	$d'_i = d_i = m z_i (i = 1, 2)$		$d'_i = d_i \cos \alpha / \cos \alpha'$
啮合角	α'	$\alpha' = \alpha$		$\cos \alpha' = a \cos \alpha / a'$
齿顶高	h_a	$h_a = h_a^* m$	$h_a = (h_a^* + x_1) m$	$h_a = (h_a^* + x_1 - \Delta y) m$
齿根高	h_f	$h_f = (h_a^* + c^*) m$	$h_f = (h_a^* + c^* - x_1) m$	
齿顶圆直径	d_a	$d_a = d + 2 h_a$		
齿根圆直径	d_f	$d_f = d - 2 h_f$		
中心距	a	$a = (d_1 + d_2) m / 2$		$a' = (d'_1 + d'_2) m / 2$ $a' = a + y m$
中心距变动系数	y	$y = 0$		$y = (a' - a) / m$
齿顶高变动系数	Δy	$\Delta y = 0$		$\Delta y = x_1 + x_2 - y$

5.8.5 变位齿轮传动类型及特点

根据相互啮合的变位齿轮变位系数之和的值的变化的, 可将变位齿轮传动分为下列三种类型。

(1) 标准齿轮传动。

$$x_1 + x_2 = 0 \text{ 且 } x_1 = x_2 = 0$$

(2) 等变位齿轮传动。

$$x_1 + x_2 = 0 \text{ 且 } x_1 = -x_2 \neq 0$$

等变位齿轮传动又称高度变位齿轮传动。根据表 5-4 计算公式, 有

$$a = a', \quad \alpha = \alpha', \quad y = 0, \quad \Delta y = 0$$

即中心距为标准中心距, 节圆与分度圆重合, 啮合角等于分度圆压力角, 齿顶高不需减低。

为了增强小齿轮的强度, 一般小齿轮采用正变位, 大齿轮采用负变位, 从而使一对齿轮的强度接近, 并可使一对齿轮的承载能力相对提高; 另外, 小齿轮采用正变位, 可以加工出 $z < z_{\min}$ 的不根切的齿轮, 这样在传动比和模数不变的情况下, 机构更加紧凑。

(3) 不等变位齿轮传动。

$$x_1 + x_2 \neq 0$$

不等变位齿轮传动又称为角度变位齿轮传动, $x_1 + x_2 > 0$ 时, 称为正传动, $x_1 + x_2 < 0$ 时称为负传动。

当 $x_1 + x_2 > 0$ 时, $a' > a$, $\alpha' > \alpha$, $y > 0$, $\Delta y > 0$ 。即正传动中心距大于标准中心距, 啮合角大于分度圆压力角, 两齿轮的齿顶高都需要减小 $\Delta y m$ 。正传动可以使两齿轮都采用正变位, 或小齿轮采用较大的正变位, 大齿轮采用较小的负变位, 均能提高齿轮机构的承载能力。由于齿顶减小, 重合度将减小, 传动平稳性降低。

当 $x_1 + x_2 < 0$ 时, $a' < a$, $\alpha' < \alpha$, $y < 0$, $\Delta y > 0$ 。即负传动中心距小于标准中心距, 啮合角小于分度圆压力角, 两齿轮的齿顶高都需要减小 $\Delta y m$ 。负传动可以使两轮都采用负变位, 或小齿轮采用较小的正变位, 大齿轮采用较大的负变位。其传动特点为重合度略有提高, 传动平稳性好, 但强度降低, 磨损增大。负传动一般只用于配凑中心距。

5.8.6 变位齿轮传动的设计步骤

根据已知条件的不同, 变位齿轮的设计可以分为如下两类:

1) 已知中心距的设计

已知条件: z_1 、 z_2 、 m 、 α 和 α' , 其设计步骤:

(1) 确定啮合角 α' , 利用式 (5-12)。

$$\alpha' = \arccos\left(\frac{\alpha}{\alpha'} \cos \alpha\right)$$

(2) 确定变位系数和 ($x_1 + x_2$), 利用式 (5-22)。

$$x_1 + x_2 = \frac{z_1 + z_2}{2 \tan \alpha} (\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha)$$

(3) 确定中心距变动系数 y ，利用式 (5-23)。

$$y = \frac{a' - a}{m}$$

(4) 确定齿顶高降低系数 Δy ，利用式 (5-26)。

$$\Delta y = (x_1 + x_2) - y$$

(5) 分配变位系数 x_1 、 x_2 ，并按表 5-4 计算齿轮的几何尺寸。

2) 已知变位系数的设计

已知条件： z_1 、 z_2 、 m 、 α 、 x_1 、 x_2 ，其设计步骤：

(1) 确定啮合角 α' ，利用式 (5-22)。

$$\text{inv} \alpha' = \frac{2(x_1 + x_2) \tan \alpha}{z_1 + z_2} + \text{inv} \alpha$$

(2) 确定中心距 α' ，利用式 (5-12)。

$$\alpha' = \arccos \left(\frac{\alpha}{\alpha'} \cos \alpha \right)$$

(3) 确定中心距变动系数 y ，利用式 (5-24)。

(4) 确定齿顶高降低系数 Δy ，利用式 (5-26)。

(5) 按表 5-4 计算齿轮的几何尺寸。

5.9 斜齿圆柱齿轮机构

5.9.1 斜齿圆柱齿轮齿面的形成及其传动特点

前面在研究渐开线直齿圆柱齿轮时，是在齿轮的端面（垂直于齿轮轴线的平面）上加以研究的。由于齿轮轮齿有一定的宽度 B ，端面上的点和线代表了齿轮上的线和面。因此，前述的发生线实际上应该为发生面。渐开线齿廓的生成，实际上就是发生面 G 在基圆柱上做纯滚动时，发生面 G 上一条与基圆柱轴线相平行的直线 KK 所生成的曲面就是渐开线曲面，即为直齿轮齿面，如图 5-25 所示。由齿廓曲面形成过程可知，一对直齿圆柱齿轮啮合过程中，一对轮齿沿着整个齿宽 B 同时进入啮合和退出啮合，因此，齿轮上的载荷被突然加上，又突然卸掉，使得直齿圆柱齿轮机构的传动平稳性较差，容易产生较大的冲击、振动和噪声。而斜齿轮的出现，恰好解决了这个问题。

斜齿圆柱齿轮齿面形成的原理与直齿轮相似，不同之处在于发生面 G 上的直线 KK 不与基圆柱轴线平行，形成一个夹角 β_0 ，如图 5-26 所示。传动时，一对斜齿的一端先进入啮合，其接触线由短逐渐变长，然后，再由长逐渐变短，直到轮齿在另一端退出啮合。所以在啮合过程中，载荷是逐渐加上和卸掉的，这样就大大降低了齿轮传动时产生的冲击、振动和噪声，提高了传动的平稳性。因此，斜齿圆柱齿轮传动在高速、大功率传动装置中得到了广泛的应用。

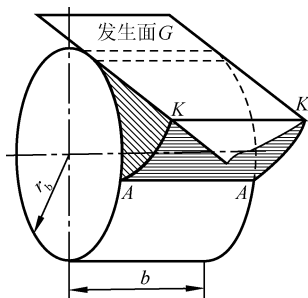


图 5-25 渐开线直齿圆柱齿轮齿面的形成

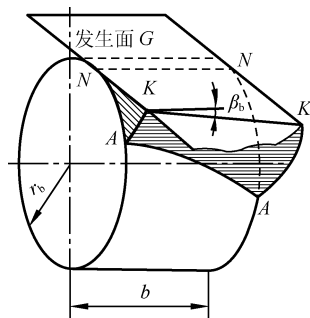


图 5-26 渐开线斜齿圆柱齿轮齿面的形成

5.9.2 斜齿圆柱齿轮的基本参数及几何尺寸

由于斜齿轮的齿面为渐开线齿面, 所以其端面的齿形和垂直于螺旋线方向的法面齿形是不相同的, 因而斜齿面的端面参数和法面参数也不相同。斜齿轮加工时, 常用齿条刀具或盘状齿轮铣刀切齿, 且刀具沿齿向方向进刀, 所以必须按齿轮的法面参数选择刀具。因此, 在工程中规定斜齿轮的法面参数(模数、分度圆压力角、齿顶高系数等)为标准值, 计算斜齿轮的几何尺寸时要按端面参数进行计算, 这就需要建立法面参数和端面参数的换算关系。法面上的参数用下标 n 表示, 如 m_n , α_n , h_{an}^* , c_n^* , 端面上的参数用下标 t 表示, 如 m_t , α_t , h_{at}^* , c_t^* 。

1. 螺旋角 β

斜齿圆柱齿轮的齿廓曲面与其分度圆柱面相交的螺旋线的切线与齿轮轴线所夹锐角称为斜齿轮分度圆柱上的螺旋角, 通常称为斜齿轮螺旋角, 用 β 表示。根据螺旋线左右旋向, β 分为左旋和右旋, 如图 5-27 所示。

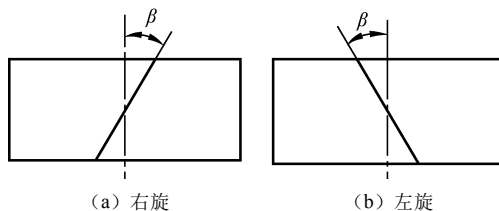


图 5-27 斜齿轮的螺旋角

2. 法面模数 m_n 与端面模数 m_t

将斜齿轮沿分度圆柱面展开, 就形成了一个矩形, 如图 5-28 所示。矩形的长宽分别是斜齿轮分度圆周长及齿宽, 此时, 分度圆柱面上轮齿螺旋线便展开成了一条与轴线夹角为 β 的斜直线。

根据图 5-28 可知

$$\tan \beta = \frac{\pi d}{l} \quad (5-28)$$

式中, l 为螺旋线导程。

同一斜齿轮上任何圆柱面上的螺旋线导程都一样, 因此基圆柱上的螺旋角 β_b 可表示为

$$\begin{aligned}
 h_a &= h_{an}^* m_n = h_{at}^* m_t \\
 h_f &= (h_{an}^* + c_n^*) m_n = (h_{at}^* + c_t^*) m_t \\
 h_{at}^* &= h_{an}^* \cos \beta \quad c_t^* = c_n^* \cos \beta
 \end{aligned} \tag{5-32}$$

即

式中, h_{an}^* 、 c_n^* 均为标准值。

斜齿轮的啮合在端面上相当于一对直齿轮的啮合。因此将斜齿轮的端面参数代入直齿轮的计算公式, 就可得到斜齿轮的相应几何尺寸。外啮合斜齿圆柱齿轮几何尺寸计算公式见表 5-5。

表 5-5 外啮合斜齿圆柱齿轮几何尺寸计算公式

名称	符号	计算公式
螺旋角	β	一般取 $\beta = 8^\circ \sim 20^\circ$
法面模数	m_n	选取标准值
端面模数	m_t	$m_t = m_n / \cos \beta$
法面压力角	α_n	$\alpha_n = 20^\circ$
端面压力角	α_t	$\tan \alpha_t = \tan \alpha_n / \cos \beta$
分度圆直径	d	$d = m_t z = m_n z / \cos \beta$
基圆直径	d_b	$d_b = d \cos \alpha_t$
齿顶圆直径	d_a	$d_a = d + 2h_a$
齿根圆直径	d_f	$d_f = d - 2h_f$
法面齿顶高系数	h_{an}^*	$h_{an}^* = h_a^* = 1$
端面齿顶高系数	h_{at}^*	$h_{at}^* = h_{an}^* \cos \beta$
法面顶隙系数	c_n^*	$c_n^* = c^* = 0.25$
端面顶隙系数	c_t^*	$c_t^* = c_n^* \cos \beta$
齿顶高	h_a	$h_a = h_{an}^* m_n = h_{at}^* m_t$
齿根高	h_f	$h_f = (h_{an}^* + c_n^*) m_n = (h_{at}^* + c_t^*) m_t$
法面齿距	p_n	$p_n = \pi m_n$
端面齿距	p_t	$p_t = \pi m_t = p_n / \cos \beta$
法面基圆齿距	p_{bn}	$p_{bn} = p_n \cos \alpha_n$
端面基圆齿距	p_{bt}	$p_{bt} = p_t \cos \alpha_t$
法面齿厚	s_n	$s_n = \left(\frac{\pi}{2} + 2x_n \tan \alpha_n \right) m_n$
端面齿厚	s_t	$s_t = \left(\frac{\pi}{2} + 2x_t \tan \alpha_t \right) m_t$
重合度	ε_α	$\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1 (\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha_t') + z_2 (\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha_t')] + \frac{b \sin \beta}{\pi m_n}$
标准中心距	a	$a = \frac{1}{2} (d_1 + d_2) = \frac{m_n}{2} (z_1 + z_2) = \frac{m_n}{2 \cos \beta} (z_1 + z_2)$

由表 5-6 可知, 斜齿轮传动的中心距与螺旋角 β 有关。当一对斜齿轮的模数和齿数一定时, 可以通过改变其螺旋角 β 的大小来调整中心距。

5.9.3 斜齿圆柱齿轮的当量齿轮和当量齿数

1. 当量齿轮和当量齿数

用仿形法切制斜齿轮时, 刀刃位于轮齿的法面内, 并沿分度圆柱螺旋线方向进刀。显然, 这样切出的斜齿轮, 不仅轮齿法面的模数和压力角与刀具的相同, 而且法面的齿形也与刀刃的形状相对应。因此, 选择齿轮铣刀时, 刀具参数取决于齿轮的法面参数。此外, 在计算斜齿轮轮齿的弯曲强度时, 由于作用力作用在法面内, 所以也需知道它的法面齿形。这就需要找出一个与斜齿轮法面齿形相当的直齿轮。我们把与斜齿轮法面齿形相当的该虚拟直齿轮称为斜齿轮的当量齿轮, 其齿数称为斜齿轮的当量齿数, 用 z_v 表示。

为了确定斜齿轮的当量齿数, 过斜齿轮分度圆螺旋线上的一点 C , 做此齿轮螺旋线的法面, 将斜齿轮的分度圆柱剖开, 其剖面为一椭圆, 如图 5-30 所示。该剖面上 C 点附近的齿形可以近似地视为斜齿轮的法面齿形。现以椭圆上 C 点的曲率半径 ρ 为半径做一个圆, 作为虚拟直齿轮的分度圆, 且此虚拟直齿轮的模数和压力角分别等于该斜齿轮的法面模数和法面压力角, 故此虚拟的直齿轮即为该斜齿轮的当量齿轮, 其齿数即为当量齿数。

由图 5-30 可知, 椭圆的长半轴 $a = d / (2 \cos \beta)$, 短半轴 $b = d / 2$, 由高等数学可知, C 点的曲率半径应为

$$\rho = \frac{a^2}{b} = \frac{d}{2 \cos^2 \beta}$$

所以可得

$$z_v = \frac{2\rho}{m_n} = \frac{d}{m_n \cos^2 \beta} = \frac{z}{\cos^3 \beta} \quad (5-33)$$

当量齿数的作用有:

- (1) 用于选取齿轮铣刀的刀号;
- (2) 用于计算斜齿轮轮齿的弯曲疲劳强度;
- (3) 用于选取斜齿轮变位系数。

2. 不发生切齿干涉的最少齿数

标准斜齿轮不发生切齿干涉的最少齿数也可利用标准直齿轮计算公式表示

$$z_{\min t} = \frac{2h_{at}^*}{\sin_{at}^2} = \frac{2h_{an}^* \cos \beta}{\sin_{at}^2}$$

由于

$$\tan \alpha_t = \tan \alpha_n / \cos \beta$$

所以标准斜齿轮不发生切齿干涉的最少齿数

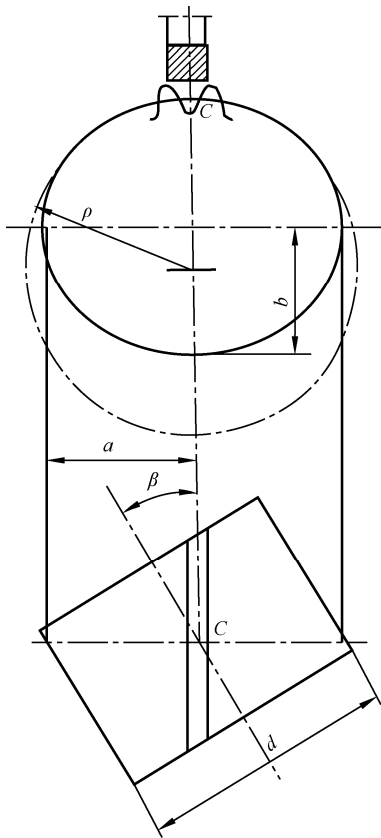


图 5-30 斜齿圆柱齿轮的当量齿轮

$$z_{\min} = z_{v\min} \cdot \cos^3 \beta \quad (5-34)$$

式中, $z_{v\min}$ 为斜齿轮的当量齿轮不发生切齿干涉的最少齿数, 由此可知, 标准斜齿轮不发生切齿干涉的最少齿数比标准直齿轮要少。

5.9.4 斜齿圆柱齿轮啮合传动

1. 正确啮合条件

由于在端面上两斜齿圆柱齿轮啮合传动与直齿圆柱齿轮相同, 因此, 要使一对斜齿轮能够正确啮合, 应满足 $m_{t1} = m_{t2} = m_t$ 、 $\alpha_{t1} = \alpha_{t2} = \alpha_t$ 。同时, 为了使相互啮合的两齿廓渐开线螺旋面相切, 当为外啮合时, 两轮的螺旋角 β 应大小相等、方向相反, 即 $\beta_1 = -\beta_2$; 当为内啮合时, 两轮螺旋角 β 应大小相等、方向相同, 即 $\beta_1 = \beta_2$ 。

又由于相互啮合的两轮螺旋角相等, 故其法面模数及法面压力角也应分别相等。综上所述, 斜齿圆柱齿轮的正确啮合条件为

$$\begin{cases} m_{t1} = m_{t2} = m_t \\ \alpha_{t1} = \alpha_{t2} = \alpha_t \\ \beta_1 = \pm \beta_2 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} m_{n1} = m_{n2} = m_n \\ \alpha_{n1} = \alpha_{n2} = \alpha_n \\ \beta_1 = \pm \beta_2 \end{cases} \quad (5-35)$$

2. 连续传动条件

为了便于分析斜齿轮传动的连续传动条件, 现将端面参数相同的一对直齿圆柱齿轮传动和斜齿圆柱齿轮传动进行比较。如图 5-31 上图所示为直齿轮传动的啮合面, 下图为斜齿轮传动的啮合面, 直线 B_2B_2 表示在啮合面内, 一对轮齿进入啮合的位置, B_1B_1 表示脱离啮合的位置。 B_2B_2 与 B_1B_1 之间的区域为齿轮啮合区。

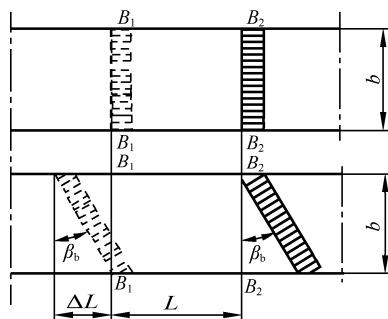


图 5-31 斜齿圆柱齿轮的重合度

对于直齿轮传动而言, 轮齿在 B_2B_2 沿着整个齿宽进入啮合, 在 B_1B_1 处又沿着整个齿宽脱离啮合, 因此, 直齿轮传动的重合度 $\varepsilon_\alpha = L / p_{bt}$ 。

对于斜齿轮传动来说, 轮齿在 B_2B_2 处先由一段进入啮合, 随着齿轮的转动, 逐渐沿整个齿宽进入啮合。在 B_2B_2 处也是先由一段脱离啮合, 随着齿轮转动, 转到图 3.31 中虚线所示位置处时, 才完全脱离啮合。因此, 斜齿轮传动的实际啮合区比直齿轮增大了 $\Delta L = b \tan \beta_b$, 所以, 斜齿轮传动的重合度为

$$\varepsilon = \frac{L + \Delta L}{p_{bt}} = \frac{L}{p_{bt}} + \frac{\Delta L}{p_{bt}} = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \quad (5-36)$$

式中, ε_α 称为端面重合度, $\varepsilon_\alpha = \frac{1}{2\pi} [z_1(\tan \alpha_{at1} - \tan \alpha'_t) + z_2(\tan \alpha_{at2} - \tan \alpha'_t)]$;

ε_β 称为轴面重合度 (或纵向重合度), $\varepsilon_\beta = \frac{\Delta L}{p_{bt}} = \frac{b \tan \beta_b}{\pi m_t \cos \alpha_t} = \frac{b \sin \beta}{\pi m_n}$ 。

由此可得出, 斜齿轮传动的轴面重合度随齿宽 b 和螺旋角 β 的增大而增大, 因此, 斜齿轮传动的重合度比直齿轮传动大得多。

3. 斜齿圆柱齿轮传动特点

(1) 啮合性好。轮齿进入和脱离啮合都是逐渐进行的, 所以传动平稳、噪声小, 也减小了轮齿制造误差对传动的影

(2) 重合度大。提高了承载能力, 延长了使用寿命。

(3) 结构紧凑。斜齿标准齿轮不发生切齿干涉的最少齿数比直齿轮少, 因此, 在相同条件下, 斜齿轮传动的结构更紧凑。

其缺点是会产生轴向力, 大小为 $F_a = F_t \tan \beta$ (F_t 为圆周力), 且 β 越大, 轴向力越大。设计时, 一般取为消除或减小轴向力的影响, 可以采用人字形齿轮或同时使用两个反向斜齿轮传动。主动轮轴向力方向可用左、右手定则判定: 主动轮左旋用左手, 右旋用右手, 四指握住齿轮轴线, 四指指向齿轮转动方向, 拇指指向即为主动轮轴向力方向。

5.9.5 交错轴斜齿轮传动

交错轴斜齿轮机构用来传递两交错轴间的运动和动力, 即两轴既不相交也不平行, 就单个齿轮而言, 虽然仍为斜齿圆柱齿轮, 但传动特点不尽相同。

1. 交错角

如图 5-32 所示为一对交错轴斜齿轮传动, 两轮轴线在两齿轮分度圆柱公切面上所投影的夹角称为交错角, 用 Σ 表示。过 P 点在公切面上作两分度圆柱面上螺旋线的公切线 $t-t$, 则与轴线 O_1O_1 及 O_2O_2 的夹角 β_1 和 β_2 分别为齿轮 1 和齿轮 2 的螺旋角。 β_1 、 β_2 与交错角 Σ 的关系为

$$\Sigma = |\beta_1 + \beta_2|$$

式中, 当两轮螺旋线方向相同时, β_1 、 β_2 取同号; 反之, 取异号。若 $\Sigma = 90^\circ$ 时, 则 β_1 、 β_2 旋向相同; 当 $\Sigma = 0$ 时, 则 β_1 、 β_2 旋向相反且为一对平行轴斜齿轮传动。

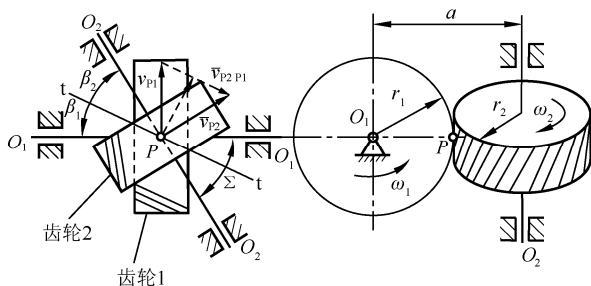


图 5-32 交错轴斜齿轮传动

2. 正确啮合条件

交错轴斜齿轮是在法面内啮合的, 因此, 法面内模数和压力角应分别相等, 且均为标准值, 即

$$m_{n1} = m_{n2} = m_n = m, \quad \alpha_{n1} = \alpha_{n2} = \alpha_n = \alpha$$

由于在交错轴斜齿轮传动中, 两轮螺旋角不一定相等, 因此, 两轮的端面模数和压力角也不一定相等, 这是交错轴斜齿轮传动与斜齿轮传动的不同之处。

3. 传动比和从动轮转向

交错轴斜齿轮的传动比为

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_2 \cos \beta_2}{d_1 \cos \beta_1}$$

在交错轴斜齿轮传动中, 当主动轮转向确定后, 从动轮的转向可以通过速度矢量图解法求得, 如图 5-32 所示。主动轮 1 与从动轮 2 在啮合点 p 的速度分别为 \bar{v}_{p1} 和 \bar{v}_{p2} , 由两构件重合点间速度关系可得

$$\bar{v}_{p2} = \bar{v}_{p1} + \bar{v}_{p2p1}$$

式中, \bar{v}_{p2p1} 为两轮在啮合点 p 沿该点公切线 $t-t$ 方向的相对速度, 通过速度图解法得出 \bar{v}_{p2} 的方向, 并可判断出轮 2 的转向。

4. 交错轴斜齿轮传动的特点

(1) 由传动比公式可知, 在传动比确定的情况下, 可通过改变螺旋角的大小来改变两轮分度圆的直径, 从而满足中心距的要求。在两轮分度圆直径确定的情况下, 可通过改变螺旋角的大小来满足传动比的要求。

(2) 啮合传动时, 除沿齿高方向有相对滑动外, 沿齿长方向也有较大的相对滑动, 因此, 轮齿易磨损, 传动效率低。

(3) 两轮啮合传动时为点接触, 齿面易被压溃, 从而加剧轮齿磨损。

(4) 啮合传动时, 产生轴向力较大。

基于以上特点, 交错轴斜齿轮传动不适合高速重载的场合, 一般用于仪表或传递运动的场合。

5.10 圆锥齿轮机构

5.10.1 圆锥齿轮的传动特点

圆锥齿轮机构主要用于传递两相交轴之间的运动和动力, 如图 5-33 所示, 其轮齿分布在一个截圆锥体上, 基于这一点, 圆柱齿轮中的各有关圆柱, 在这里相应地变成了圆锥(分度圆锥、基圆锥, 齿顶圆锥、齿根圆锥和节圆锥)。显然, 锥齿轮的齿形有大端和小端之分, 两端的参数也不同, 为了计算方便, 通常取大端的参数为标准值。

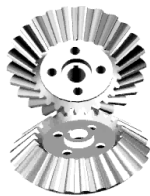


图 5-33 圆锥齿轮传动

一对圆锥齿轮两轴之间的夹角 Σ 可根据传动的需要选定。在一般机械传动中,多采用 $\Sigma = 90^\circ$ 的传动。

圆锥齿轮的轮齿有直齿、斜齿及曲齿(圆弧齿)等形式。

由于直齿圆锥齿轮的设计、制造和安装较为简单,故应用最为广泛。本节仅介绍直齿圆锥齿轮传动。

5.10.2 渐开线直齿圆锥齿轮齿廓曲面的形成

如图 5-34 所示,半锥角为 δ_0 的圆锥,称为基圆锥;与基圆锥相切的扇形平面称为发生面,且基圆锥的顶点与扇形发生面的圆心重合于 O 点;发生面上直线 KK' 的延长线也经过 O 点。当发生面绕着基圆锥纯滚动时,直线 KK' 所形成的直纹曲面,被称为球面渐开曲面,这就是圆锥直齿轮的齿廓曲面,直线上任意点 K 的轨迹称为球面渐开线;因为 K 点到 O 点的距离不变,故球面渐开线上的点在球面上。显然,齿廓曲面的法线在发生面内,也与基圆锥相切。要是直线 KK' 不通过 O 点,所形成的曲面就是斜齿圆锥齿轮的齿廓曲面。

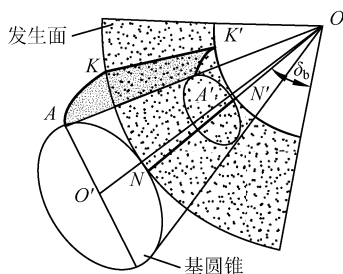


图 5-34 直齿圆锥齿轮齿面的形成

5.10.3 圆锥齿轮的背锥与当量齿数

由于圆锥齿轮的齿廓曲线为球面曲线,不能展开成平面,这给锥齿轮的设计和制造带来很多困难。为了使球面齿廓的问题转化为平面问题,引入了背锥的概念。如图 5-35 所示, $\triangle OPA$ 、 $\triangle OPB$ 分别为两轮的分度圆锥,该两圆锥的底圆分别为 AP 、 BP 。分别过两分度圆锥的底圆做与大端渐开线球面相切的圆锥 O_1PA 、 O_2PB ,即为两锥齿轮的背锥。若将图 5-35 中的两背锥展成平面,则可得到两个扇形齿轮。

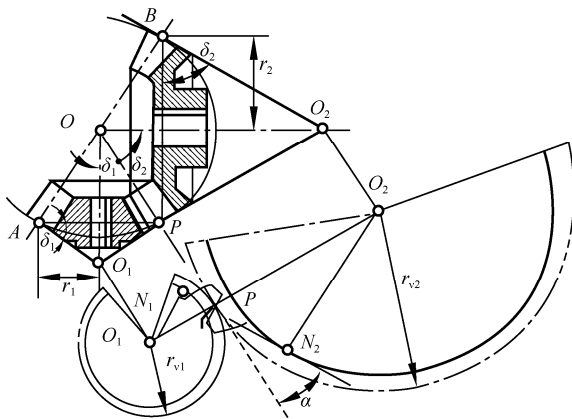


图 5-35 圆锥齿轮的背锥和当量齿轮

如果将这两个扇形齿轮补足成一个完整的直齿圆柱齿轮,则这对假想的直齿圆柱齿轮称为该对圆锥齿轮的当量齿轮。其齿数 z_{v1} 、 z_{v2} 称为圆锥齿轮的当量齿数。

当量齿轮的齿形与圆锥齿轮大端齿形相当,其模数和压力角与圆锥齿轮大端的模数和压力角一致。由图 5-35 可知,轮 1 的当量齿轮的分度圆半径为

$$r_{v1} = \overline{O_1P} = \frac{r_1}{\cos \delta_1} = \frac{mz_1}{2 \cos \delta_1}$$

又因为

$$r_{v1} = \frac{mz_{v1}}{2}$$

故得

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}$$

同理, 可得

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} \quad (5-37)$$

式中, δ_1 、 δ_2 分别为两轮的分度圆锥角。

5.10.4 圆锥齿轮的啮合传动及其几何尺寸

1. 正确啮合条件

一对直齿圆锥齿轮的正确啮合条件可以从当量直齿圆柱齿轮得到, 即两个当量齿轮的模数和压力角均分别相等。因此, 两个锥齿轮的大端模数和压力角分别相等, 且均为标准值。此外, 为保证齿面成线接触, 应满足两节圆锥的锥顶重合, 即 $\delta_1 + \delta_2 = \Sigma$ 。从而, 可得一对直齿圆锥齿轮正确啮合条件为

$$\begin{cases} m_1 = m_2 = m \\ \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha \\ \delta_1 = \delta_2 = \delta \end{cases} \quad (5-38)$$

2. 连续传动条件

为保证一对直齿圆锥齿轮能够实现连续传动, 其重合度必须大于等于 1。其重合度表达式为

$$\varepsilon_a = \frac{1}{2\pi} [z_{v1}(\tan \alpha_{va1} - \tan \alpha) + z_{v2}(\tan \alpha_{va2} - \tan \alpha)] \quad (5-39)$$

3. 几何尺寸计算

圆锥齿轮的齿廓由外向内逐渐缩小, 国家标准规定大端为计算基准, 故大端模数、压力角、齿顶高系数、齿顶隙系数为标准规定值; 按表 5-6 规定的系列取值。

表 5-6 直齿圆锥齿轮的基本参数 (摘自 GB/T 12368—1990 和 GB/T 12669—1990)

模数 m (mm)	… 1 1.125 1.25 1.375 1.5 1.75 2 2.25 2.5 3 3.25 3.5 3.75 4 4.5 5 5.5 6 6.5
	7 8 9 10 11 12 14 18 20 22 25 30 32 36 40 45 50
压力角 α (°)	20°
齿顶高系数 h_a^*	$h_a^* = 1$
齿顶隙系数 c^*	正常齿廓, $m > 1$ 时 $c^* = 0.2$, $m \leq 1$ 时 $c^* = 0.25$; 短齿齿廓 $c^* = 0.3$

直齿圆锥齿轮的齿顶隙有等顶隙和收缩顶隙两种, 如图 5-36 所示, 收缩顶隙齿轮的分锥、顶锥、根锥的顶点重合, 齿顶隙由大端到圆锥顶点越来越小; 等顶隙齿轮的顶锥的素线与相啮合另一齿轮根锥的素线平行, 齿顶隙保持相等。大部分直齿圆锥齿轮都采用收缩顶隙, 但是等顶隙齿轮有许多制造方面的优点, 有代替收缩顶隙齿轮的趋势。

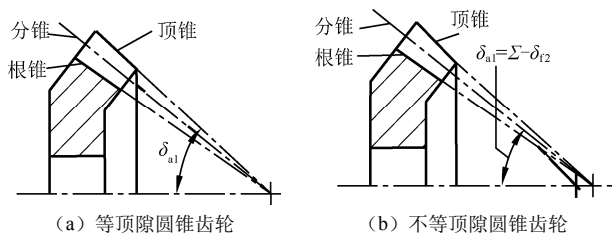


图 5-36 等顶隙和不等顶隙圆锥齿轮

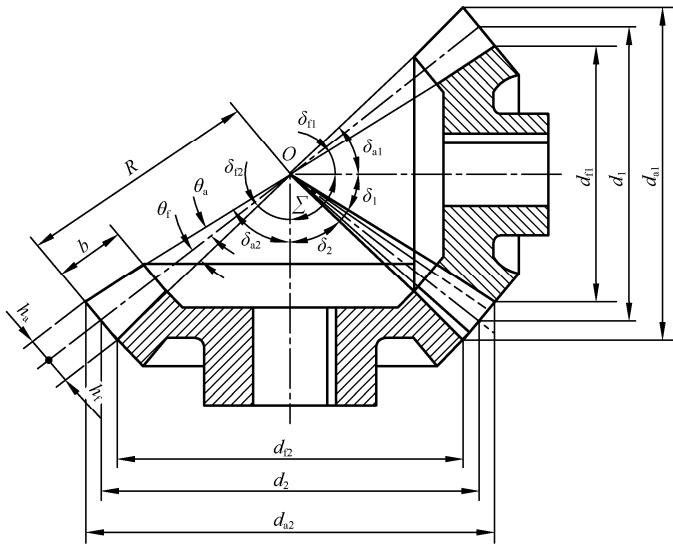


图 5-37 直齿圆锥齿轮的几何尺寸计算

根据国家标准（GB12369，GB12370—1990）规定，现多采用等顶隙圆锥齿轮传动。标准直齿圆锥齿轮的结构参数及啮合如图 5-37 所示，为设计计算方便，将直齿圆锥齿轮传动的几何尺寸计算公式列于表 5-7。

表 5-7 直齿圆锥齿轮的基本参数

参数名称		代号	计算公式
基本参数	齿数	z	根据实际情况确定
	模数	m	根据要求选取标准值
	齿顶高系数	h_a^*	选取标准值
	齿顶隙系数	c^*	选取标准值
啮合参数	锥距	R	$R = \frac{1}{2} m \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$
	轴交角	Σ	一般为 90°
	传动比	i_{12}	$z_2/z_1 = \sin \delta_2 / \sin \delta_1$
齿廓参数	齿根高	h_f	$h_f = m (h_a^* + c^*)$
	齿根角	θ_f	$\theta_f = \arctan \left(\frac{h_f}{R} \right)$
	齿顶高	h_a	$h_a = m h_a^*$
	齿顶角	θ_a	不等顶隙齿廓 $\theta_a = \arctan \left(\frac{h_a}{R} \right)$ ，等顶隙齿廓 $\theta_a = \theta_f$

续表

参数名称		代号	计算公式
直径参数	分度圆直径	d	$d_1=mz_1, d_2=mz_2$
	分锥角	δ	$\delta_1=\arcsin(d_1/2R), \delta_2=\arcsin(d_2/2R)$
	齿顶圆直径	d_a	$d_{a1}=d_1+h_a\cos\delta_1, d_{a2}=d_2+h_a\cos\delta_2$
直径参数	顶锥角	δ_a	$\delta_{a1}=\delta_1+\theta_a, \delta_{a2}=\delta_2+\theta_a$
	齿根圆直径	d_f	$d_{f1}=d_1-h_f\cos\delta_1, d_{f2}=d_2-h_f\cos\delta_2$
	根锥角	δ_f	$\delta_{f1}=\delta_1-\theta_f, \delta_{f2}=\delta_2-\theta_f$
其他	当量齿数	z_v	$z_{v1}=z_1/\cos\delta_1, z_{v2}=z_2/\cos\delta_2$

5.11 蜗杆传动机构

蜗杆蜗轮传动是由交错轴斜齿轮传动演化而来的,用于传递两交错轴之间的运动和动力。通常取交错角 $\Sigma = 90^\circ$ 。如图 5-38 所示,蜗杆蜗轮相当于一对交错轴斜齿轮传动,若齿轮 1 的螺旋角 β_1 比较大,而分度圆柱的直径又非常小,轴向长度较长,足以使其轮齿能够像螺旋线一样在分度圆柱面上绕一周以上,齿轮 1 的外形就像一根螺杆,所以称为蜗杆。与蜗杆相啮合的大齿轮 2 称为蜗轮。这样形成的蜗杆蜗轮传动,相啮合的轮齿为点接触。为了改善其啮合状况,可将蜗轮的母线做成弧形,部分地包住蜗杆,这样就使得两者齿面之间的接触为线接触,从而降低接触应力,减少磨损,提高承载能力。

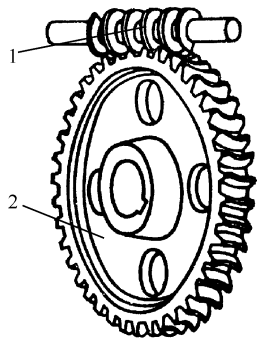


图 5-38 蜗杆蜗轮传动

5.11.1 蜗杆传动的特点

与齿轮传动相比,蜗杆传动具有很多优点:

(1) 传动比大。由于蜗杆的齿数一般很少,而蜗轮的齿数比较多,因此其传动比可以很大 ($i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1$)。在动力传递中传动比为 $8 \sim 100$,在分度机构中传动比可以达到 1 000;

(2) 结构紧凑、传动平稳、噪声小;

(3) 具有自锁性。当蜗杆的螺旋线升角 λ 小于蜗杆蜗轮啮合齿间的当量摩擦角 φ_v 时,就出现了自锁现象。具有自锁现象的蜗杆蜗轮传动,只能由蜗杆带动蜗轮,而不能由蜗轮带动蜗杆。在起重机械中,常利用这种自锁性提高工作的安全性。

除此之外,蜗杆传动由于相对滑动速度大,所以磨损严重,发热量大,效率低下(一般为 $0.7 \sim 0.8$,具有自锁性的蜗杆传动,其效率小于 0.5);蜗轮齿圈需要用耐磨性好的材料(如青铜)制成,因此,成本较高。

5.11.2 蜗杆传动的基本参数

1. 模数 m

蜗杆的模数系列与齿轮的有所不同。国标 GB 10088—1988 中对蜗杆的模数作了相关规

定。表 5-8 列出了蜗杆的模数 m 。

表 5-8 蜗杆模数 m (mm)

第一系列	1	1.25	1.6	2	2.5	3.15	4	5	6.3	8	10	12.5	16	20	25	31.5	40
第二系列	1.5	3	3.5	4.5	5.5	6	7	12	14								

注：优先选用第一系列。

2. 压力角 α

国标 GB 10088—1988 规定，阿基米德蜗杆的标准压力角 $\alpha = 20^\circ$ 。在动力传动中，推荐压力角 $\alpha = 25^\circ$ ；在分度传动中，推荐压力角 $\alpha = 15^\circ$ 或 12° 。

3. 蜗杆的直径系数 q

在蜗杆传动中，常用与蜗杆相同尺寸的蜗轮滚刀加工与其相啮合的蜗轮，以保证蜗杆与蜗轮正确啮合。为了限制蜗轮滚刀的数目以便于滚刀的标准化，就对每一标准模数规定了一定数量的蜗杆分度圆直径 d_1 ，并将 d_1 与 m 的比值称为蜗杆的直径系数，用 q 表示，即

$$q = d_1 / m \tag{5-40}$$

表 5-9 列出了模数 m 与蜗杆分度圆直径 d_1 匹配的标准系列值，设计时可直接选用。蜗杆的直径系数在设计中具有重要意义。因为当 z_1 一定时， q 减小，则导程角 γ_1 增大，可提高传动效率；当 m 一定时， q 增大则 d_1 增大，蜗杆的强度和刚度也相应增大。

表 5-9 蜗杆分度圆直径 d_1 与模数 m 匹配的标准值系列 (GB10085—1988) (mm)

m	d_1	m	d_1	m	d_1	m	d_1
1	18	2.5	(22.4)	4	40	6.3	80
			28		(50)		112
			(35.5)		71		
			45				
1.25	20	3.15	(28)	5	(40)	8	(63)
	22.4		35.5		50		80
1.6	20		(45)		63		(100)
	28		56		(90)		140
2	(18)	4	(31.5)	6.3	(50)	10	(71)
	22.4				63		90
	(28)						
	35.5						

注：括号中的数字尽可能不采用。

4. 蜗杆头数 z_1 和蜗轮齿数 z_2

蜗杆的头数（齿数） z_1 ，一般可取 1~10（推荐取 1、2、4、6），当要求传动比大或有自锁性时， z_1 取小值。当要求传动效率高或传动速度较高时，导程角 γ_1 要大，则应取大值。蜗轮齿数一般取 27~80。

5. 导程角 γ_1

设蜗杆头数为 z_1 ，分度圆直径为 d_1 ，轴向齿距为 p_{x1} ，螺旋线的导程 $l = z_1 p_{x1} = z_1 \pi m$ ，则蜗杆的导程角 γ_1 为

$$\tan \gamma_1 = \frac{l}{\pi d_1} = \frac{m z_1}{d_1} \quad (5-41)$$

5.11.3 蜗杆传动的正确啮合条件

如图 5-39 所示为阿基米德蜗杆蜗轮的啮合情况。过蜗杆的轴线做垂直于蜗轮轴线的平面，此平面称为蜗杆蜗轮传动的中间平面。在中间平面内，蜗杆蜗轮的啮合传动相当于齿条与齿轮的啮合传动。因此，蜗杆蜗轮的正确啮合条件为：在中间平面内，蜗杆蜗轮的模数与压力角应分别相等，即蜗杆的轴面模数 m_{x1} 应等于蜗轮的端面模数 m_{t2} ，且为标准值；蜗杆的轴面压力角 α_{x1} 应等于蜗轮的端面压力角 α_{t1} ，且为标准值，即

$$\begin{cases} m_{x1} = m_{t2} = m \\ \alpha_{x1} = \alpha_{t2} = \alpha \end{cases} \quad (5-42)$$

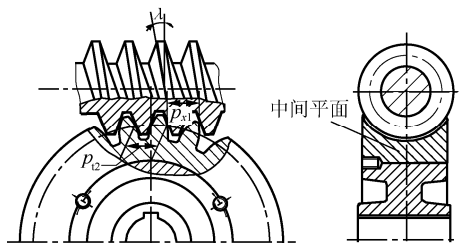


图 5-39 蜗杆蜗轮正确啮合条件

当交错角 $\Sigma = 90^\circ$ 时，还必须保证 $\gamma_1 = \beta_2$ ，且蜗杆与蜗轮的旋向必须相同。

蜗杆蜗轮的转动方向既与其螺旋线旋向有关，还与蜗杆的转向有关，通常用左、右手定则来判断蜗轮的转动方向。具体判断方法为：右旋蜗杆用右手，左旋蜗杆用左手，四指握住蜗杆，四指弯曲的方向代表蜗杆的转动方向，大拇指指向的反方向就是蜗轮上节点处线速度的方向即为蜗轮的转动方向。

5.11.4 蜗杆传动的几何尺寸

蜗杆传动的几何尺寸可按照表 5-10 给出的计算公式进行计算。

表 5-10 标准阿基米德蜗杆传动的几何尺寸

名称	计算公式	
	蜗杆	蜗轮
齿顶高	$h_{a1} = m$	$h_{a2} = m$
齿根高	$h_{f1} = 1.2m$	$h_{f2} = 1.2m$
分度圆直径	$d_1 = mq$	$d_2 = mz_2$
齿顶圆直径	$d_{a1} = m(q + 2)$	$d_{a2} = m(z_2 + 2)$
齿根圆直径	$d_{f1} = m(q - 2.4)$	$d_{f2} = m(z_2 - 2.4)$

续表

名称	计算公式	
	蜗杆	蜗轮
顶隙	$c = 0.2m$	
蜗杆轴向齿距 蜗轮端面齿距	$p_{x1} = p_{t2} = \pi m$	
蜗杆分度圆柱的导程角	$\gamma = \arctan \frac{z_1}{a}$	
蜗轮分度圆柱螺旋角		$\beta = \gamma$
中心距	$a = \frac{m}{2}(q + z_2)$	
蜗杆螺纹部分长度	$z_1 = 1, 2, b_1 \geq (11 + 0.06z_2)m$ $z_1 = 4, b_1 \geq (12.5 + 0.09z_2)m$	
蜗轮咽喉母圆半径		$r_{g2} = a - \frac{1}{2}d_{a2}$
蜗轮最大外圆直径		$z_1 = 1, d_{e2} \leq d_{a2} + 2m$ $z_1 = 2, d_{e2} \leq d_{a2} + 1.5m$ $z_1 = 4, d_{e2} \leq d_{a2} + m$
蜗轮轮缘宽度		$z_1 = 1, 2, b_2 \leq 0.75d_{a1}$ $z_1 = 4, b_2 \leq 0.67d_{a1}$
蜗轮轮齿包角		$\theta = 2 \arcsin \left(\frac{b_2}{d_1} \right)$ 一般动力传动 $\theta = 70^\circ \sim 90^\circ$ 高速动力传动 $\theta = 90^\circ \sim 130^\circ$ 分度传动 $\theta = 45^\circ \sim 60^\circ$

习题与思考题

一、思考题

- 5-1 分度圆和节圆有何区别？在什么情况下，分度圆和节圆是相重合的？
- 5-2 渐开线标准直齿圆柱齿轮的分度圆具有哪些特性？什么是标准齿轮？
- 5-3 啮合角和压力角有什么区别？什么情况下，啮合角和压力角相等？
- 5-4 什么是根切现象？如何避免？
- 5-5 试述外啮合渐开线直齿圆柱齿轮传动的正确啮合条件及连续传动条件。
- 5-6 什么是变位齿轮？齿轮变位修正后，正变位齿轮和标准齿轮比较，其哪些尺寸变化了？哪些没有变化？
- 5-7 增大斜齿轮的重合度可采取哪些措施？
- 5-8 比较说明直齿轮与斜齿轮的传动特点。
- 5-9 斜齿圆柱齿轮传动、交错轴斜齿轮传动、蜗杆蜗轮传动及圆锥齿轮传动各自的正确啮合条件是什么？

二、习题

- 5-10 已知一个渐开线标准直齿圆柱齿轮的齿数 $z = 25$ ，齿顶高系数 h_a^* 为 1。若齿顶圆直径 $d_a = 135\text{mm}$ ，则其模数是多少？

5-11 在图 5-40 所示的渐开线齿廓中, 已知基圆半径 $r_b = 100\text{mm}$, 试求: 当 $r_K = 120\text{mm}$ 时, 渐开线的展角 θ_K , 渐开线压力角 α_K 及 K 点的曲率半径 ρ_K 。

5-12 已知一对外啮合标准直齿正常齿的圆柱齿轮传动, 采用标准安装, 齿轮 1 的齿数 $z_1 = 20$, 传动比 $i = 3.5$, 模数 $m = 5\text{mm}$, 求齿轮 2 的齿数 z_2 、两齿轮的分度圆直径、齿顶圆直径、齿根圆直径、及两轮的中心距。

5-13 一对标准直齿圆柱齿轮传动, 齿数 $z_1 = 20$, 传动比 $i = 3.5$, 模数 $m = 5\text{mm}$, 求两齿轮的分度圆直径、顶圆直径、根圆直径、齿距、齿厚及中心距。

5-14 一对正常齿制渐开线外啮合标准直齿圆柱齿轮传动。已知两轮齿数 $z_1 = 23$, $z_2 = 37$, 模数 $m = 4\text{mm}$, 分度圆压力角 $\alpha = 20^\circ$, 按标准齿轮传动。试计算: 标准中心距 a 、齿轮 2 的基圆半径、齿顶圆半径、节圆半径、分度圆上的齿厚、分度圆上的齿距。

5-15 已知一对渐开线外啮合标准直齿圆柱齿轮机构, 其模数 $m = 5\text{mm}$, $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$, $z_1 = 20$, $z_2 = 40$ 。试求:

- (1) 基节 p_b , 小齿轮的齿顶圆半径 r_{a1} 和大齿轮齿根圆半径 r_{f2} 。
- (2) 标准中心距 a , 若将 a 加大 5mm 时, 啮合角 α' 为多少?

5-16 一对标准外啮合直齿圆柱齿轮传动, 已知, $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$, 模数 $m = 5\text{mm}$, 标准中心距 $a = 90\text{mm}$, 传动比 $i_{12} = 2$ 。试求:

- (1) 如果按标准齿轮传动设计, 试确定 z_1 和 z_2 , 并判断两轮是否会发生根切;
- (2) 若实际中心距 $a' = 92\text{mm}$, 求实际啮合角 α' 及变位系数之和 $x_1 + x_2$;
- (3) 分配变位系数, 计算两齿轮的齿顶圆直径 d_{a1} 和 d_{a2} , 计算重合度 ε 。

5-17 在安装一对正常直齿圆柱齿轮时, 由于安装偏差, 实际中心距比标准中心距大了 0.8mm 。已知: $\alpha = 20^\circ$, $h_a^* = 1$, $c^* = 0.25$, $d_{f1} = 77.5\text{mm}$, $z_1 = 18$, $i_{12} = 2$ 。试求该对直齿轮: 模数 m , 节圆压力角 α'_1 、 α'_2 , 节圆上的周节 p'_1 、 p'_2 及齿顶顶隙。

5-18 如图 5-41 所示的齿轮传动装置, 有关参数如下: $z_1 = 19$, $z_2 = 58$, $z_3 = 17$, $z_4 = 63$, $a_{12} = a_{34} = 160\text{mm}$, $a = a_n = 20^\circ$, $m = m_n = 4\text{mm}$, $h_a^* = 1$ 。求

- (1) 斜齿轮 2 的螺旋角方向 (可在图上直接标出);
- (2) 为了满足中心距的要求, 斜齿轮的螺旋角应该为多少度?

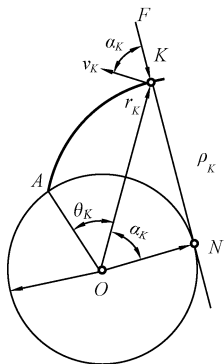


图 5-40 题 5-11

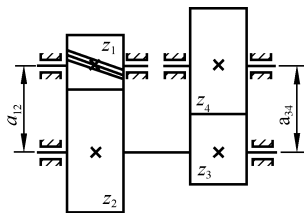


图 5-41 题 5-18

5-19 已知一对渐开线标准斜齿圆柱齿轮传动, $z_1 = 21$, $z_2 = 22$, $m_n = 2\text{mm}$, 中心距 $a = 55\text{mm}$ 。求: 这对齿轮的螺旋角、端面模数、端面压力角及当量齿数。

5-20 已知一对斜齿圆柱齿轮传动, $\beta = 15^\circ$ (初选值), $b = 30 \text{ mm}$, $z_1 = 20$, $z_2 = 40$, $m_n = 8 \text{ mm}$, $\alpha_n = 20^\circ$, $h_{an}^* = 1$ 。试求重合度 ε , 中心距 (取整数) 及两轮的当量齿数 z_{v1} 、 z_{v2} 。

5-21 一个蜗杆蜗轮传动, 蜗轮的齿数 $z_2 = 40$, $d_2 = 280 \text{ mm}$, 蜗杆为单头蜗杆, 试求:

(1) 蜗轮端面模数 m_{t2} 及蜗杆轴面模数 m_{x1} 。

(2) 蜗杆的轴面齿距 p_{x1} 及导程 l 。

(3) 蜗杆的分度圆直径 d_1 。

(4) 两轮的中心距 a 。

5-22 已知直齿圆锥齿轮机构中, $z_1 = 32$, $z_2 = 36$, $m = 4 \text{ mm}$, 轴交角 $\Sigma = 90^\circ$, 试求两锥齿轮的分度锥角和当量齿数 z_{v1} 、 z_{v2} 。

5-23 已知一对直齿圆锥齿轮, $z_1 = 15$, $z_2 = 30$, $m = 10 \text{ mm}$, $h_a^* = 1$, $\Sigma = 90^\circ$, 试设计这对圆锥齿轮。

5-24 如图 5-42 所示为一简易蜗杆起重装置, 试判断当重物上升时, 蜗轮蜗杆的旋向。

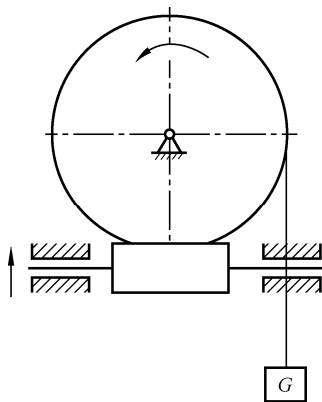


图 5-42 题 5-24

考研真题

5-25 (清华大学, 2002 年)

(1) 渐开线齿轮的根切现象, 发生在 ()。

A. 模数较大时 B. 模数较小时 C. 齿数较少时 D. 齿数较多时

(2) 当一对渐开线齿轮制成后, 即使两轮的中心距稍有变化, 其角速度比仍保持原值不变, 原因是 ()。

A. 压力角不变 B. 啮合角不变 C. 节圆半径不变 D. 基圆半径不变

5-26 (西安交通大学, 2008 年) 渐开线标注直齿圆柱齿轮的基本参数有_____, 这里的标准齿轮是指_____。

5-27 (浙江大学, 2006—2008 年)

(1) 渐开线齿轮传动的啮合角等于 () 圆上的压力角。

A. 基 B. 分度 C. 节

(2) 斜齿轮分度圆螺旋角为 β , 齿数为 z , 其当量齿数 z_v 是 ()。

A. $\frac{z}{\cos \beta}$ B. $\frac{z}{\cos^2 \beta}$ C. $\frac{z}{\cos^3 \beta}$

(3) 变位齿轮正传动的中心距 () 标准中心距。

- A. 小于 B. 等于 C. 大于

5-28 (湖南大学, 2005—2007 年)

(1) 一对做定比传动的齿轮在传动过程中, 它们的 () 一定是做纯滚动的。

- A. 分度圆 B. 节圆 C. 齿顶圆 D. 基圆

(2) 斜齿圆柱齿轮法面模数 m_n 与端面模数 m_t 的关系是 ()。

- A. $m_n = \frac{m_t}{\sin \beta}$ B. $m_n = m_t \sin \beta$
C. $m_n = m_t \cos \beta$ D. $m_t = m_n \cos \beta$

5-29 (华中科技大学, 2006 年) 在某项技术革新中, 需要采用一对齿轮传动, 其中心距 $a = 144\text{mm}$, 传动比 $i = 2$ 。现在库房中存在四种现成的齿轮, 已知它们都是国产的正常齿渐开线标准齿轮, 这四种齿轮的齿数 z 和齿顶圆 d_a 分别为 $z_1 = 24$, $d_{a1} = 104\text{mm}$; $z_2 = 47$, $d_{a2} = 196\text{mm}$; $z_3 = 47$, $d_{a3} = 250\text{mm}$; $z_4 = 48$, $d_{a4} = 200\text{mm}$ 。试从这四种齿轮中选出符合要求的一对齿轮来。

5-30 (南京理工大学, 2007 年) 设计一对渐开线标准平行轴外啮合斜齿圆柱齿轮机构, 其基本参数: $z_1 = 21$, $z_2 = 51$, $m_n = 4\text{mm}$, $\alpha_n = 20^\circ$, $\beta = 20^\circ$ 。试求:

- (1) 法面齿距 p_n 和端面齿距 p_t ;
(2) 当量齿数 z_{v1} 和 z_{v2} ;
(3) 标准安装中心距 a 。

第 6 章 轮系及其设计

学习目标：了解轮系的分类；掌握定轴轮系、周转轮系及复合轮系传动比的计算方法；了解轮系的功用、周转轮系的设计、各轮齿数选取的方法，以及一些新形行星轮系。

6.1 轮系的分类

在机器中，常将一系列相互啮合的齿轮组成传动系统，以实现变速、分路传动、运动分解与合成等功用。这种由一系列齿轮所组成的齿轮传动系统称为齿轮系，简称轮系。

根据轮系中各齿轮的几何轴线位置相对于机架是否固定，轮系可分为定轴轮系、周转轮系和复合轮系三大类。

1. 定轴轮系

如图 6-1 所示，在轮系运转时，如果各个齿轮的轴线位置相对于机架的位置都是固定的，这种轮系就称为定轴轮系。

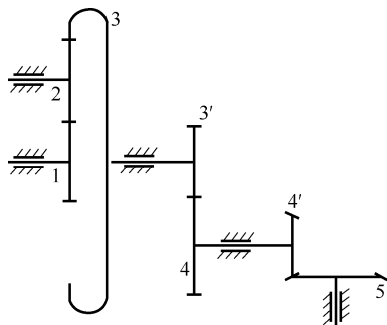


图 6-1 定轴轮系

2. 周转轮系

如果在轮系运转时，至少有一个齿轮的轴线位置是绕另一个齿轮的几何轴线转动的，那么这种轮系称为周转轮系。如图 6-2 所示，齿轮 2 既绕自身几何轴线 O_2 转动，又随着回转构件 H 绕齿轮 1 的固定轴线 O_1 转动，这种既有自转又有公转，如同太阳系的行星一样的齿轮，称为行星轮；图 6-2 中的齿轮 1 和齿轮 3 的几何轴线位置固定且重合，称为太阳轮；支撑行星轮的回转构件 H，称为行星架。行星轮、行星架、太阳轮是组成周转轮系的基本构件。周转轮系还可根据其基本构件的不同分为 2K-H 型（如图 6-2 所示）和 3K 型（见图 6-10），K 表示中心轮，H 表示行星架。

周转轮系还可根据其自由度的数目进一步划分。若自由度为 2，则称为差动轮系，如图 6-2 (a) 所示；若自由度为 1，则称为行星轮系，如图 6-2 (b) 所示。

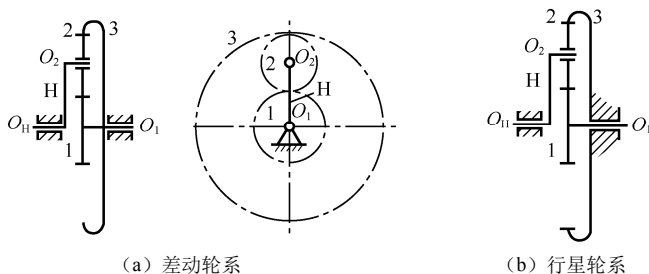


图 6-2 2K-H 型周转轮系

3. 复合轮系

在工程实际中,除了采用单一的定轴轮系或周转轮系外,还经常采用既含定轴轮系部分又含周转轮系部分(如图 6-3(a)所示)、或由几部分周转轮系所组成的复杂轮系(如图 6-3(b)所示),称为复合轮系或混合轮系。

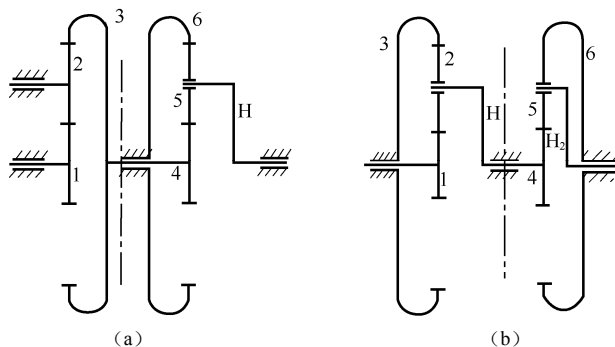


图 6-3 复合轮系

6.2 定轴轮系的传动比计算

1. 传动比大小的计算

传动比定义:轮系的传动比是指轮系中输入轴的角速度(或转速)与输出轴的角速度(或转速)之比,即

$$i_{io} = \frac{\omega_{in}}{\omega_{out}} = \frac{n_{in}}{n_{out}} \quad (6-1)$$

例如在图 6-1 所示定轴轮系中,由 4 对齿轮组成,分别为 1—2, 2—3, 3'—4 和 4'—5, 其中齿轮 1 为输入端,齿轮 5 为输出端,则该定轴轮系的传动比为 $i_{15} = \omega_1 / \omega_5$ 。

主动轮到从动轮之间的传动是通过多对齿轮依次啮合实现的。为此,首先求出轮系中各对齿轮的传动比。

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad i_{23} = \frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{z_3}{z_2} \quad i_{3'4} = \frac{\omega_3}{\omega_4} = \frac{z_4}{z_{3'}} \quad i_{4'5} = \frac{\omega_4}{\omega_5} = \frac{z_5}{z_{4'}}$$

将各对齿轮的传动比相乘,可得

$$i_{12} i_{23} i_{3'4} i_{4'5} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} \cdot \frac{\omega_4}{\omega_5} = \frac{\omega_1}{\omega_5} = \frac{z_2 z_3 z_4 z_5}{z_1 z_2 z_3 z_4} = i_{15}$$

上式说明,定轴轮系的传动比等于组成该轮系的各对啮合齿轮传动比的连乘积;其大小等于各对啮合齿轮中所有从动轮齿数的连乘积与所有主动轮齿数的连乘积之比,即

$$\text{定轴轮系的传动比} = \frac{\text{所有从动轮齿数的连乘积}}{\text{所有主动轮齿数的连乘积}} \quad (6-2)$$

2. 主、从动轮转向关系的确定

如图 6-4 所示, 设齿轮 1 的转向已知, 如图中箭头所示 (箭头方向表示齿轮可见侧的圆周速度方向), 则主、从两轮的转向关系可用标注箭头的方法确定, 因为一对齿轮在其啮合点处的圆周速度是相同的, 所以标志两者转向的箭头不是同时指向啮合点, 就是同时背离啮合点。根据此法则, 用箭头标出齿轮 1 的转向之后, 其余各齿轮的转向便可依次用箭头标出。

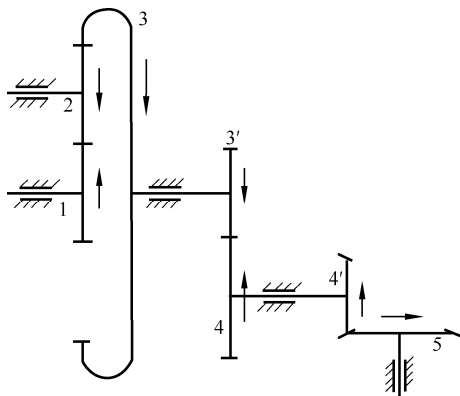


图 6-4 定轴轮系

当主、从两轮的轴线彼此平行时, 两轮的转向不是相同就是相反; 当两者的转向相同时, 规定其传动比为 “+”, 反之为 “-”。因此, 每经过一次外啮合就改变一次方向, 若用 m 表示轮系中外啮合齿轮对数, 则可用 $(-1)^m$ 来确定轮系传动比的正负, 即

$$i_{1k} = \frac{\omega_1}{\omega_k} = (-1)^m \frac{z_2 \cdots z_k}{z_1 \cdots z_{k-1}}$$

但必须指出, 若主、从两轮的轴线不平行, 其间的转向关系则只能通过箭头方式描述。

在图 6-4 所示轮系中, 齿轮 2 相对于齿轮 1 为从动轮, 但相对于齿轮 3 又为主动轮, 故其齿数的多少并不影响传动比的大小, 而仅起着中间过渡和改变输出轴转向的作用, 故常称为过轮或介轮。

6.3 周转轮系的传动比计算

周转轮系和定轴轮系之间的根本差别在于前者中有转动的行星架, 故其传动比不能直接用定轴轮系传动比计算公式求解。但是, 根据相对运动原理, 若给整个周转轮系加上一个公共角速度 “ $-\omega_H$ ”, 使之绕行星架的固定轴线回转, 这时各构件之间的相对运动仍将保持不变, 而行星架的角速度变为 $\omega_H - \omega_H = 0$, 即行星架 “静止不动” 了, 于是, 周转轮系转化为定轴轮系。这种转化所得的假想的定轴轮系, 称为原周转轮系的转化轮系或转化机构。由于转化轮系为一定轴轮系, 其传动比可按定轴轮系来计算。通过它可得出周转轮系中各构件之间角速度的关系, 进而求出周转轮系的传动比。现以图 6-5 为例具体说明。

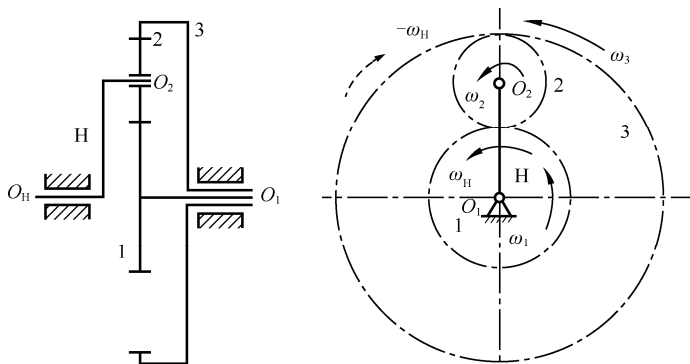


图 6-5 周转轮系

由图可知，将整个周转轮系加上一个公共角速度“ $-\omega_H$ ”以后，各构件的角速度变化见表 6-1。

表 6-1 行星轮系的传动比计算

构件	原角速度	转化后角速度
太阳轮 1	ω_1	$\omega_1^H = \omega_1 - \omega_H$
行星轮 2	ω_2	$\omega_2^H = \omega_2 - \omega_H$
太阳轮 3	ω_3	$\omega_3^H = \omega_3 - \omega_H$
行星架 H	ω_H	$\omega_H^H = \omega_H - \omega_H$

由表 6-1 可见，由于 $\omega_H^H = 0$ ，所以该周转轮系已转化为如图 6-6 所示的定轴轮系（即该周转轮系的转化轮系）。三个齿轮相对于行星架 H 的角速度 ω_1^H 、 ω_2^H 、 ω_3^H ，即为它们在转化轮系中的角速度，于是转化轮系的传动比 i_{13}^H 为

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1^H}{\omega_3^H} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{z_3}{z_1}$$

式中的“ $-$ ”表示在转化轮系中齿轮 1、3 的转向相反。

所以，当周转轮系中两个太阳轮分别为 1 和 n ，行星架为 H 时，则周转轮系转化机构传动比 i_{1n}^H 的计算公式可表示为

$$i_{1n}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = \pm \frac{z_2 \dots z_n}{z_1 \dots z_{n-1}} \quad (6-3a)$$

若所研究的轮系具有固定轮的行星轮系，设固定轮为 n ，即 $\omega_n = 0$ ，则式（6-3a）可改写为

$$i_{1n}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{0 - \omega_H} = -i_{1H} + 1 \quad (6-3b)$$

$$i_{1H} = 1 - i_{1n}^H$$

若周转轮系转化机构的传动比为“ $+$ ”，则称为正号机构；传动比若为“ $-$ ”，则称为负号机构。

【例 6.1】 如图 6-7 所示的周转轮系中，已知 $z_1 = 100$ ， $z_2 = 101$ ， $z_2' = 100$ ， $z_3 = 99$ ，试求传动比 i_{1H} 。

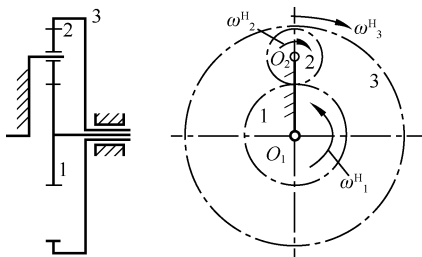


图 6-6 转化轮系

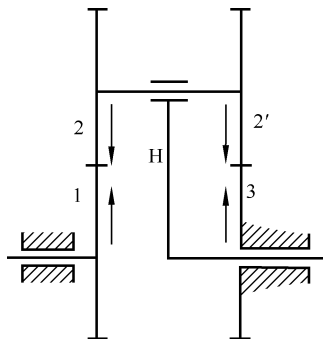


图 6-7 周转轮系

解：如图 6-7 所示的轮系中，由于齿轮 3 为固定轮（即 $n_3 = 0$ ），故该轮系为一行星轮系，其传动比的计算可根据式（6-3b）求得

$$i_{1H} = 1 - i_{13}^H = 1 - \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = 1 - \frac{101 \times 99}{100 \times 100} = \frac{1}{10000}$$

故

$$i_{H1} = \frac{1}{i_{1H}} = 10000$$

即当行星架转 10000 转时，轮 1 才转一周，其转向与行星架相同。

上式说明，用少数几个齿轮组成的行星轮系可以获得很大的传动比。例 6.1 中，若将 z_3 由 99 改为 100，其余齿数不变，则有

$$i_{1H} = 1 - \frac{101 \times 100}{100 \times 100} = -\frac{1}{100}$$

即

$$i_{H1} = -100$$

由此可见，行星轮系中某一齿轮齿数略微改变时，不仅会使轮系传动比产生很大变化，而且轮系各构件的转向关系也会发生改变。

6.4 复合轮系的传动比计算

计算复合轮系传动比时，既不能将整个轮系作为定轴轮系来处理，也不能对整个机构采用转化机构的方法来计算。

计算复合轮系传动比的正确方法：

- (1) 首先将各个基本轮系正确地区分开来。
- (2) 分别列出计算各基本轮系传动比的方程式。
- (3) 找出各基本轮系之间的联系。
- (4) 将各基本轮系传动比方程式联立求解，即可求得复合轮系的传动比。

最关键的就是要正确划分各个基本轮系。基本轮系指的是单一的定轴轮系或单一的周转轮系。

【例 6.2】如图 6-8 所示为电动卷扬机减速器，已知 $z_1 = 24$ ， $z_2 = 33$ ， $z_{2'} = 21$ ， $z_3 = 78$ ， $z_{3'} = 18$ ， $z_4 = 30$ ， $z_5 = 78$ ，求 i_{1H} 。

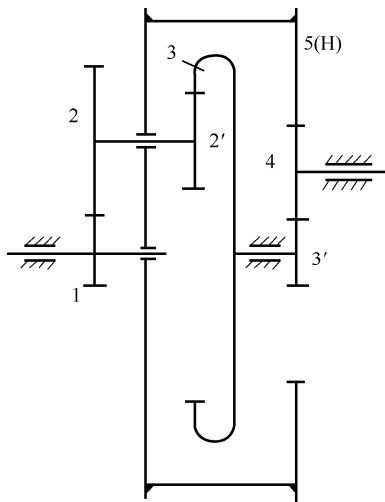


图 6-8 电动卷扬机减速器

解：(1) 正确划分轮系。

对于该复合轮系，需先找出其中周转轮系部分，由图 6-8 可知，齿轮 2—2' 为双联行星轮，支撑该双联行星轮的构件为内齿轮 5（卷筒），与双联行星齿轮相啮合的是太阳轮 1 和内齿轮 3，则齿轮 1、2—2'、3、H 组成一个周转轮系；而齿轮 3'、4、5 组成一个定轴轮系。

(2) 分别计算传动比。

$$\text{周转轮系部分} \quad i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = (-1)^1 \frac{z_2 z_3}{z_1 z_{2'}} = \frac{33 \times 78}{24 \times 21} \quad (\text{a})$$

$$\text{定轴轮系部分} \quad i_{3'5} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_5} = \frac{z_5}{z_{3'}} = -\frac{78}{18} \quad (\text{b})$$

(3) 找出两轮系之间的联系。

$$\text{由图 6-8 得} \quad \begin{cases} \omega_3 = \omega_{3'} \\ \omega_H = \omega_5 \end{cases} \quad (\text{c})$$

(4) 联立求解

由式 (a)、式 (b) 和式 (c) 联立可得

$$i_{1H} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 28.24$$

i_{1H} 为正值，说明齿轮 1 与齿轮 5（卷筒）转向相同。

6.5 轮系的功用

在工程实际中，轮系的应用十分广泛，其功用大致可以归纳为以下几个方面。

1. 实现分路传动

利用定轴轮系，可以通过主动轴带动若干个从动轴同时旋转，以带动各个部件和附件同时工作，从而实现分路传动。

如图 6-9 所示就是利用定轴轮系把轴 I 的输入运动, 通过一系列齿轮传动, 可分别由轴 II、轴 III、轴 IV 输出运动。

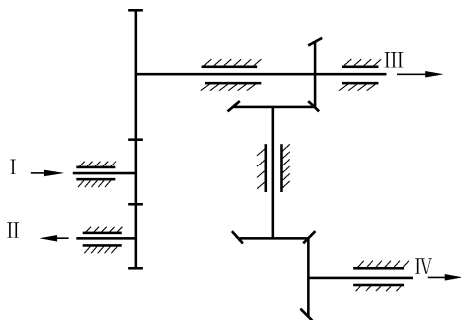


图 6-9 实现分路传动的定轴轮系

2. 实现大传动比传动

一对齿轮的传动比是有限的, 为了避免由于齿数过于悬殊而使小齿轮易损坏或发生切齿干涉等问题, 一般传动比不大于 8。当需要大的传动比时, 可采用轮系来实现。特别是采用周转轮系, 能用很少的齿轮、紧凑的结构, 得到很大的传动比。如图 6-10 所示为车床电动三爪卡盘的行星减速器, 它是利用周转轮系实现大传动比传动的一个实例。电动机带动齿轮 1 转动, 通过一个 3K 型周转轮系带动内齿轮 4 转动, 从而使固结在齿轮 4 右端面上的阿基米德螺旋槽转动, 驱使 3 个卡爪快速径向移动, 以夹紧或放松工件。其各轮齿数为 $z_1 = 6$, $z_2 = z_2' = 25$, $z_3 = 57$, $z_4 = 56$, 传动比 $i_{14} = -588$ 。只用几个齿轮就实现了如此大的传动比, 同时又具有结构紧凑、体积小、质量轻等特点。

3. 实现相距较远的传动

如图 6-11 所示, 当两轴中心距较大时, 若仅用一对齿轮传动, 两齿轮的尺寸较大, 结构很不紧凑。若改用定轴轮系传动, 则缩小传动装置所占空间。

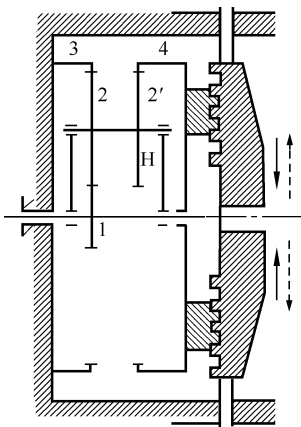


图 6-10 车床电动三爪卡盘行星减速器

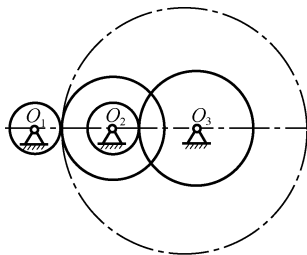


图 6-11 远距离的运动

4. 实现变速与换向传动

所谓变速和换向, 是指主动轴转速不变时, 利用轮系使从动轴获得多种工作速度, 并

能方便地在传动过程中改变速度的方向,以适应工作条件的变化。

(1) 变速。在主动轴转速不变的情况下,利用轮系可使从动轴得到若干种转速。在主动轴转速不变的条件下,利用轮系可使从动轴获得多种工作转速。如图 6-12 所示的汽车变速箱, A、B 为牙嵌离合器。轴 I 为输入轴, III 为输出轴,通过改变滑移齿轮 4 及 6 在轴上的位置,可使输出轴 III 得到四种不同的转速。一般机床、起重等设备上也都需要这种变速传动。

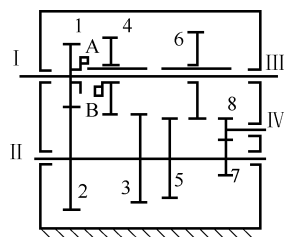


图 6-12 汽车的变速箱

第一挡: 齿轮 5、6 相啮合, 齿轮 3、4 及离合器 A、B 均脱开, 运动传递路线为齿轮 1、2、5、6。

第二挡: 齿轮 3、4 相啮合, 齿轮 5、6 及离合器 A、B 均脱开, 运动传递路线为齿轮 1、2、3、4。

第三挡: 离合器 A、B 相嵌合, 齿轮 3、4 与齿轮 5、6 均脱开。

倒车挡: 齿轮 6、8 相啮合, 齿轮 3、4、5、6 及离合器 A、B 均脱开, 此时运动传递路线为 1、2、7、8、6。由于齿轮 8 为过轮, 使输出轴 III 反转。

(2) 换向。在主动轴转向不变的条件下,利用轮系中的惰轮,可以改变从动轴的转向。如图 6-13 所示为三星轮换向机构,通过搬动手柄转动三角形构件,使齿轮 1 与齿轮 2 或齿轮 3 啮合,可使齿轮 4 得到两种不同的转向。

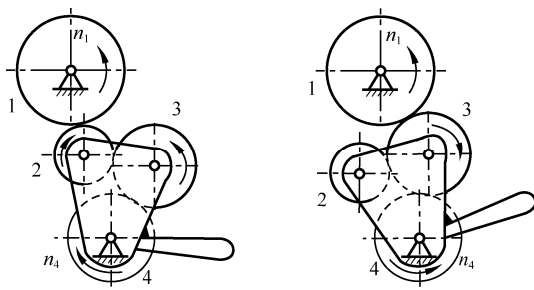


图 6-13 三星轮换向机构

5. 实现运动的合成

因差动轮系有两个自由度,故可独立输入两个主动运动,输出运动即为此两运动的合成。如图 6-14 所示的差动轮系,因 $z_1 = z_3$, 故

$$i_{13}^H = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = -\frac{Z_3}{Z_1} = -1$$

或

$$\omega_H = (\omega_1 + \omega_3)/2$$

上式说明,行星架的转速是轮 1、3 转速的合成,故此种轮系可实现和差运算。差动轮系的这种运动合成特性,在机床、模拟计算机、补偿调节装置等场合应用非常广泛。

6. 实现运动的分解

差动轮系也可实现运动的分解,即将一个主动运动按可变的比例分解为两个从动运动。现以汽车后桥上的差速器为例来说明,如图 6-15 所示。

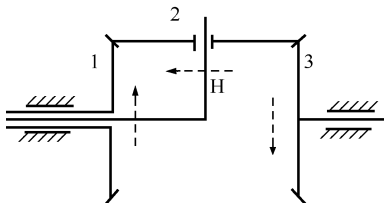


图 6-14 运动的合成

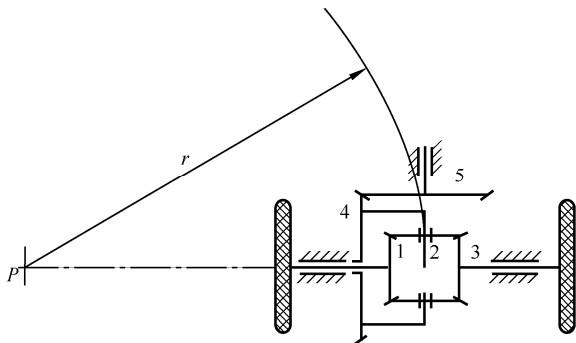


图 6-15 汽车后桥差速器

其中，齿轮 5 由发动机驱动，齿轮 4 上固连着行星架 H，其上装有行星轮 2。齿轮 1、2、3 及行星架 H 组成一个差动轮系。

在该差动轮系中， $z_1 = z_3$ ， $\omega_H = \omega_4$ ，根据式

$$i_{mn}^H = \frac{\omega_m^H}{\omega_n^H} = \frac{\omega_m - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = \pm \frac{\text{在转化轮系中由 } m \text{ 至 } n \text{ 各从动轮齿数的乘积}}{\text{在转化轮系中由 } m \text{ 至 } n \text{ 各主动轮齿数的乘积}}$$

有

$$(\omega_1 - \omega_4)/(\omega_3 - \omega_4) = -1 \quad (6-4a)$$

因该轮系有两个自由度，若仅由发动机输入一个运动时，将无确定解。

当汽车以不同的状态行驶（直行、左右转弯）时，两后轮应以不同的速比转动。如设汽车要左转弯，汽车的两前轮在转向机构的作用下，其轴线与汽车两后轮的轴线汇交于点 P ，这时整个汽车可看作绕着 P 点回转。在车轮与地面不打滑的情况下，两后轮的转速应与弯道半径成正比，如图 6-16 所示。

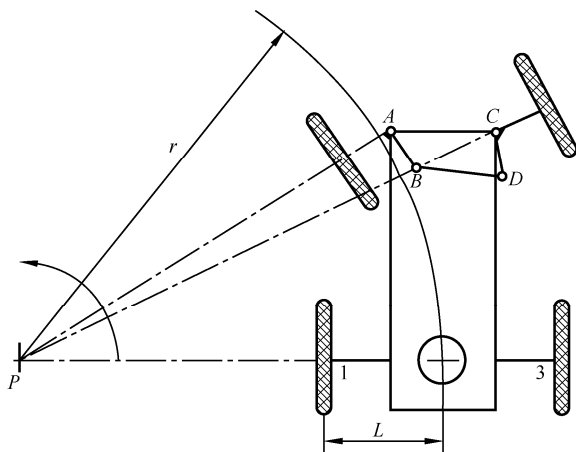


图 6-16 汽车转向原理

可得

$$\omega_1/\omega_3 = (r-L)/(r+L) \quad (6-4b)$$

式中， r 为弯道平均半径； L 为后轮距之半。

联立求解式（6-4a）、式（6-4b）即可求得两后轮的转速。

7. 实现大功率传动

在机械制造业，特别是飞行器中，人们日益期望在尺寸小、质量轻的条件下实现大功率传动，而采用周转轮系可以较好地得到满足。

首先，用作动力传动的周转轮系都采用具有多个均布的行星轮如图 6-17 所示，这样既可用多个行星轮来共同分担载荷，又可使啮合处的径向分力和行星轮公转所产生的离心惯性力各自得以平衡。

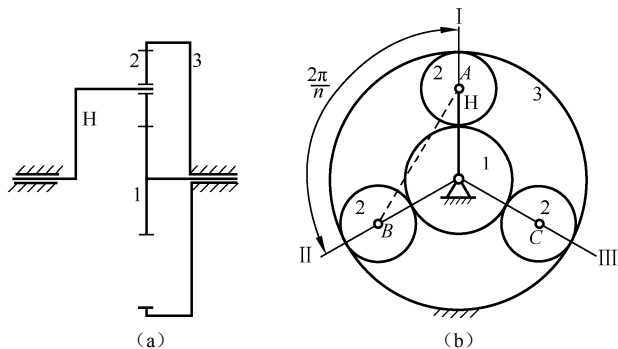


图 6-17 具有多个行星轮的周转轮系

此外，对于传递动力的行星减速器而言，几乎都有内啮合；兼之其输入轴和输出轴在同一轴线上，径向尺寸非常紧凑。

如图 6-18 所示为某涡轮螺旋桨发动机主减速器的传动简图。其右部是差动轮系，左部是定轴轮系。动力自太阳轮 1 输入后，分两路从行星架 H 和内齿轮 3 输往左部，最后汇合到一起输往螺旋桨。该装置的外廓尺寸仅 $\phi 430\text{mm}$ ，传递功率达 2850kW ，整个轮系的减速比 $i_{1H} = 11.45$ 。

8. 实现执行构件的复杂运动

在周转轮系中，由于行星轮既自转又公转，工程实际中的一些装置直接利用了行星轮的这一特有的运动特点，实现机械执行构件的复杂动作。

如图 6-19 所示为一种行星搅拌机的机构简图。其搅拌器与行星轮固结为一体，从而得到复合运动，增加搅拌效果。

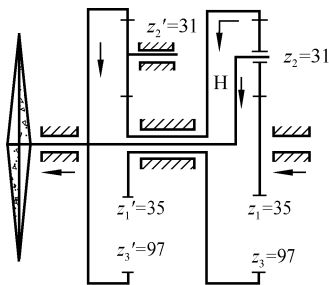


图 6-18 涡轮螺旋桨发动机主减速器

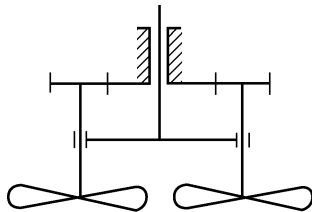


图 6-19 行星搅拌机的机构

如图 6-20 所示是花键轴自动车床下料机械手的传动示意。其作用是将加工好的工件从

车床上取下,送至下一个工序的料道上。这是一个由锥齿轮所组成的简单行星轮系。其中,1为固定太阳轮,2为行星轮,3为行星架, $z_1=2z_2$,其工作过程如下。

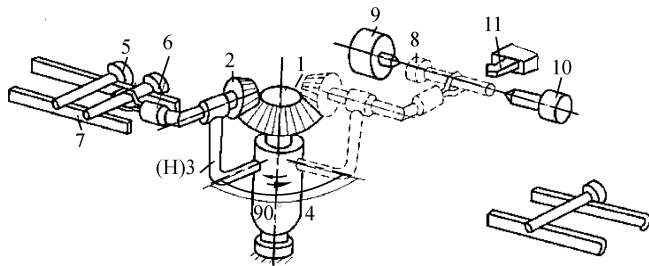


图 6-20 花键轴自动车床下料机械手

当工件在车床上加工好后,夹紧油缸 6 控制卡爪 5 将工件夹紧(如图 6-20 中虚线所示位置),此时回转油缸 4 驱动机械手臂 3 顺时针回转,带动行星轮 2 作确定的行星运动。当转臂 3 转过 90° 到达图中实线位置时,装在行星轮 2 上的卡爪 5 正好转过 180° ,工件即被送至下一个工序的料道 7 上。由于利用了行星轮既自转又公转的特点,整个机械手结构简单紧凑,动作可靠。

6.6 周转轮系的设计及各轮齿数的确定

在机构运动方案设计阶段,周转轮系设计的主要任务是合理选择轮系的类型,确定各轮的齿数。

1. 周转轮系类型的选择

轮系的类型选择,主要应从传动比范围、效率高低、结构复杂程度以及外廓尺寸等几方面综合考虑。

当轮系主要用于传递运动时,首要的问题是考虑能否满足工作所要求的传动比,其次兼顾效率、结构复杂程度、外廓尺寸和重量。

如图 6-21 所示的 2K-H 型行星轮系,其特点是传动从主动中心轮到从动系杆 H 是减速的,而且输入与输出转向相同,是负号机构的一种形式。负号机构的传动比,只比其转化机构传动比的绝对值大 1,因此单一的负号机构,其传动比均不太大。设计轮系时,若工作所要求的传动比不太大,则可根据具体情况选用负号机构。这时,轮系除了满足工作对传动比的要求外还具有较高的效率。

如图 6-7 所示的周转轮系是正号机构的一种形式。利用正号机构可以获得很大的传动比,当传动比很大时,其转化机构的传动比将接近 1,因此,机构的尺寸不致过大,这是正号机构的优点;正号机构的缺点是效率较低。若轮系是用于传动比大而效率要求不高的场合,可考虑选用正号机构。这时需要注意正号机构用于增速时,虽然可以获得极大的传动比,但随着传动比的增大,效率将急剧下降,甚至出现自锁现象。因此,选用正号机构一定要慎重。

当轮系主要用于传递动力时,首先要考虑机构效率的高低,其次兼顾传动比、外廓尺寸、结构复杂程度和质量。

对于负号机构, 无论用于增速还是减速, 都具有较高的效率。所以, 当轮系主要用于传递动力时, 应选用负号机构。若轮系除了用于传递动力时, 还要求具有较大的传动比, 可将几个负号机构串联起来, 或负号机构与定轴轮系串联的混合轮系, 以获得较大的传动比。需要注意的是, 随着串联级数的增加, 效率会有所降低, 机构外廓尺寸和质量也会随之增加。

2. 周转轮系中各轮齿数的确定

在周转轮系传动中, 行星轮既有自转又有公转, 为使转臂受力均衡及减轻轮齿上的载荷, 常采用多个完全相同的行星轮, 为保证传动中各啮合齿轮副的正常工作, 周转轮系各轮齿数及行星轮个数的选择必须满足一定的条件。

周转轮系的类型很多, 下面以图 6-21 所示的单排 2K-H 负号机构行星轮系为例加以讨论。

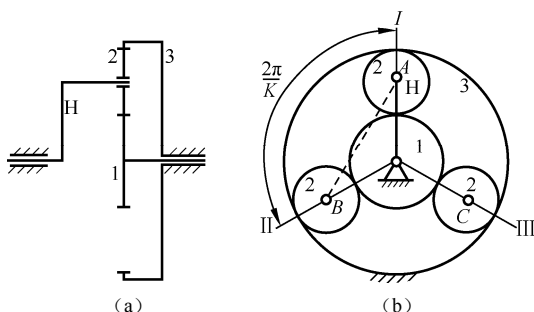


图 6-21 单排 2K-H 负号机构行星轮系

(1) 传动比条件。保证能够实现设计要求的传动比。

因

$$i_{1H} = 1 + \frac{z_3}{z_1}$$

故

$$\frac{z_3}{z_1} = i_{1H} - 1$$

由此可知

$$z_3 = (i_{1H} - 1)z_1 \quad (6-5a)$$

(2) 同心条件。保证基本构件的轴线重合。太阳轮 1 与行星轮 2 组成外啮合传动, 太阳轮 3 与行星轮 2 组成内啮合传动, 同心条件就是要求这两组传动的中心距必须相等, 即

$$a'_{12} = a'_{23}$$

因

$$a'_{12} = r'_1 + r'_2$$

$$a'_{23} = r'_3 - r'_2$$

故

$$r'_1 + r'_2 = r'_3 - r'_2$$

若 3 个齿轮均为标准齿轮或变位齿轮传动, 则上式可用各轮的分度圆半径表示, 即

$$r_1 + r_2 = r_3 - r_2$$

而分度圆半径可用齿数和模数来表示, 因各轮模数相同, 故上式可写成

$$z_1 + z_2 = z_3 - z_2$$

即

$$z_2 = \frac{z_3 - z_1}{2}$$

该式表明, 两太阳轮的齿数应同为奇数或偶数。将式 (6-5a) 代入上式, 整理后可得

$$z_2 = \frac{i_{1H} - 2}{2} z_1 \quad (6-5b)$$

若采用变位传动，由于变位后的中心距分别为

$$a'_{12} = a_{12} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'_{12}} = \frac{m}{2} (z_1 + z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'_{12}}$$

$$a'_{23} = a_{23} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'_{23}} = \frac{m}{2} (z_3 - z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'_{23}}$$

故同心条件的关系式变为

$$\frac{z_1 + z_2}{\cos \alpha'_{12}} = \frac{z_3 - z_4}{\cos \alpha'_{23}}$$

(3) 邻接条件。保证两个相邻的行星轮不会发生干涉和碰撞。在图 6-22 中，中心连线 $O'_2 O''_2$ 大于两行星轮的齿顶圆半径之和，即

$$O'_2 O''_2 > 2r_{a2}$$

式中， r_{a2} 为行星轮的齿顶圆半径。

对于标准齿轮传动，可得

$$2(r_1 + r_2) \sin \frac{180^\circ}{k} > 2(r_2 + h_a^* m)$$

或

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{180^\circ}{k} > z_2 + 2h_a^*$$

(6-6)

当采用变位齿轮传动时，其邻接条件应根据齿轮的实际尺寸进行校核。

(4) 安装条件。保证多个行星轮能均匀地安装在太阳轮的四周，并与太阳轮准确啮合而没有错位现象。若需要有 k 个行星轮均匀分布在太阳轮四周，则相邻两个行星轮之间的夹角为 $\frac{360^\circ}{k}$ 。设行星轮齿数为偶数，参照图 6-21 分析行星轮数目 k 与各轮齿数间应满足的关系。

采用“顺序装入法”每次装入一个齿轮，行星架转动 $\varphi_H = \frac{360^\circ}{k}$ ，且有太阳轮 1 的传动比

$$i_{1H} = \frac{\varphi_1}{\varphi_H} \quad (6-7)$$

为使下一个齿轮能够顺利装入，要求太阳轮正好转过整数个齿距，整数为 N ，由于太阳轮 1 每个齿距所对应的圆心角为 $\frac{360^\circ}{z_1}$ ，故

$$\varphi_1 = N \frac{360^\circ}{z_1} \quad (6-8)$$

联立式 (6-7)、式 (6-8)，求得装配条件的关系式

$$z_1 = \frac{kN}{i_{1H}} \quad (6-9)$$

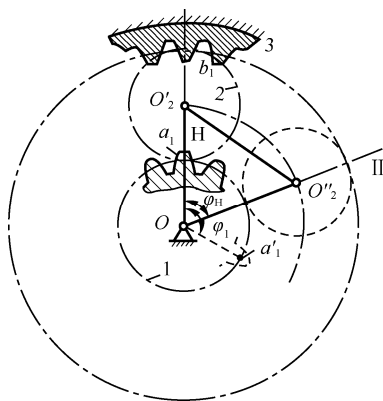


图 6-22 安装条件推导示意图

若行星轮齿数为奇数，一样可以推出同样的结果。

随后装入下一个行星轮，直至装入 k 个行星轮。若将 $i_{1H} = 1 + z_3/z_1$ 代入式 (6-9)，可得

$$N = \frac{z_1 + z_3}{k}$$

此式表明，欲将 k 个行星轮均匀地分布在中心轮四周，则两个太阳轮的齿数和应能被行星轮个数 k 整除。

在设计计算时，由于传动比是已知条件，故通常用式 (6-9) 作为装配条件关系式。

6.7 其他类型行星传动简介

除了一般常见的行星轮系外，还经常用到其他类型的行星传动。例如：渐开线少齿齿轮传动、摆线针轮行星传动和谐波齿轮传动等，由于它们具有传动效率高、传动比大、结构简单、重量轻等优点，被广泛应用在冶金机械、食品加工、石油化工、起重运输及仪表制造等行业，但当内齿轮副齿数小于 5 时，易产生干涉，需采用较大变位系数的变位齿轮，所以一般只适用于中小型动力传动（一般 $\leq 45\text{kW}$ ），其传动效率为 0.8~0.94。

6.7.1 渐开线少齿差行星齿轮传动

如图 6-23 所示的行星轮系中，当行星轮 1 与内齿轮 2 的齿数差 $\Delta z = z_2 - z_1 = 1 \sim 4$ 时，称为少齿差行星齿轮传动。当此轮系用作减速时，主动件为行星架 H，从动轮为行星轮 1。需要注意的是，当输出行星轮转动时，因行星轮有公转，则必须采用特殊的输出装置。目前应用最广泛的是如图 6-24 所示的双盘小销轴式输出机构。图 6-24 中， O_2 、 O_3 分别为行星轮 2 和输出轴圆盘的圆心。在输出轴圆盘上，沿半径为 ρ 的圆周上均匀分布若干个轴销，其中心为 B。为了改善工作条件，在圆柱销的外边套有半径为 r_x 的滚动销套。将这些带有销套的轴销对应地插入行星轮轮辐上中心为 A、半径为 r_k 的销孔内。若取行星架的偏距 $e = r_k - r_x$ ，则 O_2 、 O_3 、A、B 将构成平行四边形。由于在运动过程中，位于行星轮上的圆盘和位于输出轴上的圆盘始终保持平行，所以输出轴 V 将始终与行星轮 2 等速同向转动。

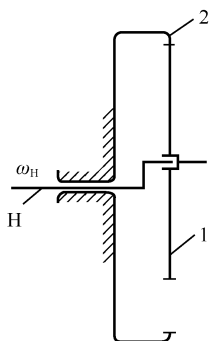


图 6-23 行星轮系

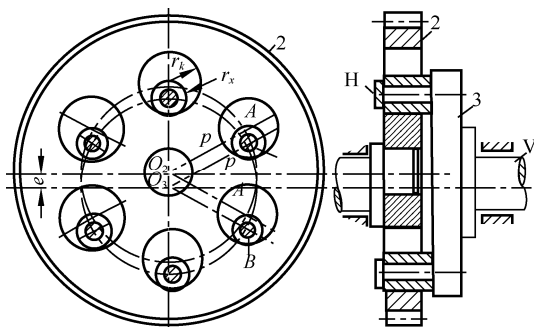


图 6-24 双盘小销轴式输出机构

在这种少齿差行星齿轮传动中，又因其只有一个太阳轮（K），一个行星杆（H）和一根带有输出机构的输出轴（V），所以又被称为 K—H—V 型行星轮系。其机构的传动比为

$$i_{1H} = 1 - i_{12}^H = 1 - z_2/z_1$$

故此轮系的传动比为

$$i_{H1} = -z_1 / (z_2 - z_1)$$

上式表明：当齿数差 $(z_2 - z_1)$ 很小时，可获得很大的传动比；当 $z_2 - z_1 = 1$ 时，称为一齿差行星传动，其传动比为 $i_{H1} = -z_1$ ，“-”表示其输出与输入转向相反。

6.7.2 摆线针轮传动

1. 基本组成及传动比

摆线针轮行星轮系主要由摆线少齿差齿轮副、行星架及输出机构组成。其传动原理、输出机构与渐开线少齿差行星轮系基本相同。如图 6-25 所示，固定内齿轮 1 的轮齿为带套筒的圆柱销，称为针轮；行星轮 2 的齿廓曲线为变幅外摆线的等距曲线，称为摆线轮。针轮与摆线轮的齿数差为 1，其传动比为

$$i_{H1} = -z_1$$

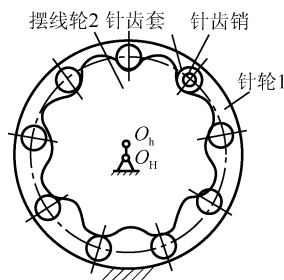


图 6-25 摆线针轮行星轮系

2. 摆线针轮行星传动的优缺点

摆线针轮行星轮系具有传动比大（单级为 5~87）、传动效率高（一般为 0.9~0.94）、传动平稳、承载能力大、使用寿命长等优点。但也具有部分缺点：针轮与摆线轮均需要较好的材料，如 GC₁₅ 钢；摆线齿需要专用刀具和专用设备加工，制造精度要求高，加工工艺较复杂；转臂轴承受力较大，轴承寿命较短等。

由于该轮系有以上优缺点，所以应用在军工、冶金、轻工、化工、造船、机械起重运输等工业方面。

6.7.3 谐波齿轮传动

1. 基本组成原理及传动比

谐波齿轮传动是建立在弹性变形理论基础上的—种新型传动，它突破了以往传动机构中构件为刚性体的模式，采用了—个柔性个体来传动。如图 6-26 所示为谐波传动示意图，它主要由具有内齿的钢轮 1、具有外齿的柔轮 2 和波发生器 H 组成。通常波发生器为主动件，钢轮和柔轮之一为从动件，另—个为固定件。在工作时当波发生器装入柔轮内孔时，由于柔轮的内孔径略小于发生器的长轴，所以在波发生器的作用下，使柔轮产生弹性变形而成椭圆形，椭圆长轴的轮齿插进钢轮的齿槽中而相互啮合，短轴两端的齿则与钢轮的轮齿完全脱开，其余各处的轮齿则处于啮合和啮出的过渡状态。当波发生器转动时，柔轮长轴和短轴的位置不断变化。从而使柔轮轮齿依次与钢轮轮齿啮合，实现柔轮相对于钢轮的转动，从而实现运动和动力的传递。

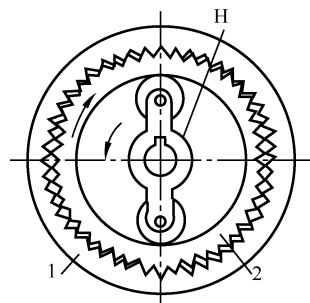


图 6-26 谐波齿轮传动

由于在谐波传动过程中，柔轮与钢轮的啮合与行星齿轮传动相似，故传动比可按周转轮系的计算方法求得。

当钢轮 1 固定，波发生器 H 主动，柔轮 2 从动时，其传动比为

$$i_{H2} = \frac{\omega_H}{\omega_2} = -\frac{z_2}{z_1 - z_2}$$

当柔轮 2 固定，波发生器 H 主动、钢轮 1 从动时，其传动比为

$$i_{H1} = \frac{\omega_H}{\omega_1} = \frac{z_2}{z_1 - z_2}$$

2. 谐波齿轮传动的优缺点

谐波齿轮传动的优点：传动比大且变化范围宽；啮合齿数多，承载能力大，传动平稳，传动效率高；体积小，质量轻，结构简单，具有良好的封闭性。

其缺点：柔轮易发生疲劳破坏，启动力矩大。

由于其具有的特点，因此在军工、航空航天、造船、矿山、机械、医疗器械等行业中得到广泛应用。

习题与思考题

一、思考题

- 6-1 定轴轮系和周转轮系的主要区别是什么？行星轮系和差动轮系有何区别？
- 6-2 什么是转化轮系？如何通过转化轮系计算周转轮系的传动比？
- 6-3 如何求复合轮系的传动比？分解复合轮系的关键是什么？如何划分？

二、习题

6-4 如图 6-27 所示为一电动卷扬机的传动简图。已知蜗杆 1 为单头右旋蜗杆，蜗轮 2 的齿数 $z_2 = 42$ ，其余各轮齿数为 $z_{2'} = 18$ ， $z_3 = 78$ ， $z_{3'} = 18$ ， $z_4 = 55$ ，卷筒 5 与齿轮 4 固联，其直径 $D_5 = 400\text{mm}$ ，电动机转速 $n_1 = 1500\text{r/min}$ ，试求：

- (1) 卷筒 5 的转速 n_5 和重物的移动速度 v 。
- (2) 提升重物时电动机应该以什么方向旋转？

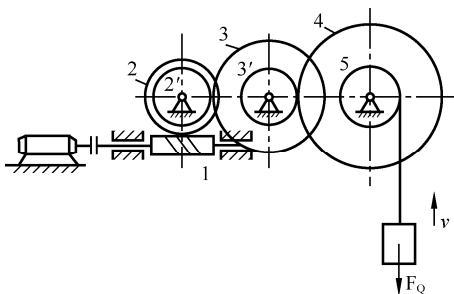


图 6-27 题 6-4

6-5 如图 6-28 所示周转轮系中，已知各齿轮齿数 $z_1 = 60$ ， $z_2 = 20$ ， $z_{2'} = 20$ ， $z_3 = 20$ ， $z_4 = 20$ ， $z_5 = 100$ ，试求传动比 i_{41} 。

6-6 如图 6-29 所示轮系中，已知各轮齿数为 $z_1 = 26$ ， $z_2 = 32$ ， $z_{2'} = 22$ ， $z_3 = 80$ ，

$z_4 = 36$, $n_1 = 300\text{r/min}$, $n_3 = 50\text{r/min}$, 两者转向相反, 试求齿轮 4 的转速 n_4 和方向。

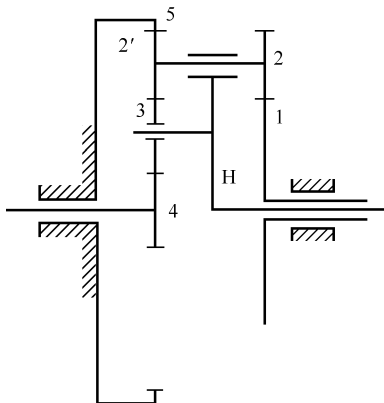


图 6-28 题 6-5

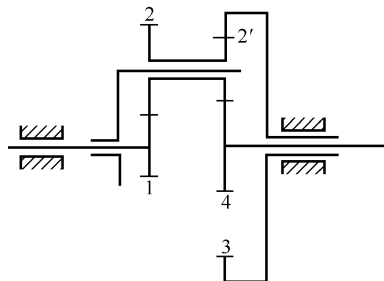


图 6-29 题 6-6

6-7 如图 6-30 所示复合轮系中, 已知: $z_1 = 22$, $z_3 = 88$, $z_3' = z_5$, 试求传动比 i_{15} 。

6-8 如图 6-31 所示轮系中, 已知各齿轮的齿数为 $z_1 = 34$, $z_3 = z_4$, $z_5 = 50$, $z_6 = 18$, $z_7 = 36$, 齿轮 1 的转速 $n_1 = 1500\text{r/min}$, 试求齿轮 7 的转速 n_7 。

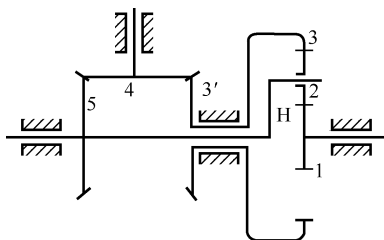


图 6-30 题 6-7

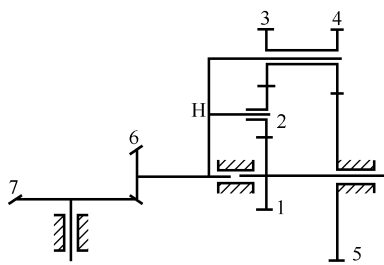


图 6-31 题 6-8

6-9 如图 6-32 所示的轮系中, 已知各轮齿数: $z_1 = 90$, $z_2 = 6$, $z_2' = 30$, $z_3 = 30$, $z_3' = 24$, $z_4 = 18$, $z_5 = 60$, $z_5' = 36$, $z_6 = 32$, 运动从 A、B 两轴输入, 由构件 H 输出。已知 $n_A = 100\text{r/min}$, $n_B = 900\text{r/min}$, 转向如图 6-32 所示, 试求输出轴 H 的转速 n_H 和方向。

6-10 如图 6-33 所示轮系中, 已知各齿轮齿数: $z_1 = 24$, $z_1' = 30$, $z_2 = 95$, $z_3 = 89$, $z_3' = 102$, $z_4 = 80$, $z_4' = 40$, $z_5 = 17$, 试求传动比 i_{15} 。

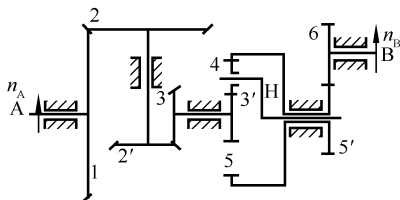


图 6-32 题 6-9

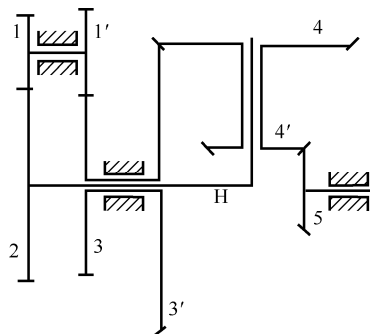


图 6-33 题 6-10

6-11 如图 6-34 示轮系中, 已知各轮的齿数分别为 $z_1 = z_3 = 15$, $z_2 = 30$, $z_4 = 25$, $z_5 = 20$, $z_6 = 40$ 。求传动比 i_{16} , 并指出如何改变 i_{16} 的符号。

6-12 如图 6-35 所示轮系中, 已知 $z_1 = 60$, $z_2 = 15$, $z_3 = 18$, $z_4 = 63$, 试计算传动比 i_{1H} 并判断行星架 H 的转向。

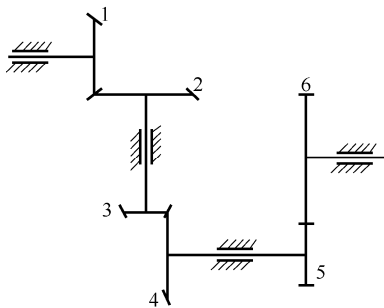


图 6-34 题 6-11

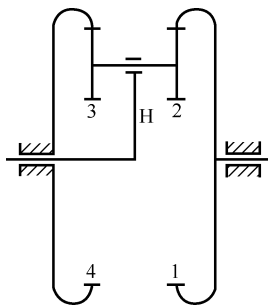


图 6-35 题 6-12

6-13 如图 6-36 所示的三爪电动卡盘传动轮系中, 已知各轮齿数为 $z_1 = 6$, $z_2 = z_2' = 25$, $z_3 = 57$, $z_4 = 56$, 试求传动比 i_{14} 。

考研真题

6-14 (西南交通大学, 2005 年) 如图 6-37 所示轮系, 已知 $z_1 = 15$, $z_2 = 25$, $z_2' = 20$, $z_4 = 60$, $z_4' = 55$, 齿轮 1 为主动, 作匀速转动, 转速 $n_1 = 950 \text{ r/min}$, 转向如图, 确定构件 H 的转速和转向。

6-15 (西南交通大学, 2007 年) 如图 6-38 所示轮系, 已知 $z_1 = 15$, $z_2 = 16$, $z_3 = 47$, $z_2' = 17$, $z_4 = 50$, 齿轮 1 和齿轮 3 为主动件, 齿轮 4 为工作构件, 齿轮 1 的转速 $n_1 = 300 \text{ r/min}$, 转向如图 6-38 所示。

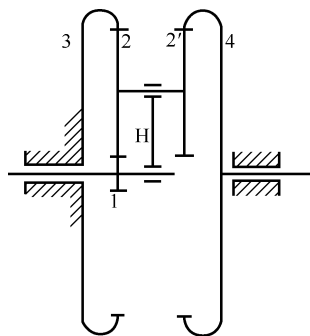


图 6-36 题 6-13

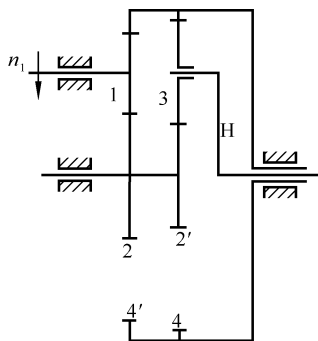


图 6-37 题 6-14

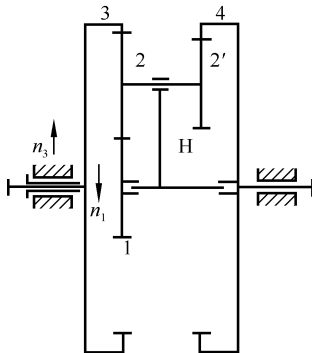


图 6-38 题 6-15

6-16 (西南交通大学, 2010) 如图 6-39 所示轮系, 已知蜗杆 5 为右旋双头蜗杆, 齿数

$Z_4 = 80$, $Z_1 = 20$, $Z_3 = 80$, 齿轮 1 的转速 $\omega_1 = 900 \text{ r/min}$, 转向如图所示。

(1) 如果指针静止不动, 试确定蜗杆 5 的转速 ω_5 及其转向;

(2) 如果指针的转速 ω_H 与齿轮 1 的转速 ω_1 不仅大小相同, 而且方向也相同, 试确定蜗杆 5 的转速 ω_5 及其转向。

6-17 (山东科技大学, 2007 年) 如图 6-40 所示轮系, 已知: $z_1 = z_3 = 25$, $z_2 = z_4 = 20$, $z_H = 100$, $z_5 = 20$ 。试求该轮系的传动比 i_{15} , 并判断齿轮 1 与齿轮 5 的转向是否相同。

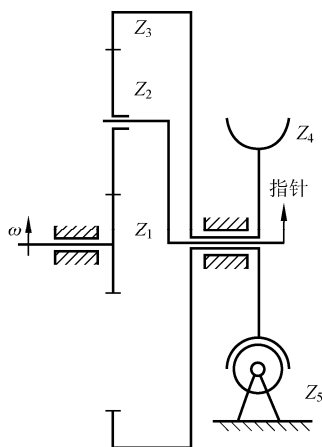


图 6-39 题 6-16

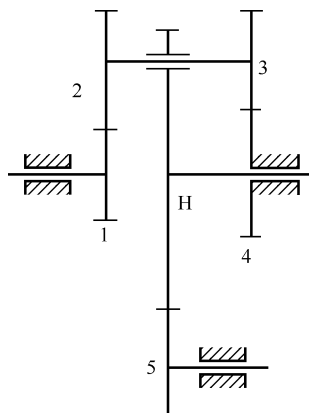


图 6-40 题 6-17

第 7 章 间歇运动机构

学习目标：了解棘轮机构、槽轮机构、不完全齿轮机构、螺旋机构、万向联轴器的类型、工作原理、运动特性及应用。

在机械中，特别是在各种自动和半自动机械中，常常需要某些构件实现运动和停歇的交替进行，即间歇运动。将原动件的连续运动转换为从动件周期性间歇运动的机构称为间歇运动机构，例如棘轮机构、槽轮机构、不完全齿轮机构、螺旋机构和万向联轴器等。本章对这些机构的工作原理和应用进行简要介绍。

7.1 棘 轮 机 构

7.1.1 棘轮机构的组成和工作原理

(1) 棘轮机构的组成。棘轮机构主要由棘轮、棘爪和机架组成。

(2) 棘轮机构的工作原理。如图 7-1 所示，棘轮 3 固定在输出轴上，原动件摇杆 1 空套在棘轮轴上，可绕棘轮轴自由摆动。当摇杆逆时针方向摆动时，止退棘爪 4 阻止棘轮转动，铰接在摇杆上的棘爪 2 在棘轮的齿背上滑过；当摇杆顺时针方向摆动时，棘爪 2 就插入棘轮齿槽推动棘轮转过一定角度。随着摇杆的往复摆动，棘轮作单向间歇转动。为了工作可靠，棘爪 2 和止退棘爪 4 上装有扭簧 5，使棘爪紧压在棘轮齿面上。

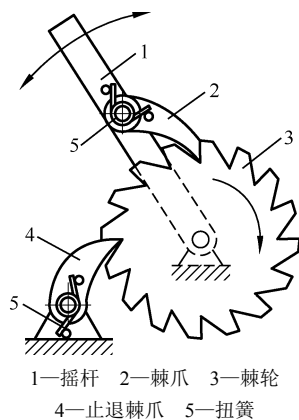


图 7-1 棘轮机构

7.1.2 棘轮机构的类型

棘轮机构按照棘轮的结构形式不同分为齿式棘轮机构和摩擦式棘轮机构两类。

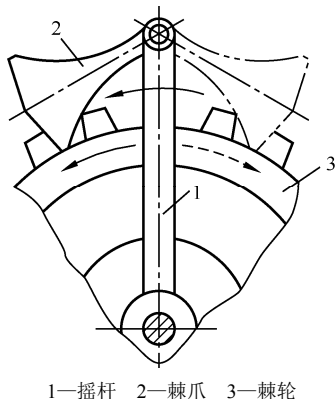
1. 齿式棘轮机构

如图 7-1、图 7-2 所示，棘轮轮齿有三角形、锯齿形、梯形、矩形等。其优点是结构简单，运动可靠，转角大小可在一定范围内调节。缺点是棘轮的转角必须以相邻两齿所夹中心角为单位有级地变化，而且棘爪在棘轮齿背上滑行时会产生噪声，棘爪和棘轮齿面接触时会产生冲击，故不适用于高速机械。

齿式棘轮机构既可以实现棘轮的单向间歇运动，其齿形常采用锯齿形（图 7-1）；也可以实现棘轮的双向间歇运动。如图 7-2 所示，当棘爪 2 在实线位置时，摇杆 1 推动棘轮 3 作逆时针方向间歇转动；当棘爪翻转到虚线位置时，摇杆将推动棘轮作顺时针方向间歇转动。双向棘轮机构常采用梯形或矩形轮齿。

齿式棘轮机构有外啮合（如图 7-1、图 7-2 所示）和内啮合（如图 7-3 所示）之分。当

棘轮的直径为无穷大时,棘轮变为棘条,此时棘轮的单向间歇转动变为棘条的单向间歇移动(如图7-4所示)。其中外啮合棘轮机构应用较广。内啮合机构棘轮的轮齿在圆柱面的内缘上,棘爪也安装在棘轮的内部。



1—摇杆 2—棘爪 3—棘轮

图 7-2 双向式棘轮机构

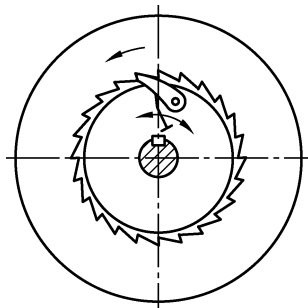


图 7-3 内啮合

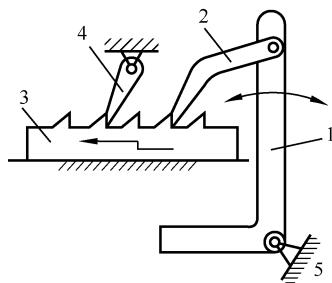


图 7-4 棘条

2. 摩擦式棘轮机构

如图7-5所示,它以偏心扇形楔块代替齿式棘轮机构中的棘爪,以摩擦轮代替棘轮,靠棘爪2和棘轮3间的摩擦实现棘轮的间歇运动。机构的工作原理与齿式棘轮机构相同。其优点是传动平稳、噪声小,棘轮的转角能够实现无级调节。缺点是接触面间易产生滑动,运动精度不高,可靠性低。这种棘轮机构适用于低速轻载的场合。

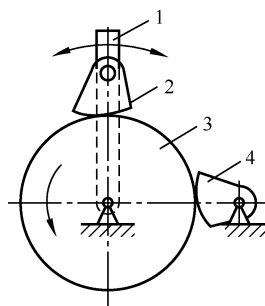


图 7-5 摩擦式棘轮机构

7.1.3 棘轮机构的应用

棘轮机构可用于送进、制动、超越和转位分度等机构中。

如图7-6所示为浇铸自动线的输送装置,棘轮和带轮固连在同一轴上。当汽缸内活塞上移时,活塞杆1推动摇杆使棘轮转过一定角度,将输送带2向前移动一段距离;当汽缸内活塞下移时,止退棘爪顶住棘轮使之静止不动,浇包对准砂型进行浇铸。活塞不停地上下移动,完成砂型的浇铸和输送任务。

如图7-7所示为提升机中使用的棘轮制动器,这种制动器广泛用于卷扬机、提升机及运输机等设备中。

如图7-3所示为自行车后轴上的飞轮结构,是一种典型的超越机构。当用力蹬脚踏板时,链条带动具有内棘齿的链轮顺时针方向转动,再通过固定在后轮轴(用于固定车轮辐条)上的棘爪带动后轮轴在后轴上转动,此时整个后车轮作顺时针转动,自行车向前行驶。在前进过程中,如果脚踏板不动,链轮也就停止转动。这时,由于车轮的惯性作用,使后轮轴带动棘爪从链轮内缘的齿背上滑过,仍在继续顺时针转动,即实现后轮轴超越链轮的运动,这就是不蹬脚踏板自行车仍能自由滑行一段距离的原理。

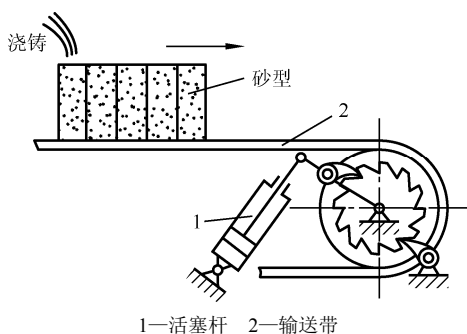


图 7-6 浇铸自动线的输送装置

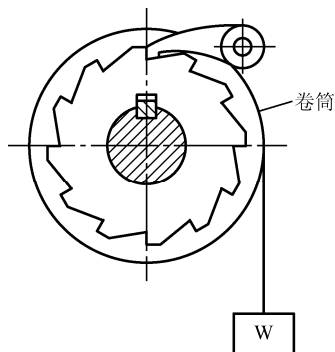


图 7-7 棘轮制动器

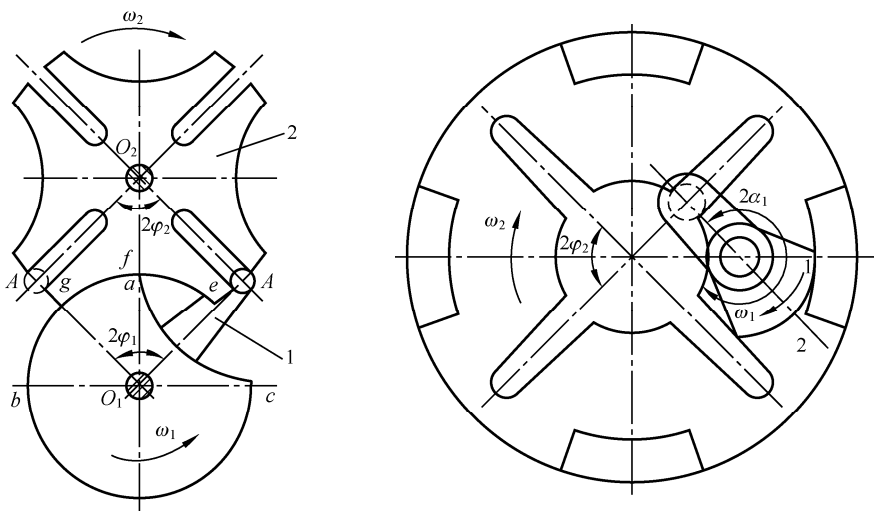
7.2 槽轮机构

7.2.1 槽轮机构的组成及工作原理

(1) 槽轮机构的组成。槽轮机构由拨盘、槽轮和机架组成。

(2) 槽轮机构的工作原理。

如图 7-8 (a) 所示, 当原动件拨盘 1 以等角速度连续转动时, 槽轮 2 作反向间歇转动。在拨盘上的圆柱销 A 未进入槽轮的径向槽时, 槽轮由于内凹锁止弧 \widehat{efg} 被拨盘的外凸圆弧 \widehat{abc} 锁住, 所以槽轮静止不动。如图 7-8 所示为圆柱销刚开始进入槽轮径向槽时的位置, 这时内凹锁止弧 \widehat{efg} 与外凸圆弧 \widehat{abc} 脱开, 槽轮由圆柱销 A 驱动而开始转动。当圆柱销 A 脱出径向槽时, 槽轮的另一内凹锁止弧又被拨盘的外凸圆弧锁住, 槽轮又静止不动, 从而实现槽轮的单向间歇转动。



1—拨盘 2—槽轮

(a) 外槽轮机构

(b) 内槽轮机构

图 7-8 槽轮机构

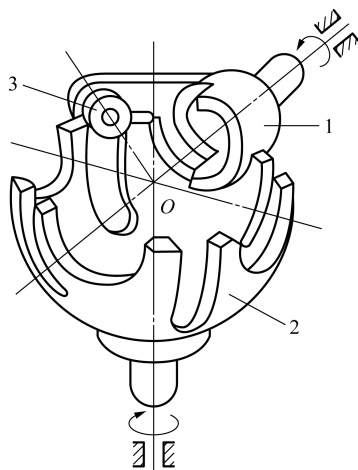
7.2.2 槽轮机构的类型

槽轮机构可分为外接 [见图 7-8 (a)]、内接 [见图 7-8 (b)] 和球面三种基本形式。

外槽轮与内槽轮机构均用于平行轴之间的间歇传动。

在外槽轮机构中, 拨盘与槽轮异向回转, 而在内槽轮机构中拨盘与槽轮则为同向回转。受加工制造条件条件的限制, 外槽轮机构应用较为广泛。

如图 7-9 所示为球面槽轮机构, 属于空间机构, 可实现传递两垂直相交轴的间歇运动机构, 从动槽轮 2 呈半球形, 主动拨轮 1 的轴线与拨销 3 的轴线都通过球心 O , 当主动拨轮 1 连续转动时, 从动槽轮 2 作间歇转动。



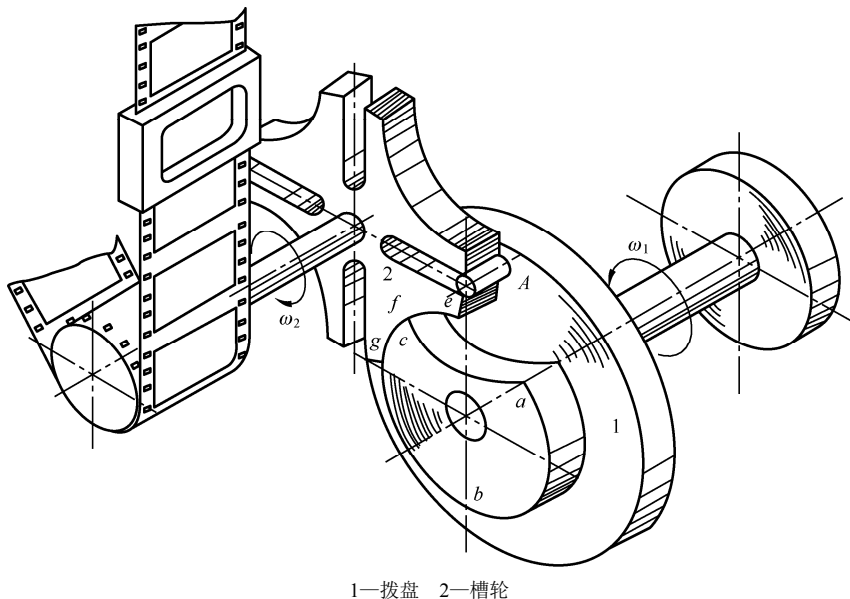
1—主动拨轮 2—从动槽轮 3—拨销

图 7-9 球面槽轮机构

7.2.3 槽轮机构的应用

槽轮机构能将主动轴的匀速连续转动转换成从动轴的间歇运动, 槽轮机构结构简单, 转位迅速, 效率较高, 与棘轮机构相比运转平稳。但制造与装配精度要求较高。它在电影放映机卷片机构、自动机床转位机构等自动机械中得到广泛的应用。

如图 7-10 所示为电影放映机中的卷片机构。为了适应人眼的视觉暂留现象, 要求影片作间歇移动。槽轮 2 上有四个径向槽, 拨盘 1 每转一周, 圆柱销 A 将拨动槽轮转过 $1/4$ 周, 胶片移过一幅画面, 并停留一定的时间。如图 7-11 所示为槽轮机构在单轴六角自动车床转塔刀架的转位机构中的应用。



1—拨盘 2—槽轮

图 7-10 电影放映机中的卷片机构

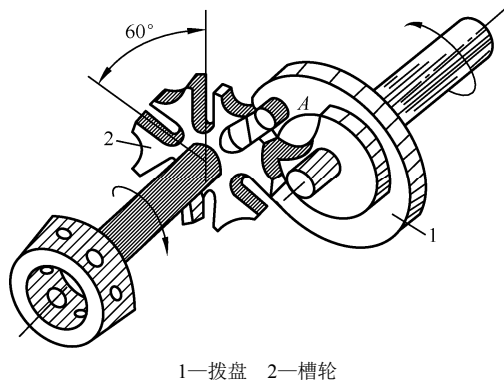


图 7-11 槽轮机构在单轴六角自动车床转塔刀架的转位机构中的应用

7.3 不完全齿轮机构

7.3.1 不完全齿轮机构的组成及工作原理

不完全齿轮机构是由普通渐开线齿轮机构演化而成的一种间歇运动机构。它与普通渐开线齿轮机构不同之处是轮齿没有布满整个圆周，不完全齿轮机构主动轮 1 只有一个和几个齿，而从动轮 2 上具有若干个与主动轮 1 相啮合的轮齿及锁止弧，可实现间歇运动。如图 7-12 所示，当主动轮 1 转 1 周时，从动轮 2 转 $1/6$ 周，从动轮每转 1 周停歇 6 次。从动轮停歇时，轮 1 上的锁止弧 S_1 与轮 2 上的锁止弧 S_2 互相配合锁住，以保证从动轮停歇在预定的位置。

7.3.2 不完全齿轮机构的类型及应用

不完全齿轮机构的类型有：外啮合（如图 7-12 所示）、内啮合（如图 7-13 所示）。与普通渐开线齿轮一样，外啮合的不完全齿轮机构两轮转向相反，内啮合的不完全齿轮机构两轮转向相同。当轮 2 的直径为无穷大时，变为不完全齿轮齿条，这时轮 2 的转动变为齿条的移动，如图 7-14 所示。

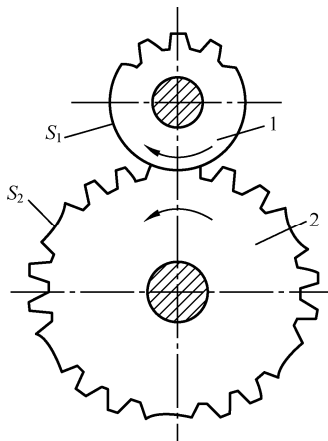


图 7-12 外啮合不完全齿轮机构

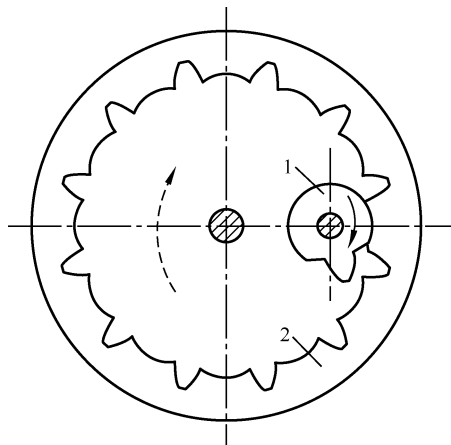


图 7-13 内啮合不完全齿轮机构

不完全齿轮机构结构简单，设计灵活，制造简单，工作可靠，但进入和退出啮合时，速度有突变，存在刚性冲击，故一般用于低速、轻载的场合。

不完全齿轮机构常用在多工位自动和半自动机械中用于工作台上的间歇转位机构，以及要求具有间歇运动的进给机构、计数机构等。

如图 7-15 所示为蜂窝煤饼压制机工作台上的不完全齿轮间歇传动机构。工作台 7 用 5 个工位来完成煤粉的填装、压制、退煤等动作，因此工作台需要间歇转动，而每次转动 $1/5$ 转。为了满足这一运动要求，在工作台上装有一大齿圈，用中间齿轮 6 来传动。而主动轮 3 为不完全齿轮，它与齿轮 6 组成不完全齿轮机构。当齿轮 3 连续转动时可以使工作台得到预期的间歇转动。又为了减轻工作台间歇/启动时的冲击，在不完全齿轮 3 和齿轮 6 上加装了一对附加杆 4 及 5，同时还分别装设了凸形和凹形的圆弧板，以便起到锁止弧的作用。

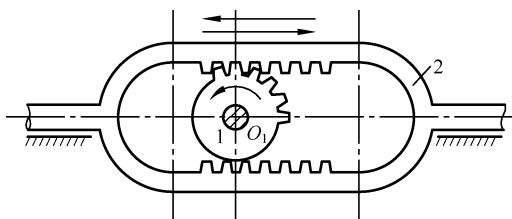


图 7-14 不完全齿条机构

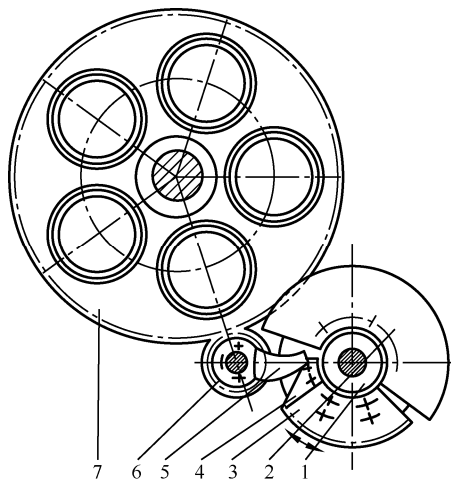


图 7-15 蜂窝煤饼压制机

7.4 螺旋机构

7.4.1 螺旋机构的组成及工作原理

1. 螺旋机构的组成

由螺旋副连接相邻构件而成的机构称为螺旋机构。常用的螺旋机构除螺旋副外还有转动副和移动副。螺旋机构由螺杆、螺母及机架组成。

2. 螺旋机构的工作原理

螺旋机构将旋转运动转换成直线运动。如图 7-16 (a) 所示的螺旋机构中，螺杆 1 的 A 段螺旋在固定的螺母中转动， B 段螺旋在不能转动但能移动的螺母 2 中转动。其中 A 为转动副， B 为螺旋副， B 段的螺旋导程为 l_B ， C 为移动副。因其只包含一个螺旋副，故称为单螺旋机构。当螺杆 1 转过的角度为 φ 时，螺母 2 的位移 s 为

$$s = l_B \frac{\varphi}{2\pi} \quad (7-1)$$

图 7-16 (b) 所示的螺旋机构中, A 、 B 都是螺旋副, A 、 B 段的螺旋导程为 l_A 和 l_B , 设两螺旋副的螺纹旋向相反, 则当螺杆 1 转角为 φ 时, 螺母 2 的位移为两螺旋副移动量之和, 即

$$s = (l_A + l_B) \frac{\varphi}{2\pi} \quad (7-2)$$

当导程 $l_A = l_B$ 时, 有

$$s = (l_A + l_B) \frac{\varphi}{2\pi} = 2l_A \frac{\varphi}{2\pi} = 2s' \quad (7-3)$$

式中, s' 为螺杆 1 的位移。

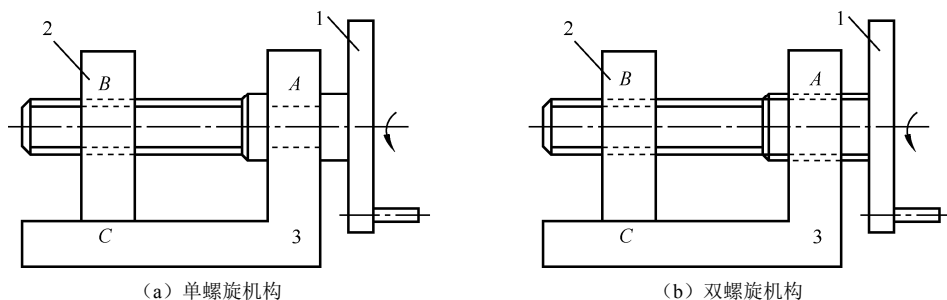


图 7-16 螺旋机构

式 (7-3) 说明螺母 2 的位移是螺杆 1 的两倍。这种螺旋机构称为双螺旋机构, 它可以使螺母 2 快速移动。

若将图 7-16 (b) 所示的螺旋机构的两个螺旋副 A 和 B 做成旋向相同的螺纹, 则当螺杆 1 转过的角度为 φ 时, 螺母 2 的位移 s 为

$$s = (l_A - l_B) \frac{\varphi}{2\pi} \quad (7-4)$$

由式 (7-4) 可知, 当导程 l_A 与 l_B 相差很少时, 可使螺母 2 得到很微小的位移, 所以这种螺旋机构被称为差动螺旋机构。

7.4.2 螺旋机构的应用

螺旋机构结构简单, 制造方便; 工作平稳, 无噪声, 可以传递很大的轴向力; 传动效率低, 有自锁作用, 双螺旋机构可以获得较大的位移, 差动螺旋机构可以获得微小的位移。螺旋机构常用于起重机、压力机及功率不大的进给系统和微调装置中。

如图 7-17 所示为用于车辆连接装置中的双螺旋机构, 可以使车钩 E 和 F 很快地靠近和离开。如图 7-18 所示为用于调节镗刀进给量的差动螺旋机构。

另外, 螺旋机构在反行程时若不自锁, 即当螺旋升角大于当量摩擦角时, 它还可以将直线运动转换为旋转运动。在某些操纵机构、工具、玩具及武器等机构中, 就利用了螺旋机构的这一特性。如图 7-19 所示的新型螺钉旋具 (俗称螺丝刀) 就是一个典型的应用实例。推进手柄 4 (螺母), 可使旋具杆 3 旋转。由于旋具杆上有左旋、右旋螺旋槽各一条, 手柄中也相应地装有左旋、右旋螺母各一个, 通过拨动操纵钮 5 向左或向右可分别使左旋或右旋螺母起作用, 从而只需要推动手柄 4 就可完成拧紧或拧松螺钉的动作。

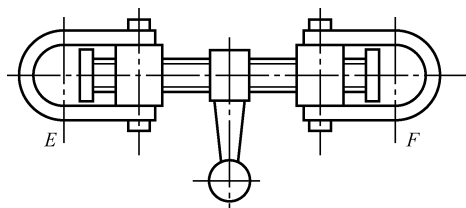


图 7-17 车辆连接装置中的双螺旋机构

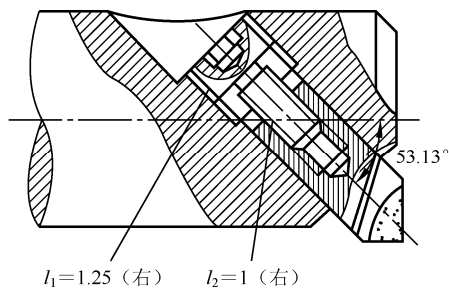


图 7-18 调节镗刀进给量差动螺旋机构

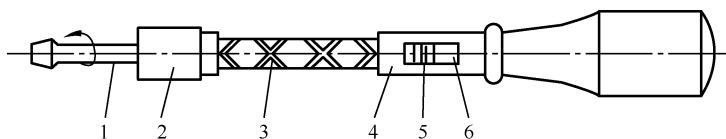


图 7-19 新型螺钉旋具

7.5 万向联轴节

万向联轴节是一种常用的变角传动机构，可用于传递两相交轴间的运动和动力，而且在传动过程中，两轴之间的夹角可以变动。故它广泛应用于汽车、机床等机械传动系统中。本节主要介绍单万向联轴节和双万向联轴节的运动特点和使用场合。

7.5.1 单万向联轴节

单万向联轴节的结构如图 7-20 所示。轴 1 及轴 2 的末端各有一叉头，叉头分别通过转动副 A 、 B 用铰链与中间“十字形”构件 3 相连，转动副 A 、 B 的轴线垂直相交于“十字形”构件的中心 O ，轴 1 和轴 2 与机架 4 组成转动副，主动轴 1、从动轴 2 的轴线也相交于 O 点，夹角为 α 。

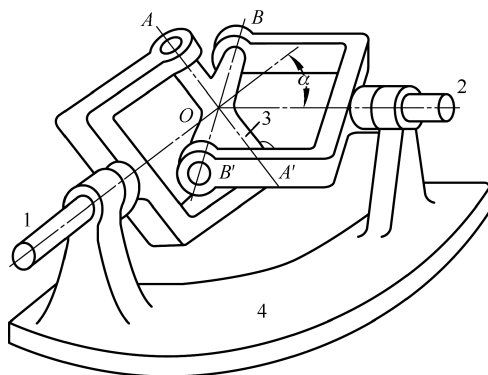


图 7-20 单万向联轴节

由图 7-20 可见，当轴 1 转一周时，轴 2 也必然转一周，但是两轴的瞬时角速度比却并不恒等于 1，而是随时变化的。设两轴的角速度分别为 ω_1 和 ω_2 ，轴 1 相连叉头的转角为 φ_1 ，

其两轴角速度比关系如下:

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{\cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha \cos^2 \varphi_1} \quad (7-5)$$

为简单起见, 现仅就其两个特殊位置加以说明。如图 7-21 (a) 所示, 当主动轴 I 的叉面在如图的平面内时, 从动轴 II 的叉面则垂直图样平面, 即 $\varphi_1 = 0^\circ$ 或 180° 时, 角速度比值最大, 其值为 $(\omega_2 / \omega_1)_{\max} = 1 / \cos \alpha$; 如图 7-21 (b) 所示, 当从动轴 II 的叉面在图样平面内时, 从主动轴 I 的叉面则垂直图样平面, 即 $\varphi_1 = 90^\circ$ 或 270° 时, 角速度比值最小, 其值为 $(\omega_2 / \omega_1)_{\min} = \cos \alpha$ 。由此可知, 当主动轴 I 以角速度等速 ω_1 回转时, 从动轴 II 的角速度将 ω_2 在 $(\omega_2 / \omega_1)_{\max}$ 及 $(\omega_2 / \omega_1)_{\min}$ 的范围内变化, 即

$$\cos \alpha \leq \frac{\omega_2}{\omega_1} \leq \frac{1}{\cos \alpha} \quad (7-6)$$

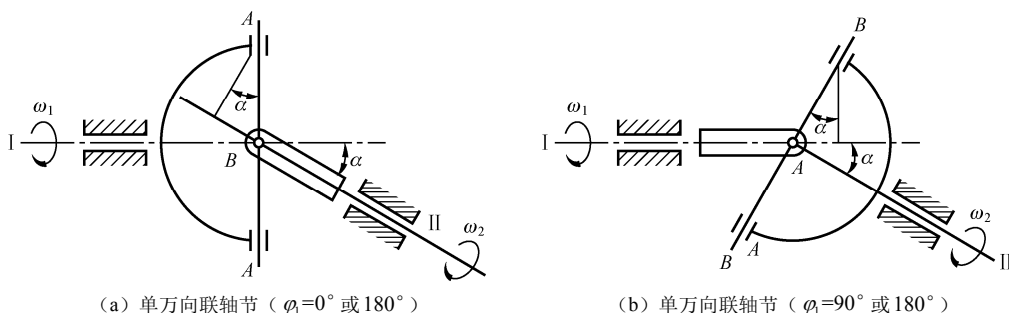


图 7-21 单万向联轴器速度分析

而且变化的幅度与两轴间夹角 α 的大小有关。正因为如此, 两轴夹角不能过大, 一般 $\alpha \leq 30^\circ$ 。

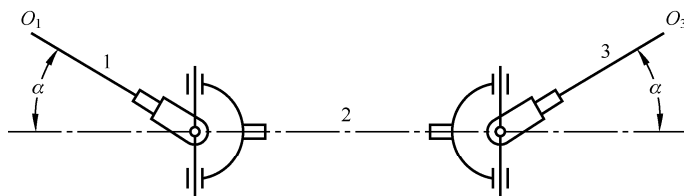
单万向联轴节的特点: 当两轴夹角变化时仍可继续工作, 而只影响其瞬时角速度比值的大小。

7.5.2 双万向联轴节

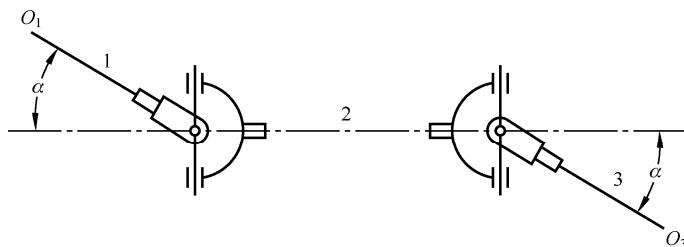
单万向联轴节的主动轴做等速转动时, 其从动轴的转速将有波动, 这波动是随两轴的夹角 α 的增大而增大。这种转速波动将影响机器的正常工作, 特别是在高速情况下, 由此引起的附加动载荷将导致严重的振动。为了消除上述从动轴变速转动的缺点, 常将单万向联轴节成对使用, 这便是双万向联轴节, 即用一个中间轴 2 和两个单万向联轴节将主动轴 1 和从动轴 3 连接起来, 如图 7-22 所示。

对于连接相交 (如图 7-22 (a) 所示) 的或平行 (如图 7-22 (b) 所示) 的两轴的双万向联轴节, 为使主、从动轴的角速度恒相等, 除要求主动轴 1、从动轴 3 和中间轴 2 应位于同一平面内之外, 还必须使主动轴 1、从动轴 3 的轴线与中间轴 2 的轴线之间的夹角相等; 而且中间轴两端的叉面应位于同一平面内。

双万向联轴节常用来传递平行轴或相交轴的运动。



(a) 主动轴1与从动轴3轴线相交



(b) 主动轴1与从动轴3轴线平行

图 7-22 双万向联轴节

7.5.3 万向联轴节的应用

单万向联轴节的特点，是能够传递不平行轴的运动，并且当工作中两轴夹角发生变化时仍能继续传递运动，因此安装、制造精度要求不高。

双万向联轴节常用来传递相交轴或平行轴的运动，它的特点：当位置发生变化导致两轴夹角发生变化时，不但可以继续工作，而且在满足前述的两条件时，还能保证两轴等角速度比传动。在一些机床的传动系统中可见到此双万向联轴节的应用。例如在汽车变速箱和后桥主传动器之间用双万向联轴节连接，传递汽车变速箱输出轴与后桥车架弹簧支承上的后桥差速器输入轴间的运动。当汽车行驶时由于道路不平或振动引起变速箱与差速器相对位置变化，联轴节的中间轴与它们的倾角虽然也有相应的变化，双万向联轴节仍能继续传递动力和运动，汽车仍能继续运动。又如用于轧钢机轧辊传动中的双万向联轴节，它可以适应不同厚度钢坯的轧制。

习题与思考题

- 7-1 何谓双螺旋机构？为什么它可以使螺母产生快速移动？
- 7-2 棘轮机构有几种类型？它们分别有什么特点？适用于什么场合？
- 7-3 棘轮机构中止退棘爪的作用是什么？
- 7-4 内槽轮机构与外槽轮机构相比有何优点？
- 7-5 不完全齿轮机构与普通齿轮机构的啮合过程有何异同点？

第 8 章 平面机构的运动分析

学习目标：平面机构的运动分析是指在已知机构尺寸及主动件运动规律的前提下，求解机构其余构件的角位移、角速度、角加速度及这些构件上特定点的位置、速度和加速度的过程。本章主要介绍用图解法和解析法对平面机构进行运动分析，要求掌握利用图解法对平面机构进行速度和加速度分析。

机构的主要用途之一就是传递运动，而机构运动分析的任务是在已知机构尺寸及原动件运动规律的情况下，确定机构中其他构件上某些点的轨迹、位移、速度及加速度和某些构件的角位移、角速度和角加速度。上述内容对了解现有机械的运动性能，特别是进行机械创新设计都是必不可少的，同时也是研究机械动力性能的必要前提。

通过对机构进行位移分析，确定机构中构件行程和所需运动空间，判断各构件在运动过程中是否会发生干涉，确定构件上某点的运动轨迹以及机构的外壳尺寸等。通过对机构进行速度分析，可以确定从动件速度的变化能否满足工作要求，也可以确定机构的某些结构参数，同时也是加速度分析及确定机器动能和功率的基础。对于某些高速机械和重型机械进行加速度分析，可以确定各个构件的惯性力，保证机械的强度、振动和动力性能良好。

机构运动分析的方法很多，主要有图解法和解析法两种。图解法又分为速度瞬心法和相对运动图解法，解析法主要有矩阵法和复数矢量法两种。如果只需要简捷直观地了解机构的某个或某几个位置的运动特性时，采用图解法就比较方便，而且精度也能满足实际需求。如果需要精确地知道或要了解机构在整个运动循环过程中的运动特性时，就采用解析法并借助计算机，不仅可以获得较高的计算精度及一系列位置的分析结果，而且还能绘制出机构相应的运动线图。同时还可以把机构运动分析结果和机构综合问题联系起来，以便于对机构进行优化设计。

本章将对图解法和解析法分别加以介绍，且仅限于研究平面机构的运动分析。

8.1 用速度瞬心法对机构进行速度分析

图解法分析机构速度可以采用速度瞬心法和相对运动图解法两种，如果已知机构的构件数目较少时，且仅需对机构作速度分析时，采用速度瞬心法就显得十分方便。

8.1.1 速度瞬心的数目

1. 速度瞬心的概念

根据理论力学可知，在任一瞬时，互作平面相对运动的两构件上瞬时速度相等的重合点，即为这两个构件的速度瞬心，简称瞬心，用符号 P_{ij} 表示构件 i 、 j 间的瞬心。

若两个构件中有一个构件固定不动，则其瞬心称为绝对速度瞬心。因为固定不动的构件速度为零，所以绝对速度瞬心是运动构件上绝对速度等于零的点。若两个构件都是运动的，则其瞬心称为相对速度瞬心。

2. 速度瞬心的数目

由速度瞬心定义可知：在平面机构中，每两个作相对运动的构件就会有一个速度瞬心。所以，由 N 个构件（包含机架）组成的机构，根据排列组合知识可知，所具有的速度瞬心数目 K 为

$$K = C_N^2 = \frac{N(N-1)}{2} \quad (8-1)$$

式中， N 为构件数目； K 为瞬心数目。

由式（8-1）可知，随着机构中构件数目的增加，瞬心的数目将快速增加。如果机构中构件数目比较多，要找出全部的瞬心就比较烦琐。因此，瞬心法通常适用于构件数目较少的简单机构中。

8.1.2 瞬心的位置

确定瞬心的位置大致可以分成两种形式：一种是两构件之间通过运动副直接连接时的瞬心；另一种是两构件之间没有通过运动副直接连接时的瞬心。

1. 两构件通过运动副直接连接时瞬心位置的确定

1) 两构件通过转动副连接

如图 8-1 (a)、(b)、(c) 所示的构件 1 与构件 2 之间由转动副连接，铰链中心点就是其速度重合点，也就是两构件的瞬心 P_{12} 。

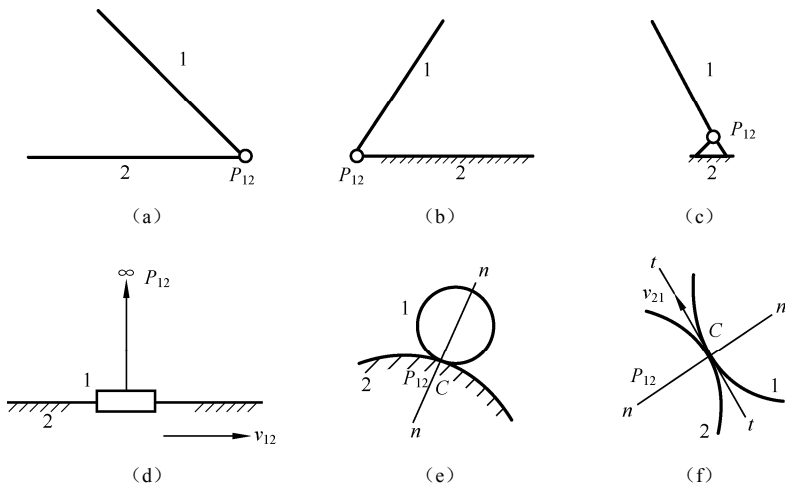


图 8-1 两构件通过运动副直接连接时的瞬心位置

2) 两构件通过移动副连接

如图 8-1 (d) 所示的构件 1 与构件 2 的相对速度方向与导路方向平行，两构件的瞬心 P_{12} 位于垂直导路方向的无穷远处。

3) 两构件通过平面高副连接

如图 8-1 (e) 所示两构件 1, 2 为纯滚动，在接触点 C 处的相对速度为零。则该接触点 C 即为两构件的瞬心 P_{12} 。如图 8-1 (f) 所示两构件 1, 2 为滚动兼滑动，在接触点 C 处的相

对速度为 v_{21} ，其方向沿高副接触点处的切线 $t-t$ 方向。所以，瞬心 P_{12} 位于过接触点 C 且与 v_{21} 方向相垂直的法线 $n-n$ 上。

2. 两构件没有通过运动副直接连接时瞬心位置的确定

若两构件没有通过运动副直接连接，其瞬心位置可利用三心定理来确定。

该三心定理是指三个彼此作平面相对运动的构件的三个瞬心必位于同一直线上。因为只有三个瞬心位于同一直线上，才能满足瞬心为等速重合点的条件。

【例 8.1】 确定如图 8-2 所示平面铰链四杆机构中各瞬心的位置。

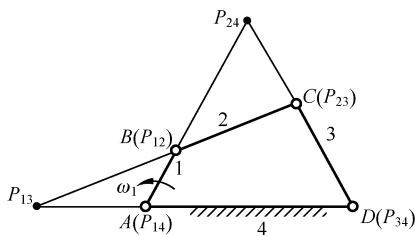


图 8-2 平面四杆机构的瞬心位置

解：在图示的平面铰链四杆机构中，根据式 (8-1) 可计算出该机构共有 6 个瞬心。分别为 P_{12} 、 P_{23} 、 P_{34} 、 P_{14} 、 P_{13} 及 P_{24} 。其中瞬心 P_{12} 、 P_{23} 、 P_{34} 、 P_{14} 均为两构件通过转动副直接连接时的瞬心，而其余两个瞬心 P_{13} 、 P_{24} 可通过三心定理来确定。对于构件 1、2、3 来说， P_{13} 必在 P_{12} 和 P_{23} 的连线上，而对于构件 1、3、4 来说， P_{13} 又应在 P_{14} 及 P_{34} 的连线上。所以上述两连线的交点即为瞬心 P_{13} 。同理，可确定瞬心 P_{24} 的位置。

8.1.3 瞬心法在机构速度分析中的应用

利用速度瞬心法分析机构中构件的速度，优点是作图比较简单、概念比较清晰。首先选定适当的比例尺 μ_l （即构件的真实长度与图示长度之比，单位为 m/mm 或 mm/mm ）画出机构运动简图，找出机构的全部瞬心并标注在机构简图上。利用瞬心的概念以及已知构件的速度计算出待求构件的速度。此法不足之处在于，当机构中构件数较多时，由于瞬心数目太多，求解较烦琐。

【例 8.2】 在图 8-2 中，已知各构件尺寸及原动件 1 的角度 ω_1 ，试用瞬心法求构件 2、3 的角速度 ω_2 、 ω_3 。

解：（1）由式 (8-1) 可计算出该机构共有 6 个瞬心，并标注所有瞬心的位置。

（2）由于构件 1 的角速度已知，待求角速度的构件 2、3 要与构件 1 联系起来。由于瞬心 P_{12} 为构件 1、2 的等速重合点，利用瞬心 P_{12} 即可求得 ω_2 ，因此，可分别列出两构件在 P_{12} 点处的速度表达式：

$$\text{构件 1} \quad v_{P_{12}} = v_B = \omega_1 l_{P_{12}P_{14}} \mu_l$$

$$\text{构件 2} \quad v_{P_{12}} = v_B = \omega_2 l_{P_{12}P_{24}} \mu_l$$

$$\text{则有} \quad \omega_1 l_{P_{12}P_{14}} = \omega_2 l_{P_{12}P_{24}}$$

$$\text{即} \quad \omega_2 = \omega_1 \frac{l_{P_{12}P_{14}}}{l_{P_{12}P_{24}}}$$

同理, 瞬心 P_{13} 为构件 1、3 的等速重合点, 列出的速度表达式为

$$\text{构件 1} \quad v_{P_{13}} = \omega_1 l_{P_{13}P_{14}} \mu_l$$

$$\text{构件 3} \quad v_{P_{13}} = \omega_3 l_{P_{13}P_{34}} \mu_l$$

$$\text{所以} \quad \omega_3 = \omega_1 \frac{l_{P_{13}P_{14}}}{l_{P_{13}P_{34}}}$$

由于瞬心 P_{13} 在两瞬心 P_{14} 、 P_{34} 的延长线上, 所以 ω_2 与 ω_1 同向。 ω_3 为逆时针方向。

【例 8.3】 如图 8-3 所示为一凸轮机构。已知各构件尺寸及凸轮的角速度 ω_2 , 求推杆的移动速度 v_3 。

解: 由前述可知, 过接触点 K 所作的公法线 $n-n$ 与瞬心连线 $P_{12}P_{23}$ 的交点即为瞬心 P_{23} 。瞬心 P_{23} 为凸轮和推杆的等速重合点, 故有

$$v_3 = v_{P_{23}} = \omega_2 \overline{P_{12}P_{23}} \mu_l$$

推杆的速度方向竖直向上。

【例 8.4】 如图 8-4 所示为一曲柄滑块机构。已知各构件尺寸及曲柄的角速度 ω_1 , 求滑块 3 的移动速度 v_3 。

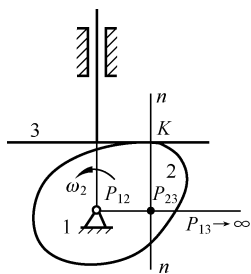


图 8-3 瞬心法在凸轮机构速度分析中的应用

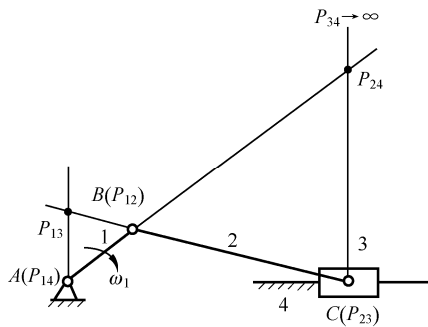


图 8-4 瞬心法在曲柄滑块机构速度分析中的应用

解: 瞬心 P_{14} 、 P_{12} 和 P_{23} 分别位于 A 、 B 、 C 点处, P_{34} 在垂直导路方向的无穷远处。根据三心定理, 取构件 1、2 和 3 为研究对象, P_{13} 必在 P_{12} 与 P_{23} 连线上, 再取构件 1、3 和 4 为研究对象, P_{13} 位于过点 P_{14} 且与导路垂直的直线上。由此可知, 过点 P_{14} 作导路的垂线与 $P_{12}P_{23}$ 延长线的交点即为瞬心 P_{13} 。由于滑块做直线移动, 其上各点的速度相等。根据瞬心概念, 瞬心 P_{13} 为构件 1 和 3 的等速重合点, 故有

$$v_3 = v_{P_{13}} = \mu_l \overline{AP_{13}} \omega_1$$

v_3 的方向水平向右。

【例 8.5】 如图 8-5 所示, 已知齿轮 1 的角速度 ω_1 , 齿轮 2 的角速度 ω_2 , 两齿轮的轮齿齿廓 E_1 、 E_2 在 K 点接触, 求 $\frac{\omega_1}{\omega_2} = ?$

解: 瞬心 P_{13} 、 P_{23} 为两构件通过转动副直接连接时的瞬心, 瞬心 P_{12} 可通过三心定理来确定。对于构件 1、2、3 来说, P_{12} 必在 P_{13} 和 P_{23} 的连线上, 过接触点 K 所作的公法线 $n-n$ 与瞬心连线 $P_{13}P_{23}$ 的交点即为瞬心 P_{12} 。即瞬心 P_{13} 、 P_{23} 和 P_{12} 分别在 O_1 、 O_2 和 P 点。瞬心 P_{12} 为齿轮 1 和齿轮 2 的等速重合点, 故有

则

$$\omega_1 \overline{P_{13}P_{12}} = \omega_2 \overline{P_{12}P_{23}}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{P_{12}P_{23}}}{\overline{P_{13}P_{12}}} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}}$$

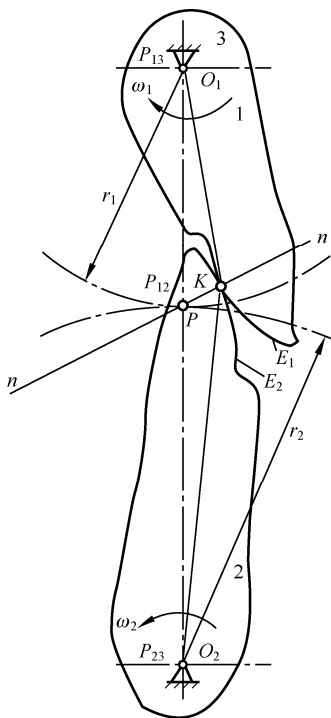


图 8-5 瞬心法在齿轮机构速度分析中的应用

8.2 用相对运动图解法对机构进行速度和加速度分析

相对运动图解法（又称为矢量方程图解法）是应用理论力学中有关刚体的平面运动和点的复合运动的基本原理，根据速度合成定理和加速度合成定理列出机构各构件上相应点之间的相对运动矢量方程式，并按一定的比例尺、用矢量多边形的方法求解运动参数。

要解决这类问题，首先要建立两点之间速度或加速度的矢量方程，通过求解矢量方程、作矢量多边形，得到所需点的速度或加速度。

8.2.1 同一构件上两点间的速度和加速度分析

根据刚体平面运动的运动合成原理可知，作为平面运动的构件，其上任一点的运动都可看成随某一点平动（牵连运动）的同时又绕该点转动（相对运动）的合成。

如图 8-6 所示的作平面运动的构件 AB 中，已知点 A 的速度 v_A ，则该构件上任一点 B 的速度可表示为

$$v_B = v_A + v_{BA} \quad (8-2)$$

式中， v_A 为点 A 的绝对速度，方向已知；

v_B 为点 B 的绝对速度，方向未知；

v_{BA} 为点 B 相对于点 A 的相对速度， $v_{BA} = \omega l_{AB}$ ，

其方向垂直于 AB ，其指向与 ω 转向一致。

点 B 与点 A 的加速度关系可表示为

$$a_B = a_A + a_{BA} = a_A + a_{BA}^n + a_{BA}^t \quad (8-3)$$

式中， a_{BA}^n 为点 B 相对于点 A 的相对法向加速度，

$a_{BA}^n = v_{BA}^2 / l_{AB} = \omega^2 l_{AB}$ ，方向由 B 指向 A ；

a_{BA}^t 为点 B 相对于点 A 的相对切向加速度，

$a_{BA}^t = \varepsilon l_{AB}$ ，方向垂直于 A 、 B 两点的连线，指向与构件的角加速度 ε 转向一致。

如图 8-7 (a) 所示为一铰链四杆机构，已知各构件的尺寸和位置，主动件 1 以角速度 ω_1 匀速转动，现要求图示位置时机构中的点 C 与点 E 的速度 v_C 、 v_E 。

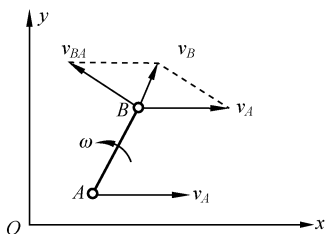


图 8-6 同一构件上两点间的速度关系

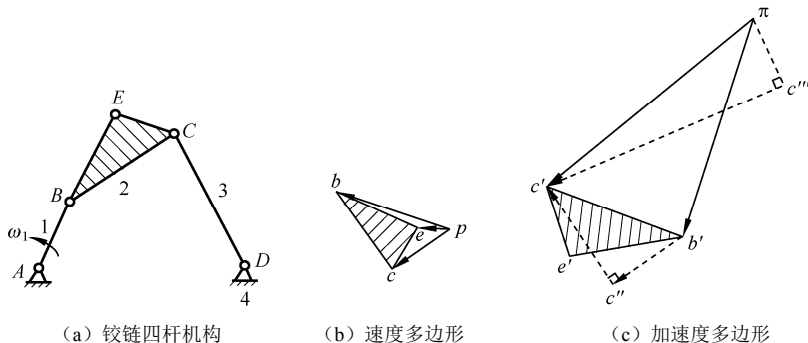


图 8-7 铰链四杆机构的运动分析

该机构中的构件 1 和 3 作定轴转动，构件 2 作平面运动。

(1) 列速度矢量方程式。

由于点 B 的速度已知，根据速度合成原理，构件 2 上 C 点的速度 v_C 等于点 B 的速度 v_B 及绕点 B 转动的相对速度 v_{CB} 的矢量和，即

$$\begin{array}{ccccccc} v_C & = & v_B & + & v_{CB} & & (8-4) \\ \text{方向} & & \perp CD & & \perp AB & & \perp BC \\ \text{大小} & & ? & & \omega_1 l_{AB} & & ? \end{array}$$

由以上分析知，式 (8-4) 中仅有两个未知数，可用作图法求解。

(2) 选取速度比例尺作图求解。

矢量方程列出后，选取速度比例尺 μ_v （即单位长度所代表的速度值，单位为 $(\text{m/s})/\text{mm}$ ），具体求解过程如下。

如图 8-7 (b) 所示，首先任取一点 p ，作矢量 $pb \perp AB$ 。 pb 的指向与 ω_1 的转向一致，长度 $\overline{pb} = v_B / \mu_v$ ，这样矢量 pb 就可以代表 v_B 。然后，从 b 点作 v_{CB} 的方向线 $bc \perp BC$ ，再从 p 点作 v_C 的方向线 $pc \perp CD$ ，并交于 bc 于 c 点。矢量 pc 和 bc 分别代表 v_C 和 v_{CB} ，其大小可表示为

$$v_C = \mu_v \overline{pc}, \quad v_{CB} = \mu_v \overline{bc}$$

可得构件 2 的角速度 $\omega_2 = \frac{v_{CB}}{l_{BC}}$, 将代表 v_{CB} 的矢量 bc 平移到机构图上的 C 点处, 可知 ω_2 的方向为顺时针方向。

同理, 可得构件 3 的角速度 $\omega_3 = \frac{v_C}{l_{CD}}$, 将代表 v_C 的矢量 pc 平移到机构图上的 C 点处, 则角速度 ω_3 的方向为逆时针方向。

如图 8-7 (b) 所示的图形称为机构的速度多边形, p 点称为极点。速度多边形有如下特性:

- ① 极点 p 代表机构中速度为零的点;
- ② 连接点 p 和任一点的矢量代表机构中同名点的绝对速度, 方向由 p 点指向该点, 例如矢量 pb 代表 v_B 。连接除 p 点外其他任意两点的矢量代表机构中同名两点的相对速度, 且其方向与下角标字母的顺序相反, 如矢量 bc 代表 v_{CB} 。

为了求点 E 的速度 v_E , 可利用点 E 与点 B 、 C 之间的速度关系, 列出矢量方程式 $v_E = v_B + v_{EB} = v_C + v_{EC}$, 然后作图求解, 如图 8-7 (b) 所示。分别过点 b 、 c 作 v_{EB} 的方向线 $be \perp BE$ 和 v_{EC} 的方向线 $ce \perp CE$, 两者相交于点 e , 则 pe 代表 v_E 。由图可知, 由于 $\triangle bce$ 与 $\triangle BCE$ 的对应边相互垂直, 故两者相似, 且其角标字母顺序方向也一致。所以, 将速度图形 bce 称为构件图形 BCE 的速度影像。由此可知, 当已知一个构件上两点的速度时, 则该构件上其他任一点的速度就可利用速度影像原理求出。如图 8-7 (b) 所示, 当 bc 作出后, 以 bc 为边作 $\triangle bce \sim \triangle BCE$, 且两者角标字母的顺序方向一致, 即可求得点 e 和 v_E , 而不需再列矢量方程式求解。

v_C 、 v_E 求出后, 下面讨论一下如何求解图示位置时机构中的点 C 与点 E 的加速度 a_C 和 a_E 。

(1) 列矢量方程。

根据加速度合成原理, 可列出如下矢量方程式

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & a_C & = & a_B & + & a_{CB} \\
 a_C'' & + & a_C' & = & a_B & + & a_{CB}'' + a_{CB}' \quad (8-5) \\
 \text{方向} & C \rightarrow D & \perp CD & & B \rightarrow A & & C \rightarrow B \quad \perp BC \\
 \text{大小} & \omega_3^2 l_{CD} & ? & & \omega_1^2 l_{AB} & & \omega_2^2 l_{BC} \quad ?
 \end{array}$$

(2) 选取加速度比例尺作图求解。

列出矢量方程后, 首先选取加速度比例尺 μ_a (即单位长度所代表的加速度值, 单位为 $(\text{m/s}^2)/\text{mm}$), 具体做法如下。

如图 8-7 (c) 所示, 任取一点 π , 作矢量 $\pi b' \parallel AB$, 其大小为 $\overline{\pi b'} = a_B'' / \mu_a$, 指向为 $B \rightarrow A$, 这样矢量 $\pi b'$ 代表 a_B'' ; 接着从 b' 点作矢量 $b'c'' \parallel BC$, 指向为 $C \rightarrow B$, 长度为 $\overline{b'c''} = a_{CB}'' / \mu_a$, 矢量 $b'c''$ 代表 a_{CB}'' ; 然后作 $c''c' \perp BC$, 作为 a_{CB}' 的方向线; 再从 π 点作矢量 $\pi c''' \parallel CD$, 方向为 $C \rightarrow D$, 长度为 $\overline{\pi c'''} = a_C'' / \mu_a$, 则矢量 $\pi c'''$ 代表 a_C'' ; 过 c''' 作 $c'''c' \perp CD$, 作为 a_C' 的方向线, 与 $c''c'$ 交于点 c' 。最后连接 $\pi c'$ 和 $\pi b'$, 则矢量 $\pi c'$ 和 $b'c'$ 分别代表 a_C 和 a_{CB} , 其大小分别表示为

$$a_C = \mu_a \overline{\pi c'}, \quad a_{CB} = \mu_a \overline{b'c'}$$

可得构件 2 和构件 3 的角加速度分别为

$$\varepsilon_2 = \frac{a_{CB}^t}{l_{BC}} = \frac{\mu_a \overline{c''c'}}{l_{BC}} \quad \varepsilon_3 = \frac{a_c^t}{l_{CD}} = \frac{\mu_a \overline{c'''c'}}{l_{CD}}$$

将代表 a_{CB}^t 的矢量 $c''c'$ 平移到机构图上的 C 点, 可见角加速度 ε_2 的方向为逆时针方向; 将代表 a_c^t 的矢量 $c'''c'$ 平移到机构图上的 C 点, 可知角加速度 ε_3 的方向也为逆时针方向。

如图 8-7 (c) 所示的图形称为机构的加速度多边形, 点 π 称为极点。加速度多边形的特性如下:

- ① 极点 π 代表机构中加速度为零的点;
- ② 连接 π 点和任一点的矢量代表机构中同名点的绝对加速度, 方向由 π 点指向该点; 例如矢量 $\pi c'$ 代表 a_c ;
- ③ 连接带有上角标的其他任意两点的矢量代表机构中同名两点的相对加速度, 其方向和下角标字母的顺序相反; 例如矢量 $b'c'$ 代表 a_{CB} 而不是 a_{BC} 。

在加速度关系中也存在和速度影像原理一致的加速度影像原理。因此, 要求点 E 的加速度 a_E , 只须以 $b'c'$ 为边作 $\triangle b'c'e' \sim \triangle B'C'E'$, 且下角标字母的顺序方向一致, 即可求得点 e' 和 a_E 。

需要指出的是, 速度影像和加速度影像原理只适用于构件 (即构件的速度图及加速度图与其几何形状是相似的), 而不适用于整个机构。

8.2.2 组成移动副的两构件瞬时重合点间的速度和加速度分析

以移动副相连的两转动构件上的重合点间的速度及加速度之间的关系, 与前一种情况不同, 因而列出的机构的运动矢量方程式也有所不同, 但大体步骤相似, 可以作为参考。下面举例加以说明。

如图 8-8 (a) 所示为一导杆机构, 已知机构的位置及各构件长度, 主动件 1 做匀速转动, 角速度为 ω_1 , 试对该机构进行速度和加速度分析。

由图 8-8 (a) 可知, 机构中构件 1 与构件 2 组成转动副, 点 B 既是构件 1 上的点, 也是构件 2 上的点。构件 2 与构件 3 组成移动副, 构件 2 上的 B_2 点和构件 3 上的 B_3 点为瞬时重合点。两者之间只有相对移动而没有相对转动。因此, 它们的角速度和角加速度应分别相等, 即 $\omega_3 = \omega_2$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_2$ 。

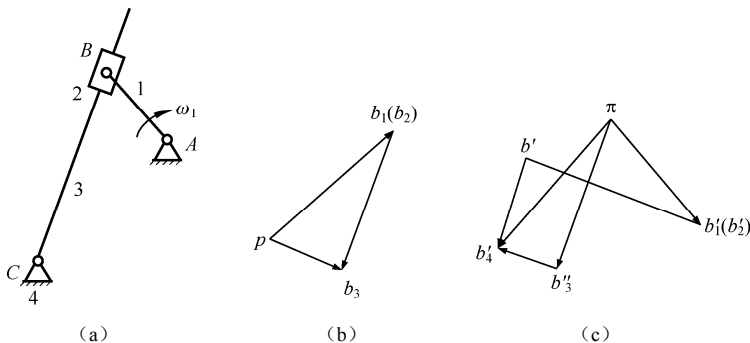


图 8-8 导杆机构的运动分析

(1) 速度分析。

① 列出矢量方程式。

由图 8-8 (a) 可知, 由于构件 1 与构件 2 在 B 点组成转动副, 因此, $\mathbf{v}_{B_2} = \mathbf{v}_{B_1}$, 且都等于 $\omega_1 l_{AB}$; 而在构件 2 与构件 3 的瞬时重合点处, $\mathbf{v}_{B_2} \neq \mathbf{v}_{B_3}$ 。根据点的速度合成原理可知, B_3 点的绝对速度等于与其重合的牵连点 B_2 的绝对速度和 B_3 相对于 B_2 的相对速度的矢量和, 即

$$\begin{array}{ccccccc} \mathbf{v}_{B_3} & = & \mathbf{v}_{B_2} & + & \mathbf{v}_{B_3 B_2} & (8-6) \\ \text{方向} & & \perp BC & & \perp AB & & // BC \\ \text{大小} & & ? & & \omega_1 l_{AB} & & ? \end{array}$$

② 作图求解。

由上面的矢量方程式可知, 仅 \mathbf{v}_{B_3} 和 $\mathbf{v}_{B_3 B_2}$ 的大小未知, 因此可用图解法求解。选取速度比例尺 μ_v , 作速度多边形, 如图 8-8 (b) 所示。先任取一点 p 作为极点, 作矢量 $pb_2 \perp AB$, 长度 $pb_2 = v_{B_2} / \mu_v$, 则矢量 pb_2 可以代表 \mathbf{v}_{B_2} ; 作 $b_2 b_3 // BC$, 代表 $\mathbf{v}_{B_3 B_2}$ 的方向线, 作 $pb_3 \perp BC$, 代表 \mathbf{v}_{B_3} 的方向线, 两者交于点 b_3 , 则矢量 $\overline{pb_3}$ 代表 \mathbf{v}_{B_3} , 矢量 $\overline{b_2 b_3}$ 代表 $\mathbf{v}_{B_3 B_2}$, 速度的大小分别为

$$v_{B_3} = \mu_v pb_3, \quad v_{B_3 B_2} = \mu_v b_2 b_3$$

则构件 3 的角速度可表示为

$$\omega_3 = \frac{v_{B_3}}{l_{BC}}$$

将代表 \mathbf{v}_{B_3} 的矢量 pb_3 平移到机构图上的 B 点处, 可知角速度 ω_3 的方向为顺时针方向。由于构件 2 与构件 3 组成移动副, 所以 $\omega_2 = \omega_3$ 。

(2) 加速度分析。

① 列出加速度矢量方程式。

根据点的加速度合成原理可知, B_3 点的绝对加速度 \mathbf{a}_{B_3} 等于牵连加速度 \mathbf{a}_{B_2} 、哥氏加速度 $\mathbf{a}_{B_3 B_2}^k$ 和相对加速度 $\mathbf{a}_{B_3 B_2}^r$ 的矢量和, 其中哥氏加速度的大小 $a_{B_3 B_2}^k = 2\omega_3 v_{B_3 B_2}$, 方向由相对速度 $\mathbf{v}_{B_3 B_2}$ 的指向沿牵连角速度 ω_2 转过 90° 而得, 即

$$\begin{array}{ccccccc} \mathbf{a}_{B_3} & = & \mathbf{a}_{B_2} & + & \mathbf{a}_{B_3 B_2}^k & + & \mathbf{a}_{B_3 B_2}^r \\ \mathbf{a}_{B_3}^n + \mathbf{a}_{B_3}^t & = & \mathbf{a}_{B_2} & + & \mathbf{a}_{B_3 B_2}^k & + & \mathbf{a}_{B_3 B_2}^r & (8-7) \\ \text{方向} & B \rightarrow C & \perp BC & & B \rightarrow A & & \perp BC & // BC \\ \text{大小} & \omega_3^2 l_{BC} & ? & & \omega_1^2 l_{AB} & & 2\omega_3 v_{B_3 B_2} & ? \end{array}$$

② 作图求解

上面的矢量方程式只有 $\mathbf{a}_{B_3}^t$ 和 $\mathbf{a}_{B_3 B_2}^r$ 的大小未知, 利用图解法求解。选取加速度比例尺 μ_a , 作加速度多边形, 如图 8-8 (c) 所示。其中, 矢量 $\pi b_2'$ 代表 \mathbf{a}_{B_2} , 矢量 $b_2' k'$ 代表 $\mathbf{a}_{B_3 B_2}^k$, 矢量 $k' b_3'$ 代表 $\mathbf{a}_{B_3 B_2}^r$, 矢量 $\pi b_3'$ 代表 \mathbf{a}_{B_3} , 矢量 $\pi b_3''$ 代表 $\mathbf{a}_{B_3}^n$, 矢量 $b_3'' b_3'$ 代表 $\mathbf{a}_{B_3}^t$, 这些矢量的大小分别为

$$\begin{aligned} a_{B_2} &= \mu_a \overline{\pi b_2'}, \quad a_{B_3 B_2}^k = \mu_a \overline{b_2' k'}, \quad a_{B_3 B_2}^r = \mu_a \overline{k' b_3'} \\ a_{B_3}^n &= \mu_a \overline{\pi b_3''}, \quad a_{B_3}^t = \mu_a \overline{b_3'' b_3'}, \quad a_{B_3} = \mu_a \overline{\pi b_3'} \end{aligned}$$

由此可求得构件3的角加速度

$$\varepsilon_3 = \frac{a_{B_3}^t}{l_{BC}} = \frac{\mu_a \overline{b_3'' c_3'}}{l_{BC}}$$

将代表 $a_{B_3}^t$ 的矢量 $b_3'' b_3'$ 平移到机构图上的 B_3 点, 可知角加速度 ε_3 的方向为逆时针方向。

由于构件2与构件3组成移动副, 故 $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$ 。

【例 8.6】 如图 8-9 所示为一柱塞唧筒六杆机构。设已知各构件的尺寸分别为: $l_{AB} = 140$ mm, $l_{BC} = l_{CD} = 420$ mm; 并知主动件 1 沿顺时针方向等速回转, 角速度 $\omega_1 = 20$ rad/s。试求该机构在图示位置时的速度 v_C 、 v_{E5} , 加速度 a_C 、 a_{E5} , 角速度 ω_2 、 ω_3 及角加速度 ε_2 、 ε_3 。

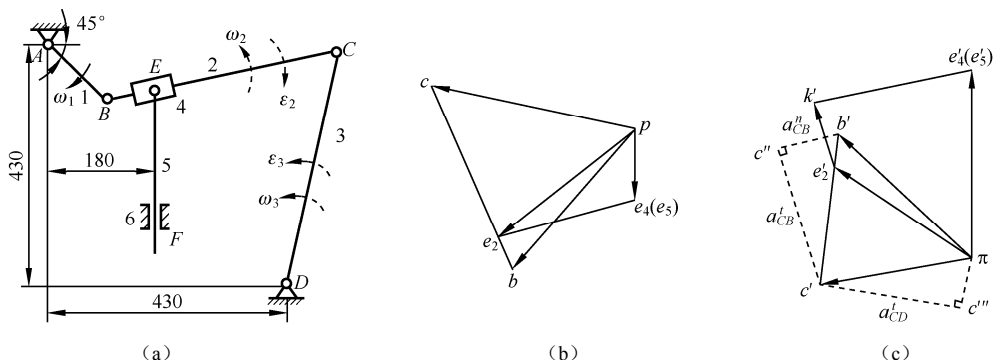


图 8-9 柱塞唧筒六杆机构的运动分析

解: (1) 作机构运动简图。

选取比例尺 $\mu_l = l_{AB} / \overline{AB} = 0.01$ m/mm, 按给定的主动件位置, 准确作出机构的运动简图, 如图 8-9 (a) 所示。

(2) 速度分析。

根据已知条件, 速度分析的步骤应依次为 v_B 、 v_C 、 v_{E2} 及 $v_{E4} = v_{E5}$, 然后再求解 ω_2 、 ω_3 。

① 求 v_B 。

$$v_B = \omega_1 l_{AB} = 20 \times 0.14 = 2.8 \text{ m/s}$$

其方向垂直 AB , 指向与 ω_1 的转向一致。

② 求 v_C 。

由于点 C 、 B 为同一构件上的两点, 故有

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{v}_C & = & \mathbf{v}_B & + & \mathbf{v}_{CB} \\ \text{方向} & & \perp CD & & \perp AB \\ & & & & \perp CB \\ \text{大小} & & ? & & \sqrt{\quad} \end{array}$$

上式可用图解法求解, 如图 8-9 (b) 所示, 取点 p 作为极点, 作矢量 pb 代表 v_B , 速度比例尺 $\mu_v = v_B / pb = 0.1$ (m/s) / mm。再分别从点 b 、 p 作垂直于 BC 、 CD 的直线 bc 、 pc 代表 v_{CB} 、 v_C 的方向线, 两线交于点 c , 则有

$$v_C = \mu_v pc = 0.1 \times 26 \text{ m/s} = 2.6 \text{ m/s} \quad (\text{沿 } pc \text{ 方向})$$

③ 求 v_{E2} 。

由于点 E_2 、 B 、 C 同在构件 2 上, 因 v_B 、 v_C 已知, 故可利用速度影像求得 v_{E_2} 。 e_2 应在

bc 线上, 由 $\overline{be_2} = \overline{bc} \cdot \overline{BE_2} / \overline{BC}$ 得 e_2 点, 则

$$v_{E_2} = \mu_v \overline{pe_2} = 0.1 \times 25 \text{ m/s} = 2.5 \text{ m/s} \quad (\text{沿 } \overline{pe_2} \text{ 方向})$$

④ 求 v_{E_5} 。

因 E_4 与 E_2 为同一构件上的重合点, 而 $v_{E_5} = v_{E_4}$, 故

$$\begin{array}{lcl} v_{E_5} = v_{E_4} = v_{E_2} + v_{E_4E_2} \\ \text{方向} & // EF & \checkmark \quad // BC \\ \text{大小} & ? & \checkmark \quad ? \end{array}$$

上式可用作图法求解, 如图 8-9 (b) 所示, 由点 e_2 作 $v_{E_4E_2}$ 的方向线 $e_4e_2 // BC$, 再由点 p 作 v_{E_4} 的方向线 $pe_4 // EF$, 两方向线交于点 e_4 , 则

$$v_{E_5} = v_{E_4} = \mu_v \overline{pe_4} = 0.1 \times 10.5 \text{ m/s} = 1.05 \text{ m/s} \quad (\text{沿 } \overline{pe_4} \text{ 方向})$$

⑤ 求 ω_2 、 ω_3 。

由前述求构件角速度的方法可得

$$\omega_2 = v_{CB} / l_{BC} = \mu_v \overline{bc} / l_{BC} = (0.1 \times 26 / 0.42) \text{ rad/s} = 6.19 \text{ rad/s} \quad (\text{逆时针方向})$$

$$\omega_3 = v_C / l_{CD} = \mu_v \overline{pc} / l_{CD} = (0.1 \times 26 / 0.42) \text{ rad/s} = 6.19 \text{ rad/s} \quad (\text{逆时针方向})$$

(3) 加速度分析。

与速度分析相同, 加速度求解的步骤也依次为 a_B 、 a_C 、 a_{E_2} 及 $a_{E_4} = a_{E_5}$, 然后再求解 ε_2 、 ε_3 。

① 求 a_B 。

$$a_B = a_{BA}^n = \omega_1^2 l_{AB} = 20^2 \times 0.14 \text{ m/s}^2 = 56 \text{ m/s}^2$$

a_B 的方向由 B 指向 A 。

② 求 a_C 。

根据点 C 分别相对于点 D 和 B 的运动关系, 可得

$$\begin{array}{lcl} a_C = a_{CD}^n + a_{CD}^t = a_B + a_{CD}^n + a_{CD}^t \\ \text{方向} & C \rightarrow D & \perp CD \quad B \rightarrow A \quad C \rightarrow B \quad \perp CB \\ \text{大小} & \omega_3^2 l_{CD} & ? \quad \checkmark \quad \omega_2^2 l_{CB} \quad ? \end{array}$$

上式可用作图法求解, 如图 8-9 (c) 所示, 任取一点 π 作为极点, 作矢量 $\pi b'$ 代表 a_B , 加速度比例尺 $\mu_a = 2 \text{ (m/s}^2\text{)/mm}$ 。然后按上式依次作图, 即可求得点 c' , 则

$$a_C = \mu_a \overline{\pi c'} = 2 \times 28 \text{ m/s}^2 = 56 \text{ m/s}^2 \quad (\text{沿 } \overline{\pi c'} \text{ 方向})$$

③ 求 a_{E_2} 。

与速度分析一样, 可利用加速度影像求 a_{E_2} 。 e'_2 应在 $b'c'$ 线上, 由 $\overline{b'e'_2} = \overline{b'c'} \cdot \overline{BE_2} / \overline{BC}$ 可得 e'_2 点, 则

$$a_{E_2} = \mu_a \overline{\pi e'_2} = 2 \times 25 \text{ m/s}^2 = 50 \text{ m/s}^2 \quad (\text{沿 } \overline{\pi e'_2} \text{ 方向})$$

④ 求 a_{E_5} 。

由两构件上重合点的加速度关系可得

$$\begin{array}{lcl} a_{E_5} = a_{E_4} = a_{E_2} + a_{E_4E_2}^k + a_{E_4E_2}^r \\ \text{方向} & // EF & \checkmark \quad \perp BC \quad // BC \\ \text{大小} & ? & \checkmark \quad 2\omega_2 v_{E_4E_2} \quad ? \end{array}$$

根据上式作图,如图 8-9 (c) 所示,可得

$$a_{E_5} = a_{E_4} = \mu_a \overline{\pi e'_4} = 2 \times 32.5 \text{ m/s}^2 = 65 \text{ m/s}^2 \text{ (沿 } \pi e'_4 \text{ 方向)}$$

⑤ 求 ε_2 、 ε_3 。

根据前述求构件角加速度的方法可得

$$\varepsilon_2 = a'_{CB} / l_{BC} = \mu_a \overline{c''c'} / l_{BC} = (2 \times 25.2 / 0.42) \text{ rad/s} = 120 \text{ rad/s} \text{ (顺时针)}$$

$$\varepsilon_3 = a'_C / l_{CD} = \mu_a \overline{c'''c'} / l_{CD} = (2 \times 24.8 / 0.42) \text{ rad/s} = 118.1 \text{ rad/s} \text{ (逆时针)}$$

对于含有高副的机构,为使运动分析简单化,常将其高副采用低副来代替,然后再进行分析。如图 8-10 (a) 所示的凸轮机构,设已知机构尺寸,凸轮 1 以角速度 ω_1 逆时针转动,要求推杆 2 的角速度 ω_2 及角加速度 ε_2 。这时可采用高副低代将其转化成图 8-10 (b) 所示的机构,然后再进行分析。

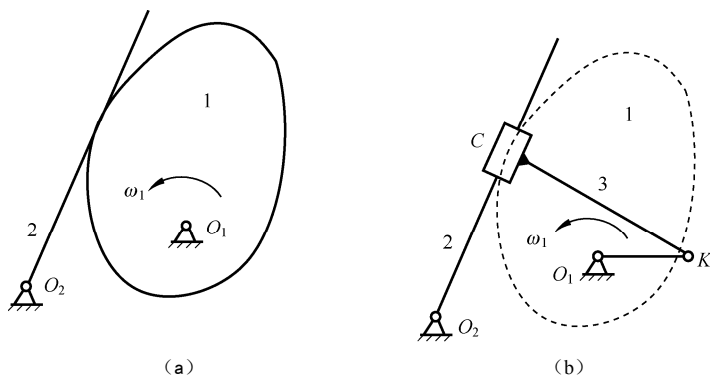


图 8-10 凸轮机构的高副低代

需要指出的是,图 8-10 (b) 所示的替代机构为瞬时替代,故对机构的不同位置进行分析时,均需作出相应的瞬时替代机构。

8.3 用解析法对机构进行速度和加速度分析

相对运动图解法虽然比较形象直观,但作图精度有限,而且费时,尤其需要对机构的一个运动周期中的多个位置逐一进行运动分析时,图解法就显得尤为烦琐。随着科学技术的进步与发展,解析法得到广泛的应用,能获得更为精确和满意的结果。由于建立和推导相应方程时所采用的数学工具不同,求解方法有很多种。本书将介绍两种比较容易掌握且便于应用计算机计算和求解的方法——矩阵法和复数矢量法。用这两种方法对机构作运动分析时,均需先列出机构的封闭矢量方程式。

在建立机构的封闭矢量位置方程式之前,需先将构件用矢量来表示,并作出机构的封闭矢量多边形。如图 8-11 所示,先建立一直角坐标系。设构件 1 的长度为 l_1 ,其方位角为 θ_1 , l_1 为构件 1 的杆矢量,即 $l_1 = \overrightarrow{AB}$ 。机构中其余构件均可表示为相应的杆矢量,这样就形成了由各杆矢量组成的一个封闭矢量多边形,即 $ABCD A$ 。在这个封闭矢量多边形中,其各矢量之和必等于零。即

$$l_1 + l_2 - l_3 - l_4 = 0 \quad (8-8)$$

式(8-8)为图8-11所示四杆机构的封闭矢量位置方程式。对于一个特定的四杆机构,其各构件的长度和主动件1的运动规律,即 θ_1 为已知,而 $\theta_4=0$,故由此矢量方程可求得两个未知方位角 θ_2 和 θ_3 。

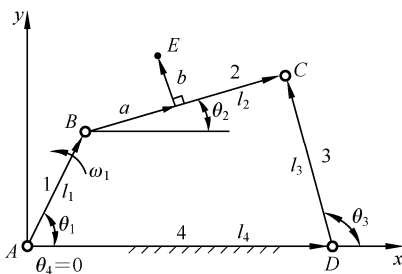


图 8-11 四杆机构的运动分析

各杆矢量的方向可自由确定,但各杆矢量的方位角均应由 x 轴开始,并以沿逆时针方向计量为正。

需要特别指出的是:坐标系和各杆矢量方向的选取不影响解题结果。

由上述分析可知,对于一个四杆机构,只须作出一个封闭矢量多边形即可求解。而对四杆以上的多杆机构,需作出多个封闭矢量多边形才能求解。

8.3.1 矩阵法

矩阵法方便地借助计算机,运用标准计算程序或方程求解器等软件包来求解。

现以如图8-11所示的四杆机构为例来研究利用矩阵法作平面机构运动分析的方法。

设已知各构件的尺寸及主动件1的方位角 θ_1 和等角速度 ω_1 ,需对其位置、速度和加速度进行分析。

如前所述,为了对机构进行运动分析,先要建立坐标系,并将各构件表示为杆矢量。

(1) 位置分析。

将机构的封闭矢量方程式(8-8)改写并表示为复数矢量形式:

$$l_1 e^{i\theta_1} + l_2 e^{i\theta_2} = l_4 + l_3 e^{i\theta_3} \quad (8-9)$$

将式(8-9)写成在两坐标上的投影式,并改写成方程左边仅含未知量项的形式,即得

$$\left. \begin{aligned} l_2 \cos \theta_2 - l_3 \cos \theta_3 &= l_4 - l_1 \cos \theta_1 \\ l_2 \sin \theta_2 - l_3 \sin \theta_3 &= -l_1 \sin \theta_1 \end{aligned} \right\} \quad (8-10)$$

解此方程即可求得两个未知方位角 θ_2 和 θ_3 。

求解 θ_3 时,可先将式(8-10)中两式左端含 θ_3 的项移到等式右端,然后分别将两端平方并相加消去未知方位角 θ_2 ,可得

$$l_2^2 = l_3^2 + l_4^2 + l_1^2 - 2l_3(l_1 \cos \theta_1 - l_4) \cos \theta_3 - 2l_3 l_4 \sin \theta_1 \sin \theta_3 - 2l_1 l_4 \cos \theta_1$$

整理得

$$2l_1 l_3 \sin \theta_1 \sin \theta_3 + 2l_3(l_1 \cos \theta_1 - l_4) \cos \theta_3 + l_2^2 - l_1^2 - l_3^2 - l_4^2 + 2l_1 l_4 \cos \theta_1 = 0 \quad (8-11a)$$

令

$$A = 2l_1 l_3 \sin \theta_1$$

$$B = 2l_3(l_1 \cos \theta_1 - l_4)$$

$$C = l_2^2 - l_1^2 - l_3^2 - l_4^2 + 2l_1 l_4 \cos \theta_1$$

则式 (8-11a) 可简化为

$$A\sin\theta_3 + B\cos\theta_3 + C = 0$$

解得

$$\tan(\theta_3/2) = (A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}) / (B - C) \quad (8-11b)$$

求出 θ_3 之后, 可利用式 (8-10) 求得 θ_2 。式 (8-11 b) 有两个解, 可根据机构的初始安装情况和机构运动的连续性来确定式中“±”号的选取。

(2) 速度分析。

将式 (8-10) 对时间取一次导数, 可得

$$\left. \begin{aligned} -l_2\omega_2\sin\theta_2 + l_3\omega_3\sin\theta_3 &= l_1\omega_1\sin\theta_1 \\ l_2\omega_2\cos\theta_2 - l_3\omega_3\cos\theta_3 &= -l_1\omega_1\cos\theta_1 \end{aligned} \right\} \quad (8-12)$$

可解得 ω_2 和 ω_3 :

$$\begin{bmatrix} \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} = -\frac{\omega_1}{l_2l_3\sin(\theta_2 - \theta_3)} \begin{bmatrix} l_1l_3\sin(\theta_1 - \theta_3) \\ l_1l_2\sin(\theta_1 - \theta_2) \end{bmatrix} \quad (8-13)$$

(3) 加速度分析。

将式 (8-12) 再对时间取一次导数, 可得加速度关系, 写成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} -l_2\sin\theta_2 & l_3\sin\theta_3 \\ l_2\cos\theta_2 & -l_3\cos\theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} -\omega_2l_2\cos\theta_2 & \omega_3l_3\cos\theta_3 \\ -\omega_2l_2\sin\theta_2 & \omega_3l_3\sin\theta_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} + \omega_1 \begin{bmatrix} \omega_1l_1\cos\theta_1 \\ \omega_1l_1\sin\theta_1 \end{bmatrix} \quad (8-14)$$

由式 (8-14) 可解得

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_2\tan(\theta_2 - \theta_3) & -\frac{\omega_3l_3}{l_2\sin(\theta_2 - \theta_3)} \\ \frac{\omega_2l_2}{l_3\sin(\theta_2 - \theta_3)} & \omega_3\tan(\theta_2 - \theta_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_2 \\ \omega_3 \end{bmatrix} - \frac{\omega_1^2l_1}{l_2l_3\sin(\theta_2 - \theta_3)} \begin{bmatrix} l_3\cos(\theta_1 - \theta_3) \\ l_2\cos(\theta_1 - \theta_2) \end{bmatrix} \quad (8-15)$$

若还需求连杆上任一点 E 的位置、速度和加速度时, 先假设连杆上任一点 E 的位置矢量为 \mathbf{a} 及 \mathbf{b} , 由下列各式直接求得

$$\left. \begin{aligned} x_E &= l_1\cos\theta_1 + a\cos\theta_2 + b\cos(90^\circ + \theta_2) \\ y_E &= l_1\sin\theta_1 + a\sin\theta_2 + b\sin(90^\circ + \theta_2) \end{aligned} \right\} \quad (8-16)$$

$$\begin{bmatrix} v_{Ex} \\ v_{Ey} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_E \\ \dot{y}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1\sin\theta_1 & -a\sin\theta_2 - b\sin(90^\circ + \theta_2) \\ l_1\cos\theta_1 & a\cos\theta_2 + b\cos(90^\circ + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{bmatrix} \quad (8-17)$$

$$\begin{bmatrix} a_{Ex} \\ a_{Ey} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{x}_E \\ \ddot{y}_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1\sin\theta_1 & -a\sin\theta_2 - b\sin(90^\circ + \theta_2) \\ l_1\cos\theta_1 & a\cos\theta_2 + b\cos(90^\circ + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_1\cos\theta_1 & a\cos\theta_2 + b\cos(90^\circ + \theta_2) \\ l_1\sin\theta_1 & a\sin\theta_2 + b\sin(90^\circ + \theta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \end{bmatrix} \quad (8-18)$$

利用公式 $v_E = \sqrt{v_{Ex}^2 + v_{Ey}^2}$, $a_E = \sqrt{a_{Ex}^2 + a_{Ey}^2}$ 即可求出 v_E , a_E 。

为了便于书写和记忆, 在矩阵法中, 速度分析关系式可表示为

$$\mathbf{A}\boldsymbol{\omega} = \omega_1\mathbf{B} \quad (8-19)$$

式中, \mathbf{A} ——机构从动件的位置参数矩阵;

$\boldsymbol{\omega}$ ——机构从动件的速度列阵;

B ——机构主动件的位置参数阵列;

ω_1 ——机构主动件的速度。

加速度分析的关系式可表示为

$$A\varepsilon = -\dot{A}\omega + \omega_1\dot{B} \quad (8-20)$$

式中, ε ——机构从动件的角加速度列阵;

$$\dot{A} = dA/dt;$$

$$\dot{B} = dB/dt。$$

8.3.2 复数矢量法

复数矢量法由于利用了复数运算十分简便的优点, 不仅可对任何机构包括较复杂的连杆机构进行运动分析和动力分析, 而且还可用来进行机构的综合分析, 并可利用计算机进行求解。

仍以图 8-11 所示的四杆机构为例, 已知条件同前, 现用复数矢量法求解如下:

分析之前, 先建立坐标系, 并将各构件表示为杆矢量。

(1) 位置分析。

将机构封闭矢量方程式 (8-8) 改写并表示为复数矢量形式

$$l_1 e^{i\theta_1} + l_2 e^{i\theta_2} = l_4 + l_3 e^{i\theta_3} \quad (8-21)$$

应用欧拉公式 $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ 将式 (8-21) 的实部和虚部分离, 得

$$\left. \begin{aligned} l_1 \cos\theta_1 + l_2 \cos\theta_2 &= l_4 + l_3 \cos\theta_3 \\ l_1 \sin\theta_1 + l_2 \sin\theta_2 &= l_3 \sin\theta_3 \end{aligned} \right\} \quad (8-22)$$

解此方程组得

$$\tan(\theta_3/2) = (A \pm \sqrt{A^2 + B^2 - C^2}) / (B - C) \quad (8-23)$$

式中, 字母 A 、 B 、 C 的含义及式中正负号的确定原则与式 (8-11a) 相同。求出 θ_3 之后, 可利用式 (8-22) 求解 θ_2 。

(2) 速度分析。

将式 (8-21) 对时间求导, 得

$$l_1 \omega_1 e^{i\theta_1} + l_2 \omega_2 e^{i\theta_2} = l_3 \omega_3 e^{i\theta_3} \quad (8-24)$$

式 (8-24) 为 $\mathbf{v}_B + \mathbf{v}_{CB} = \mathbf{v}_C$ 的复数矢量表达式。

将式 (8-24) 的实部和虚部分离, 得

$$\left. \begin{aligned} l_1 \omega_1 \cos\theta_1 + l_2 \omega_2 \cos\theta_2 &= l_3 \omega_3 \cos\theta_3 \\ l_1 \omega_1 \sin\theta_1 + l_2 \omega_2 \sin\theta_2 &= l_3 \omega_3 \sin\theta_3 \end{aligned} \right\} \quad (8-25)$$

由式 (8-25) 可得

$$\omega_2 = -\frac{l_1 \sin(\theta_1 - \theta_3)}{l_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)} \omega_1, \quad \omega_3 = \frac{l_1 \sin(\theta_1 - \theta_2)}{l_3 \sin(\theta_3 - \theta_2)} \omega_1 \quad (8-26)$$

(3) 加速度分析。

将式 (8-24) 对时间求导, 得

$$i l_1 \omega_1^2 e^{i\theta_1} + i l_2 \varepsilon_2 e^{i\theta_2} + i l_2 \omega_2^2 e^{i\theta_2} = l_3 \varepsilon_3 e^{i\theta_3} + i l_3 \omega_3^2 e^{i\theta_3} \quad (8-27)$$

将式 (8-27) 的实部和虚部分离, 得

$$\left. \begin{aligned} l_1\omega_1^2\cos\theta_1 + l_2\varepsilon_2\sin\theta_2 + l_2\omega_2^2\cos\theta_2 &= l_3\varepsilon_3\sin\theta_3 + l_3\omega_3^2\cos\theta_3 \\ -l_1\omega_1^2\sin\theta_1 + l_2\varepsilon_2\cos\theta_2 - l_2\omega_2^2\sin\theta_2 &= l_3\varepsilon_3\cos\theta_3 - l_3\omega_3^2\sin\theta_3 \end{aligned} \right\}$$

解得

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega_3^2 l_3 - \omega_1^2 l_1 \cos(\theta_1 - \theta_3) - \omega_2^2 l_2 \cos(\theta_2 - \theta_3)}{l_2 \sin(\theta_2 - \theta_3)} \quad (8-28)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\omega_2^2 l_2 + \omega_1^2 l_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \omega_3^2 l_3 \cos(\theta_3 - \theta_2)}{l_3 \sin(\theta_3 - \theta_2)} \quad (8-29)$$

当机构中所有构件的角位移、角速度和角加速度全部解出后,即可求解连杆上任一点 E 的位置、速度和加速度。

假设连杆上任一点 E 的位置矢量为 \mathbf{a} 及 \mathbf{b} , 点 E 在坐标系 Axy 中的绝对位置矢量为 $\mathbf{l}_E = \overline{AE}$, 则有

$$\mathbf{l}_E = \mathbf{l}_1 + \mathbf{a} + \mathbf{b}$$

即

$$\mathbf{l}_E = l_1 \mathbf{e}^{i\theta_1} + \mathbf{a} \mathbf{e}^{i\theta_2} + \mathbf{b} \mathbf{e}^{i(\theta_2+90^\circ)} \quad (8-30)$$

将式 (8-30) 对时间分别求一次导和二次导, 经变换整理可得 \mathbf{v}_E 和 \mathbf{a}_E 的矢量表达式

$$\mathbf{v}_E = -[\omega_1 l_1 \sin\theta_1 + \omega_2 (\mathbf{a} \sin\theta_2 + \mathbf{b} \cos\theta_2)] + i[\omega_1 l_1 \cos\theta_1 + \omega_2 (\mathbf{a} \cos\theta_2 - \mathbf{b} \sin\theta_2)] \quad (8-31)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_E = & -[\omega_1^2 l_1 \cos\theta_1 + \varepsilon_2 (\mathbf{a} \sin\theta_2 + \mathbf{b} \cos\theta_2)] + \omega_2^2 (\mathbf{a} \cos\theta_2 - \mathbf{b} \sin\theta_2) \\ & + i[-\omega_1^2 l_1 \sin\theta_1 + \varepsilon_2 (\mathbf{a} \cos\theta_2 - \mathbf{b} \sin\theta_2) - \omega_2^2 (\mathbf{a} \sin\theta_2 + \mathbf{b} \cos\theta_2)] \end{aligned} \quad (8-32)$$

通过上述对四杆机构进行运动分析的过程可见, 用解析法进行机构运动分析的关键是位置方程的建立和求解。至于速度分析和加速度分析只不过是对其位置方程作进一步的数学运算而已。位置方程的求解需要解非线性方程组, 难度较大; 而速度方程和加速度方程的求解, 则只需解线性方程组, 相对而言比较容易。

8.4 运动线图

以上仅就机构在某一位置时来研究其运动情况, 但是实际上常常要求了解在整个运动循环中机构的运动变化规律。为此可以用解析法或图解法求出机构在彼此相距很近的一系列位置时的位移、速度和加速度或角位移、角速度和角加速度, 然后将所得数值相对于时间或原动件的位移绘制成曲线, 这些曲线图即称为运动线图。

如图 8-12 所示是钻井泵主体机构 (曲柄滑块机构) 中的滑块 C 的 $s_C - \phi_2$ (位移线图)、 $v_C - \phi_2$ (速度线图)、 $a_C - \phi_2$ (加速度线图)。

整个运动循环, 从动件滑块 C 的运动为原动件曲柄 2 运动 (s, v, a) 的函数, 即有

$$\begin{aligned} v_C &= \frac{ds_C}{dt} \\ a_C &= \frac{dv_C}{dt} \\ v_C &= \int a_C dt \\ s_C &= \int v_C dt \end{aligned}$$

式中, v_c 的正负表示运动方向, “+” 表示 v_c 与 s 同向; “-” 表示 v_c 与 s 反向;
 a_c 的正负表示速度增减, v_c 与 a_c 同号表示加速; a_c 与 v_c 异号表示减速。

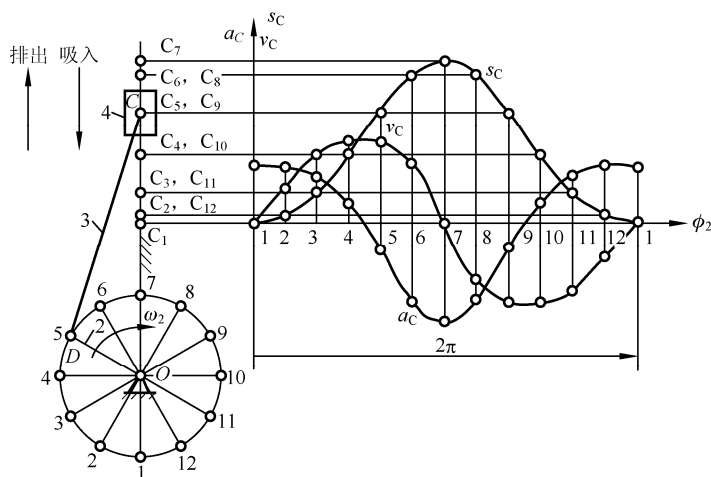


图 8-12 曲柄滑块机构的运动线图

分析从动件的 s_{\max} 、 v_{\max} 、 a_{\max} 为设计提供理论依据。分析 s 是否满足行程要求, 如牛头刨床。分析 a 是否过大, 而引起大的惯性冲击等。

习题与思考题

一、思考题

- 8-1 何谓速度瞬心? 相对速度瞬心和绝对速度瞬心有何异同点?
- 8-2 何谓三心定理? 在什么情况下需要用三心定理确定瞬心?
- 8-3 当两个构件组成移动副时, 其瞬心位于什么位置? 当两构件组成纯滚动的高副时, 其瞬心位于什么位置?
- 8-4 如何确定机构中不直接连接的两构件的瞬心?

二、习题

- 8-5 求出如图 8-13 所示各机构的全部瞬心。

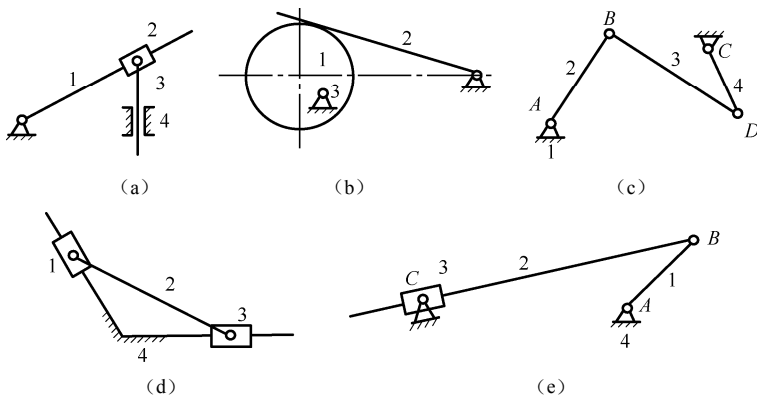


图 8-13 题 8-5

8-6 在图 8-14 所示机构中, 已知主动件 1 沿逆时针方向匀速转动, 角速度 ω_1 , 试确定:

- (1) 机构的全部瞬心;
- (2) 构件 3 的速度 v_3 (需写出表达式)。

8-7 连杆机构位置如图 8-15 所示, 已知 $l_{AB} = 100 \text{ mm}$ (图中按长度比例尺 $\mu_l = 0.004 \text{ m/mm}$ 作出), 构件 1 以角速度 $\omega_1 = 20 \text{ rad/s}$ 匀速逆时针方向转动, 试求:

- (1) 在图中标出机构的全部瞬心;

(2) 取速度比例尺 $\mu_v = 0.05 \frac{\text{m/s}}{\text{mm}}$ 和加速度比例尺 $\mu_a = 1 \frac{\text{m/s}^2}{\text{mm}}$, 用相对运动图解法求图示位置 (即 $AB \perp BC$ 且 $CD \perp BC$) 时构件 3 的角速度 ω_3 、角加速度 ε_3 及图中 C 点的速度 v_C 、加速度 a_C 。

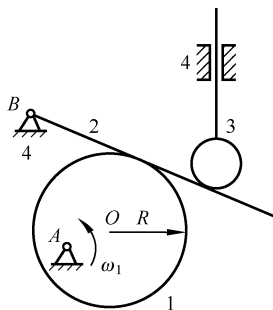


图 8-14 题 8-6

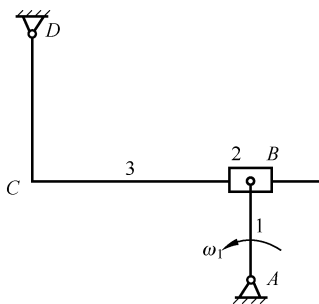


图 8-15 题 8-7

8-8 如图 8-16 所示的连杆机构中, 已知构件 1 以角速度 ω_1 匀速转动。试用相对运动图解法求构件 2 上 D 点的速度和加速度。(比例尺任选)

8-9 已知如图 8-17 所示连杆机构的尺寸及主动件 1 的角速度 ω_1 , 用相对运动图解法求图示位置时构件 3 的角速度 ω_3 、角加速度 ε_3 及 D 点的速度 v_D 、加速度 a_D (比例尺任选)。

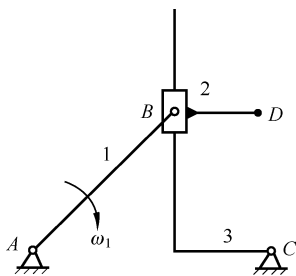


图 8-16 题 8-8

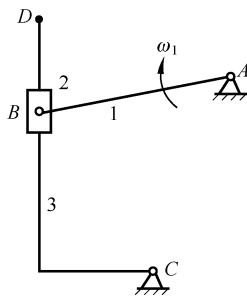


图 8-17 题 8-9

8-10 如图 8-18 所示连杆机构运动简图的长度比例尺 $\mu_l = 0.001 \text{ m/mm}$, 主动件 1 的角速度 $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$, 为顺时针方向, 其角加速度 $\varepsilon_1 = 100 \text{ rad/s}^2$, 为逆时针方向。试用相对运动图解法求 v_3 及 ε_3 。(建议速度多边形和加速度多边形的比例尺分别取 $\mu_v = 0.01 (\text{m/s})/\text{mm}$, $\mu_a = 0.2 (\text{m/s}^2)/\text{mm}$, 要求列出相应的方程式和计算关系式。)

8-11 如图 8-19 所示正切机构中, 已知 $h = 400 \text{ mm}$, $\varphi_1 = 60^\circ$, 主动件 1 以等角速度 $\omega_1 = 6 \text{ rad/s}$ 沿逆时针方向转动。试用解析法求构件 3 的速度 v_3 。

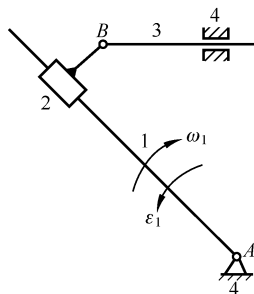


图 8-18 题 8-10

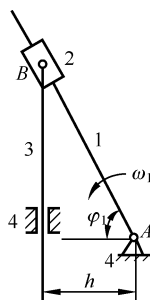


图 8-19 题 8-11

考研真题

8-12 (重庆大学, 2008 年) 如图 8-20 所示的机构中, 已知 $l_{AB}=200\text{mm}$, $l_{BC}=400\text{mm}$, $l_{DE}=200\text{mm}$, D 点位于 BC 中点, 且 DE 垂直于 BC , $\varphi_1=45^\circ$, $\omega_1=10\text{rad/s}$, 逆时针方向。用相对运动图解法, 求 D 点的速度 v_D (自选速度比例尺 μ_v , 写出矢量方程式并作出速度多边形, 若应用了速度影像原理, 应作出说明)。

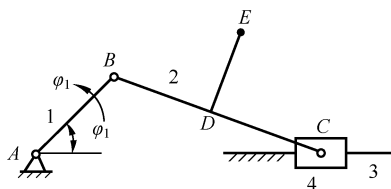


图 8-20 题 8-12

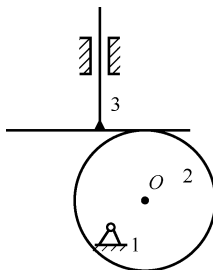


图 8-21 题 8-13

8-13 (中国矿业大学, 2010 年) 凸轮挺杆机构如图 8-21 所示, 计算其速度瞬心的数目, 并确定每个瞬心的位置。

8-14 (南京理工大学, 2005 年) 已知如图 8-22 所示机构 $l_{AB}=25\text{mm}$, $l_{BC}=55\text{mm}$, $e=8\text{mm}$, $\varphi_1=45^\circ$, $\omega_1=10\text{rad/s}$ 。作图求出构件 1 与 3 的速度瞬心 P_{13} 及构件 2 与构件 4 的速度瞬心 P_{24} , 用速度瞬心法求构件 3 的速度 \vec{v}_3 的大小和方向。

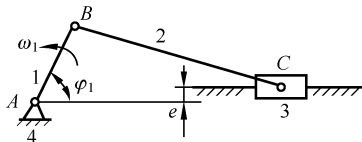


图 8-22 题 8-14

8-15 (南京理工大学, 2008 年) 找出图 8-23 两机构中的所有瞬心。

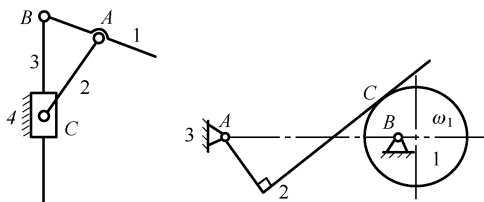


图 8-23 题 8-15

第 9 章 平面机构的力分析

学习目标：本章主要介绍了用图解法对机构进行动态静力分析、机械传动中考虑摩擦时运动副中的力分析及机械效率与自锁现象。要求掌握对一般平面机构进行动态静力分析及机构中考虑摩擦时正确进行分析的方法，并且能分析简单机械的效率及自锁条件。

机构不但要能实现预期的运动，还要传递动力。机械在运转过程中，各构件会受到各种力的作用，按其来源可分为外部施加在机构上的力和机构内部运动副的反力。根据各力对机械运动的影响不同，可将其分为两大类：

(1) 驱动力。驱使机械产生运动的力称为驱动力。如外部施加的主动力。其特点是力与作用点速度方向的夹角为零或成锐角，其所做的功为正功，称为驱动功或输入功。

(2) 阻抗力。阻止机械产生运动的力称为阻抗力。其特点是力与作用点速度方向的夹角为 180° 或成钝角，其所做的功为负功，称为阻抗功。阻抗力又分为有效阻力和有害阻力：

① 有效阻力。有效阻力也称为工作阻力，即机械在生产过程中为了改变工作物的形状、位置或状态等所受到的阻力，克服了这些阻力就完成了有效的工作，如机床中工件作用于刀具上的切削阻力等。克服有效阻力所完成的功称为有效功或输出功。

② 有害阻力。机械在运行过程中所受到的非生产阻力称为有害阻力。如摩擦力、介质阻力等，一般常为有害阻力。克服这些阻力所做的功称为损失功。

机构力分析的任务和目的主要有以下两个方面：

(1) 确定运动副中的反力。

运动副反力是运动副两元素接触处彼此作用的正压力（法向力）和摩擦力（切向力）的合力。运动副反力对于整个机械来说是内力，对于单个构件而言则是外力。这些力的大小和性质对于计算机构强度、刚度，确定运动副结构、尺寸，决定运动副中的摩擦、磨损以及确定机械的效率等问题，都具有重要的意义。

(2) 确定机械上的平衡力（或平衡力偶）。

所谓平衡力是机械在已知外力的作用下，按照给定的运动规律运动时，需要加在机械上的未知外力。机械平衡力的确定对于设计新的机械及合理地使用现有机机械，充分挖掘机械的生产潜力都是十分必需的。

进行力分析时，根据不同情况，分析方法也不同。若机械低速运行，则惯性力及惯性力矩相对于外力、外力矩而言影响不大，常忽略不计，这时只需对机械进行静力分析；对于高速机械及重型机械来说就必须考虑惯性力的作用。此时，可将惯性力看成一般外力作用在产生惯性力的构件上，仍将该机构视为平衡状态，这时需对机械进行动态静力分析。

9.1 机构的惯性力确定和动态静力分析

对机械进行动态静力分析时，应首先确定各构件的惯性力。

9.1.1 构件惯性力的确定

在机械运动过程中, 各构件产生的惯性力不仅与各构件的质量 m_i 、绕质心轴的转动惯量 J_{Si} 、质心 S_i 的加速度 a_{Si} 及构件的角加速度 ε_i 等参数有关, 还与构件的运动形式有关。

现以图 9-1 所示的曲柄滑块机构为例, 说明各构件惯性力的确定方法。

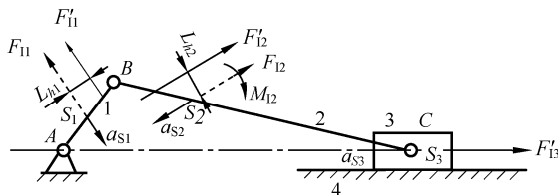


图 9-1 平面机构惯性力的确定

1. 作平面复合运动的构件

由理论力学可知, 作平面复合运动而且具有平行于运动对称面的构件 (如连杆 2), 其惯性力系可简化为一个加在质心 S_2 上的惯性力 F_{12} 和一个惯性力偶矩 M_{12} , 其表达式为

$$F_{12} = -m_2 a_{S2}, \quad M_{12} = -J_{S2} \varepsilon_2 \quad (9-1)$$

式中, m_2 ——连杆 2 的质量;

a_{S2} ——连杆 2 质心 S_2 的加速度;

ε_2 ——连杆 2 的角加速度;

J_{S2} ——连杆 2 过其质心轴的转动惯量。

上述连杆 2 的惯性力和惯性力偶矩还可以用一个大小等于 F_{12} , 而作用线偏离质心 S_2 距离为 L_{h2} 的总惯性力 F'_{12} 表示, 其中 L_{h2} 可表示为

$$L_{h2} = \frac{M_{12}}{F_{12}} \quad (9-2)$$

F'_{12} 对质心 S_2 之矩的方向应与 ε_2 的方向相反。

2. 作平面移动的构件

滑块 3 由于只作平面移动, 由于角加速度 $\alpha = 0$, 故 $M_{13} = 0$ 。当滑块作变速移动时, 仅有一个加在质心 S_3 上的惯性力, 为 $F_{13} = -m_3 a_{S3}$ 。当滑块作等速移动时, 惯性力 $F_{13} = 0$ 。

3. 绕定轴转动的构件

曲柄 1 绕定点 A 转动, 惯性力和惯性力偶矩的确定需要分情况考虑:

(1) 当构件绕通过质心的定轴转动 (如齿轮、飞轮等) 时, 由于其质心的加速度 $a_S = 0$, $F_{11} = 0$ 。只有当构件作变速转动时, 只产生一个惯性力偶矩, 大小为 $M_{11} = -J_{S1} \varepsilon_1$ 。

(2) 当构件绕不通过质心的定轴转动 (如曲柄、凸轮等) 时, 如果是变速转动, 将产生惯性力 $F_{11} = -m_1 a_{S1}$ 及惯性力偶矩 $M_{11} = -J_{S1} \varepsilon_1$, 或简化为一个总惯性力 F'_{11} ; 若是匀速转动, 则仅有一个离心惯性力, 大小为 $F_{11} = -m_1 \omega_1^2 r_1$ 。

9.1.2 机构的动态静力分析

在确定机构中各构件的惯性力后,即可根据机构所受的已知外力(含惯性力)确定各个构件的运动副反力和需加在该机构上的平衡力或平衡力偶矩。由于运动副反力对整个机构而言是内力,所以不能对整个机构进行分析计算,只能将机构分解为若干构件组,分解后的每个构件组都必须是静定的,然后进行力分析。

1. 构件组的静定条件

如图 9-2 所示,在不考虑摩擦时,转动副中的反力 F_R 通过转动副中心 O , 大小和方向未知,如图 9-2 (a) 所示;移动副中的反力 F_R 沿导路法线方向,作用点的位置和大小未知,如图 9-2 (b) 所示;平面高副中的反力 F_R 作用于高副两元素接触点处的公法线上,仅大小未知,如图 9-2 (c) 所示。所以,若构件组中共有 P_l 个低副和 P_h 高副,则共有 $2P_l + P_h$ 个力的未知要素数目。设构件组中共有 n 个构件,因对每个构件都可列出 3 个独立的力平衡方程,故共有 $3n$ 个独立的力平衡方程。因此,构件组的静定条件为

$$3n = 2P_l + P_h \quad (9-3)$$

当机构中只有低副时,有

$$3n = 2P_l \quad (9-4)$$

所以构件组的静定条件为构件组所能列出的独立的力平衡方程数目等于构件组中所有力的未知要素数目。

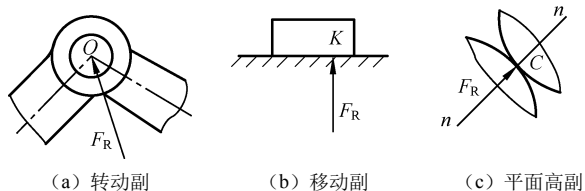


图 9-2 平面运动副反力示意

2. 用图解法进行机构的动态静力分析

图解法作动态静力分析的一般步骤:首先,对机构进行运动分析,确定机构在所要求位置时各构件的角加速度和质心加速度。其次,求出各构件的惯性力,并把惯性力视为外加的力,加于产生惯性力的构件上,再根据静定条件将机构分解为若干个构件组和平衡力作用的构件。最后,选取力比例尺 μ_f (即单位长度所代表的力的值,单位为 N/mm) 作图求解。求解时,力的分析顺序一般先从外力全部已知的构件组开始,逐步推算到平衡力(未知外力)作用的构件。

如图 9-3 (a) 所示为一曲柄滑块机构,已知各构件的尺寸,曲柄 1 的转动惯量 J_A (质心 S_1 与 A 点重合),连杆 2 的重量 G_2 ,转动惯量 J_{S_2} (质心 S_2 在杆 BC 的 $1/3$ 处),滑块 3 的重量 G_3 (质心 S_3 在 C 点处)。曲柄 1 以角速度 ω_1 和角加速度 ε_1 顺时针回转,作用于滑块 3 上 C 点的生产阻力为 F_t ,各运动副的摩擦忽略不计。求机构在图示位置时各运动副中的反力及需加在曲柄上的平衡力矩 M_b 。

首先选取长度比例尺 μ_l 、速度比例尺 μ_v 及加速度比例尺 μ_a 。

(1) 机构的运动分析。

作出机构的速度多边形及加速度多边形, 如图 9-3 (b)、图 9-3 (c) 所示。

(2) 确定各构件的惯性力及惯性力偶矩。

如图 9-3 (a) 所示, 曲柄 1 上的惯性力偶矩为

$$M_{11} = J_A \varepsilon_1 \quad (\text{逆时针方向})$$

连杆 2 上的惯性力及惯性力偶矩为

$$F_{12} = m_2 a_{S_2} = (G_2/g) \mu_a \overline{p'S_2'}$$

$$M_{12} = J_{S_2} \varepsilon_2 = J_{S_2} a_{CB}' / l_{BC} = J_{S_2} \mu_a \overline{n_2'c'} / l_{BC}$$

总惯性力 F_{12}' (大小等于 F_{12}) 偏离质心 S_2 的距离

$$L_{h2} = M_{12} / F_{12}$$

滑块 3 的惯性力

$$F_{13} = m_3 a_C = (G_3/g) \mu_a \overline{p'C'} \quad (\text{方向与 } a_C \text{ 相反})$$

(3) 机构的动态静力分析。

将机构按静力条件分为一个基本杆组 (由连杆 2 和滑块 3 组成) 和有未知平衡力作用的构件 1, 从构件组 (2, 3) 开始进行力分析。

在构件组 (2, 3) 中, 如图 9-3 (d) 所示, 其上作用有重力 G_2 和 G_3 、惯性力 F_{12}' 及 F_{13} 、生产阻力 F_r 以及待求的运动副反力 F_{R12} 和 F_{R43} 。 F_{R12} 通过转动副 B 的中心 (不计摩擦)。将 F_{R12} 分解为沿构件 BC 的法向分力 F_{R12}^n 和垂直于构件 BC 的切向分力 F_{R12}^t 。 F_{R43} 垂直于移动副导路方向。将构件 2 对 C 点取矩, 由 $\sum M_C = 0$, 可得

$$F_{R12}^t = (G_2 h_2' - F_{12}' h_2'') / l_{BC}$$

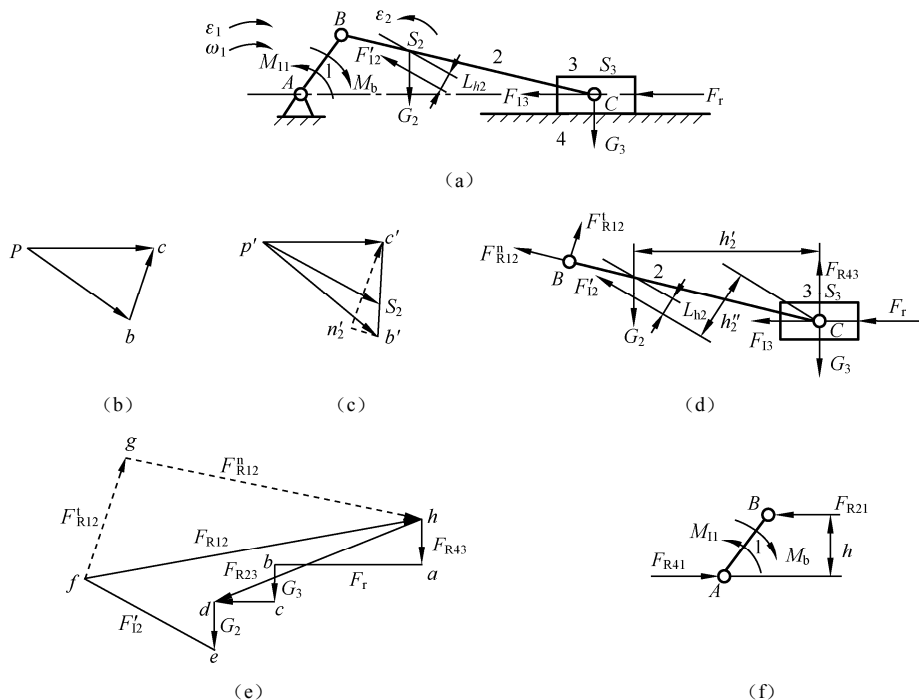


图 9-3 曲柄滑块机构的动态静力分析

再根据整个构件组的力平衡条件列方程，得

$$G_2 + G_3 + F_r + F_{13} + F'_{12} + F_{R12}^I + F_{R12}^n + F_{R43} = 0$$

利用图解法即可求得 F_{R12}^n 和 F_{R43} 。如图 9-3 (e) 所示，从点 a 依次作矢量 ab 、 bc 、 cd 、 de 、 ef 和 fg 分别代表力 F_r 、 G_3 、 F_{13} 、 G_2 、 F'_{12} 和 F_{R12}^I 。然后再分别由点 a 和点 g 作直线 ah 和 gh 分别平行于 F_{R43} 和 F_{R12}^n ，且相交于点 h ，则矢量 ha 和 fh 分别代表 F_{R43} 和 F_{R12} ，即

$$F_{R43} = \mu_f ha, \quad F_{R12} = \mu_f fh$$

根据构件 3 的力平衡条件 $F_{R43} + F_r + G_3 + F_{13} + F_{R23} = 0$ ，矢量 dh 代表 F_{R23} ，即

$$F_{R23} = \mu_f dh$$

取曲柄 1 为研究对象，如图 9-3 (f) 所示，其上作用有运动副反力 F_{R21} 和待求的运动副反力 F_{R41} ，惯性力偶矩 M_{I1} 及平衡力矩 M_b 。将曲柄对 A 点取矩，得

$$M_b = M_{I1} + F_{R21}h$$

再由曲柄 1 的力平衡条件分析，有

$$F_{R41} = -F_{R21}$$

9.2 机械传动中摩擦力的确定

机械运转时，运动副不可避免地要产生摩擦。在作动态静力分析时，一般不考虑构件的摩擦力，所得结构大都能满足工程实际问题的需要。但对于高速、精密和大动力传动的机械来说，摩擦对机械性能有较大的影响。此时，进行机械受力分析时，需要考虑传动摩擦力。下面分别就移动副、螺旋副和转动副中的摩擦进行分析。

9.2.1 移动副中摩擦力的确定

通常，根据移动副的结构不同，将移动副分为平面移动副、槽面移动副和斜面移动副三种。下面分别就这三种移动副中的摩擦加以讨论。

1. 平面移动副

如图 9-4 所示，在水平面 2 上有一滑块 1 在驱动力 F 的作用下，以速度 v_{12} 向右移动。此时，滑块 1 受到了水平面 2 给的法向反力 F_{N21} 和摩擦力 F_{21} ，水平面 2 给滑块 1 的总反力 F_{R21} 即为 F_{N21} 和 F_{21} 的合力， F_{R21} 与竖直方向的夹角为 φ 。

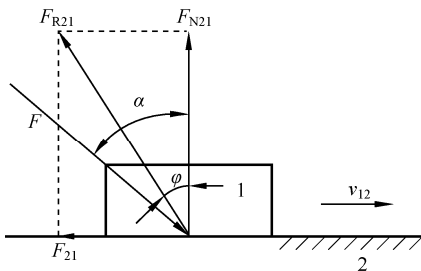


图 9-4 平面移动副中的摩擦

滑块 1 受到的摩擦力 F_{21} 为

$$F_{21} = fF_{N21} \quad (9-5)$$

式中, f ——滑块与平面间的摩擦系数。

故有

$$f = \frac{F_{21}}{F_{N21}} = \tan \varphi \quad (9-6)$$

当滑块 1 与平面 2 的材料一定时, f 就为一恒定值, 而总反力 F_{R21} 与正压力 F_{N21} 方向的夹角 φ 就为一恒定值, φ 称为摩擦角。

此时, 平面 2 给滑块 1 的总反力 F_{R21} 的方向与滑块 1 相对平面 2 的相对运动方向 v_{12} 的夹角为 $(90^\circ + \alpha)$, 利用勾股定理, F_{R21} 可表示为

$$F_{R21} = \sqrt{F_{N21}^2 + F_{21}^2} \quad (9-7)$$

将式 (9-5) 代入式 (9-7), 有

$$F_{R21} = \sqrt{F_{N21}^2 (1 + f^2)} = F_{N21} \sqrt{1 + f^2} \quad (9-8)$$

如果将驱动力 F 沿滑块运动方向和法线方向分解, 可得 F_x 和 F_y , 且二者的关系为

$$\tan \varphi = \frac{F_x}{F_y} \quad (9-9)$$

由于滑块在竖直方向上始终保持受力平衡, 即有

$$F_y = F_{N21} \quad (9-10)$$

联立式 (9-5)、式 (9-6)、式 (9-9) 和式 (9-10) 可得驱动力的水平分力为

$$F_x = \frac{\tan \alpha}{\tan \varphi} F_{21} \quad (9-11)$$

2. 槽面移动副

如图 9-5 (a) 所示, 一个夹角为 2θ ($\theta < 90^\circ$) 的楔形滑块 1, 置于槽面 2 中, 滑块 1 在外力 F 的作用下沿槽面匀速移动。

设两侧法向反力分别为 F_{N21} , 竖直载荷为 G 。则该结构的平面摩擦力为

$$F_{f21} = fF_{N21} \quad (9-12)$$

由图 9-5 (b) 所示的力多边形可知:

$$F_{N21} = \frac{G}{\sin \theta} \quad (9-13)$$

将式 (9-13) 代入式 (9-12) 中, 可得

$$F_{f21} = f \frac{G}{\sin \theta} = \frac{f}{\sin \theta} G = f_v G$$

其中, $f_v = \frac{f}{\sin \theta}$ 称为当量摩擦系数。由于, $f_v = \frac{f}{\sin \theta} > f$, 则槽面产生的摩擦力恒大于平面产生的摩擦力。

如果滑块为圆柱形, 在半圆柱槽中匀速移动, 如图 9-5 (c) 所示。因其接触面上各点处的法向反力均沿径向方向, 故法向反力的总合可表示为

$$F_{N21} = kG \quad (9-14)$$

式中, k ——与接触面接触情况有关的系数。当两接触面为点、线接触时, $k \approx 1$; 当两接触面沿整个半圆周均匀接触时, $k = \pi/2$; 其余情况下, k 介于上述两者之间。此时, 总摩擦力 F_{21} 的大小为

$$F_{21} = fkG \quad (9-15)$$

令 $kf = f_v$, 则有

$$F_{21} = f_v G \quad (9-16)$$

式中, $f_v = 1 \sim \frac{\pi}{2}$, 其值的大小与接触精度有关。

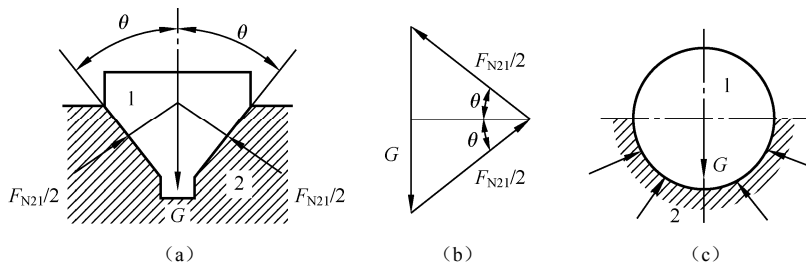


图 9-5 槽面移动副中的摩擦

3. 斜面移动副

如图 9-6 (a) 所示, 滑块 1 在竖直载荷 G 及水平驱动力 F 的作用下匀速上升, 斜面 2 对滑块的正压力为 F_{N21} , 摩擦力为 F_{21} , 二者的合成总反力为 F_{R21} , 根据滑块的力平衡条件, 可列出如下方程:

$$F + G + F_{R21} = 0 \quad (9-17)$$

根据图 9-6 (b) 的力多边形可知, 水平驱动力 F 和垂直载荷 G 之间的关系为

$$F = G \tan(\alpha + \varphi) \quad (9-18)$$

滑块受到的总反力 F_{R21} 为

$$F_{R21} = \sqrt{F^2 + G^2} \quad (9-19)$$

将式 (9-18) 代入式 (9-19) 中, 可得总反力为

$$F_{R21} = G \sqrt{\tan^2(\alpha + \varphi) + 1} = \frac{G}{\cos(\alpha + \varphi)} \quad (9-20)$$

如果滑块 1 沿斜面 2 匀速下滑, 如图 9-6 (c) 所示, 则根据图 9-6 (d) 所示的力多边形可以得出要保持滑块 1 匀速下滑的水平力 F 为

$$F = G \tan(\alpha - \varphi) \quad (9-21)$$

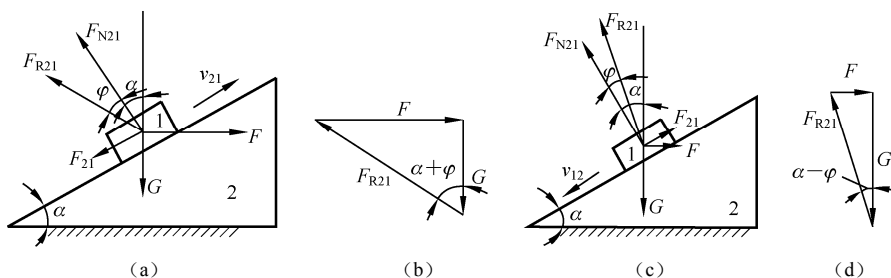


图 9-6 斜面移动副中的摩擦

由式 (9-21) 可以看出: 在下滑过程中, 若 $\alpha > \varphi$, 则 F 为正值, 是阻止滑块加速下滑的阻抗力, 方向如图 9-6 (c) 所示; 若 $\alpha < \varphi$, 则 F 为负值, 其方向与图 9-6 (c) 所示方向相反, 成为驱动力, 促使滑块 1 沿斜面匀速下滑。

9.2.2 螺旋副中摩擦力的确定

根据螺旋牙形不同, 可将螺旋副分为矩形牙螺旋副和三角形牙螺旋副两种, 下面分别分析这两种螺旋副中的摩擦。

1. 矩形牙螺旋副

为了分析方便, 将如图 9-7 (a) 所示矩形牙螺旋副中的螺母 1 简化为如图 9-7 (b) 所示的滑块, 其承受轴向载荷 G , 由于螺旋可以看成斜面缠绕在圆柱体上形成的, 因此将矩形牙螺纹沿螺旋中径展开, 形成如图 9-7 (b) 所示的斜面, 斜面底部长为螺纹中径处的圆周长, 高度为螺旋副的导程 l 。

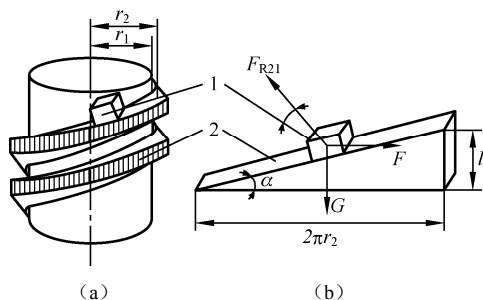


图 9-7 矩形牙螺旋副的摩擦

当拧紧螺母时, 相当于在滑块 1 上加一水平驱动力 F , 使滑块沿斜面等速向上滑动, 水平驱动力可表示为

$$F = G \tan(\alpha + \varphi) \quad (9-22)$$

式中, α 为螺纹在中径处的升角;

φ 为摩擦角。

拧紧螺母时所需的力矩为

$$M = Fr_2 = Gr_2 \tan(\alpha + \varphi) \quad (9-23)$$

当等速放松螺母时, 相当于滑块沿斜面等速下降。此时, 所需的力矩为

$$M' = Gr_2 \tan(\alpha - \varphi) \quad (9-24)$$

式中, $r_2 = d_2/2$, d_2 为螺纹中径。

2. 三角形牙螺旋副

在如图 9-8 (a) 所示的三角形牙螺纹中, 牙型角为 2β , 半角为 β , 槽角为 2θ 。将螺纹展开, 形成如图 9-8 (b) 所示的带半槽面的斜面, 半角 β 与半槽角 θ 之和为 90° 。斜面底长为螺纹中径处的圆周长。

当拧紧螺母时, 相当于在滑块 1 上加一水平驱动力 F , 使滑块沿斜槽面等速向上滑动; 当放松螺母时, 相当于滑块沿斜槽面等速向下滑动。

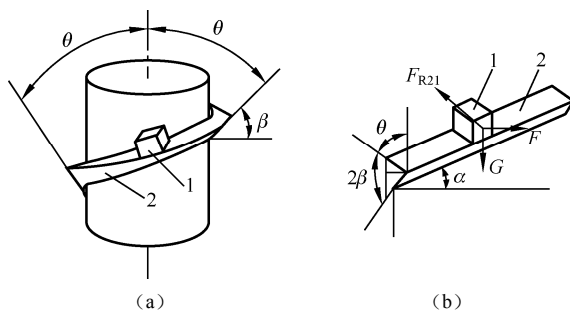


图 9-8 三角形螺旋副的摩擦

利用当量摩擦系数的概念, 有

$$f_v = \frac{f}{\sin \theta} = \frac{f}{\sin(90^\circ - \beta)} = \frac{f}{\cos \beta} \quad (9-25)$$

当量摩擦角 φ_v 为

$$\varphi_v = \arctan f_v \quad (9-26)$$

利用式 (9-25)、式 (9-26), 再根据力平衡条件可得拧紧螺母所需的力矩为

$$M = Gr_2 \tan(\alpha + \varphi_v) \quad (9-27)$$

同理, 也可得出放松螺母所需的力矩为

$$M' = Gr_2 \tan(\alpha - \varphi_v) \quad (9-28)$$

9.2.3 转动副中摩擦力的确定

若两构件形成转动副, 则支撑转动轴的构件为轴承, 转动轴端被轴承支撑的部分为轴颈。根据受力状态的不同, 轴颈又可分为径向轴颈和止推轴颈两种。

1. 径向轴颈

径向轴颈所加载荷的作用方向沿直径方向, 如图 9-9 (a) 所示。当轴颈在轴承中转动时, 必将产生一个摩擦力来阻止其转动, 我们把径向轴颈所承受的摩擦称为径向轴颈摩擦。下面介绍一下如何计算该摩擦力对轴颈所形成的摩擦力矩, 及如何确定考虑摩擦时转动副中总反力的方位。

假设轴颈 1 承受一个径向载荷 N 的作用, 在驱动力偶矩 M_d 的驱动下, 在轴承 2 中作匀速转动, 如图 9-9 (b) 所示。此时, 转动副两个元素之间必将产生摩擦力以阻止轴颈相对于轴承滑动, 轴承 2 对轴颈 1 的摩擦力大小可表示为

$$f_{21} = f_v N \quad (9-29)$$

对于配合紧密且未经磨合的转动副, 当量摩擦系数 $f_v = 1.57f$; 经过磨合时, $f_v = 1.27f$; 对于有较大间隙的转动副, $f_v = f$, 其中 f 为运动副元素是平面时的摩擦系数。

摩擦力 f_{21} 在轴颈上形成的摩擦力矩 M_f 为

$$M_f = f_{21} r = f_v N r \quad (9-30)$$

当轴颈相对于轴承匀速转动时, 根据轴颈 1 上的受力平衡条件可知: 轴颈上的总反力 F_{21} 与载荷 N 是一对平衡力, 即 $F_{21} = -N$; 阻力矩与驱动力矩平衡, 即 $M_d = -M_f$ 。设 N 与 F_{21} 的距离为 ρ , 则有

$$M_f = f_v N r = F_{21} \rho \quad (9-31)$$

即

$$\rho = f_v r \quad (9-32)$$

由于轴颈的 f_v 、 r 均为常数, 所以 ρ 为一定值。我们把以轴颈中心 O 为圆心, 以 ρ 为半径所作的圆称为摩擦圆 (如图 9-9 (b) 虚线小圆所示), ρ 称为摩擦圆的半径。由图 9-9 (b) 可知, 只要轴颈相对于轴承滑动, 轴承对轴颈的总反力 F_{21} 始终与该摩擦圆相切。

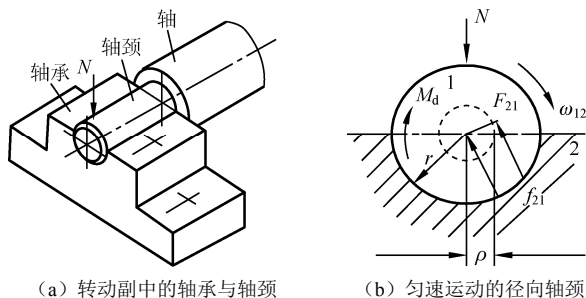


图 9-9 径向轴颈的受力分析

2. 止推轴颈

止推轴颈所加载荷的作用方向沿轴线方向, 如图 9-10 (a) 所示。图 9-10 (b) 所示为轴颈端面视图, 在轴颈接触面的底平面半径为 ρ 处取一个微小环形面积 dS

$$dS = 2\pi\rho d\rho \quad (9-33)$$

设 dS 上的压强 p 为常数, 则微小环形面积上所受的正压力为

$$dF_N = p dS = 2\pi p \rho d\rho \quad (9-34)$$

微小环形面积上的摩擦力为

$$dF_f = f dF_N = 2\pi f p \rho d\rho \quad (9-35)$$

故, 微小环形面积上的摩擦力矩为

$$dM_f = \rho dF_f = 2\pi f p \rho^2 d\rho \quad (9-36)$$

整个轴端面所受的总摩擦力矩为

$$M_f = \int_r^R dM_f dS = 2\pi f \int_r^R p \rho^2 d\rho \quad (9-37)$$

要解式 (9-37), 需要分以下两种情况讨论:

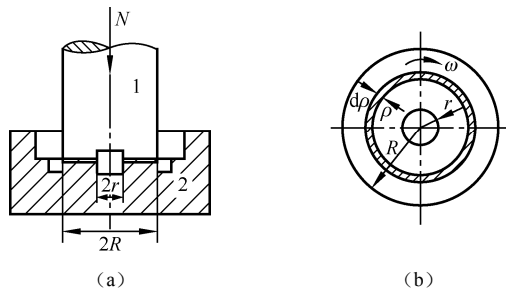


图 9-10 止推轴颈的摩擦

(1) 对于未经磨合的止推轴颈。其轴端面压强 p 可近似认为常数, 则有

$$M_f = 2\pi f \int_r^R p \rho^2 d\rho = \frac{2}{3} f N (R^3 - r^3) / (R^2 - r^2) \quad (9-38)$$

(2) 经过磨合的止推轴颈。经过一段时间的工作后，由于磨损关系，轴端面与轴承接触面各处压强已不能再认为处处相等。然而，由于轴端面与轴承接触面间处处为等磨损，因此，可近似认为 $p\rho$ 为常数，于是有

$$M_f = 2\pi f \int_r^R p\rho^2 d\rho = \frac{1}{2} fN(R+r) \quad (9-39)$$

由于轴端面上的压强分布不均，而 $p\rho$ 又为一常数，所以在轴向载荷 N 的作用下，轴颈外圆周的压强相对较小，轴颈中心位置的压强非常大，极易磨损压溃。因此，对于需要承受较大载荷的轴颈来说，一般要做成中空形的，如图 9-10 (a) 所示。

9.2.4 考虑运动副摩擦时机构的力分析

当考虑运动副中的摩擦时，在力平衡状态下，移动副中的总反力与相对运动方向成 $(90^\circ + \varphi)$ 角，转动副中的总反力要与摩擦圆相切。与静力分析相比，其总反力的方向发生了变化，但仍然符合力系的平衡条件。所以，在考虑摩擦的力分析时，只要正确判断出各构件运动副的受力方向，就可以应用理论力学中的静力分析方法解决问题。

考虑摩擦时，机构受力分析可以按如下步骤进行：

- (1) 计算出摩擦角和摩擦圆半径，并画出摩擦圆；
- (2) 从二力构件入手分析，根据构件受拉或受压及该构件相对于另一构件的转动方向，求出作用在该构件上的二力方向；
- (3) 对有已知力作用的构件作力分析；
- (4) 对要求的力所在构件作力分析。

掌握了对运动副中的摩擦分析的步骤后，就不难在考虑有摩擦的条件下，对机构进行力的分析了，下面通过举例予以说明。

【例 9.1】 如图 9-11 (a) 所示为一曲柄滑块机构，已知各构件尺寸和主动曲柄的位置，各运动副中的摩擦系数均为 f ，曲柄在力矩 M_1 的作用下沿 ω_1 方向转动。求如图 9-11 所示位置时各运动副中的反力及作用在滑块 3 上的平衡力 F_r (各构件的质量及惯性力忽略不计)。

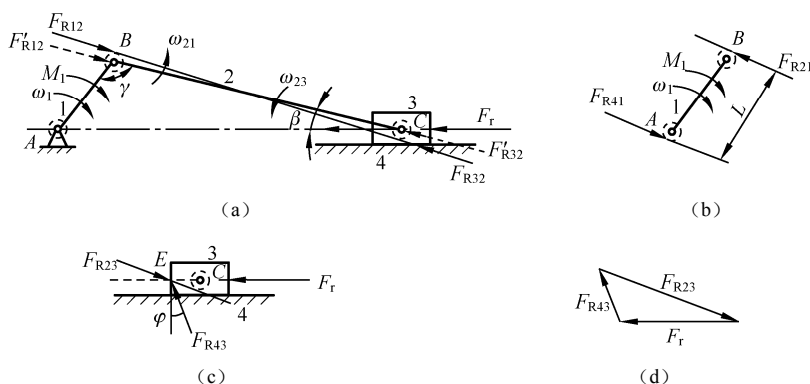


图 9-11 考虑摩擦的曲柄滑块机构的力分析

解：具体分析如下：

(1) 由于运动副中存在摩擦力，使总反力偏离原来不计摩擦时总反力的作用线。根据已知条件确定转动副的摩擦圆半径，并画出各转动副的摩擦圆，即图 9-11 (a) 中的虚线圆。

(2) 不计摩擦时, 各转动副中的反力应通过转动中心。连杆 2 在 F'_{R12} 、 F'_{R32} 的作用下达到平衡, 则 F'_{R12} 、 F'_{R32} 为一对等值、反向、共线的力。根据曲柄 1 的运动方向及滑块 3 的受力方向, 可以判断连杆 2 承受压力。

(3) 考虑摩擦时, 总反力应切于摩擦圆。由于曲柄 1 和连杆 2 在转动副 B 处的夹角逐渐增大, 则相对角速度为逆时针方向, 又因连杆 2 受压力, 所以 F_{R12} 应切于摩擦圆上方; 同理可判断 F_{R32} 应相切于摩擦圆下方。因为连杆 2 在 F_{R12} 、 F_{R32} 的作用下仍处于平衡。故此二力的作用线应同时相切于 B 处摩擦圆的上方和 C 处摩擦圆的下方。

(4) 取曲柄 1 为研究对象, 如图 9-11 (b) 所示, 曲柄 1 在 F_{R21} 、 F_{R41} 及 M_1 的作用下达到平衡。根据力平衡条件可知, $F_{R41} = -F_{R21}$ 。又因 $\omega_{14} = \omega_1$ 为顺时针方向, 故 F_{R41} 应与 F_{R21} 平行且相切于 A 处摩擦圆的下方。由力矩平衡, 得

$$F_{R21} = \frac{M_1}{L}$$

式中, L 为力 F_{R21} 和 F_{R41} 之间的力臂。

取滑块 3 为研究对象, 如图 9-11 (c) 所示, 滑块 3 受 F_r 、 F_{R23} 及 F_{R43} 三个力作用, 且三力应汇于一点。由于移动副中摩擦的存在, 所以 F_{R43} 的方向与 v_{34} 的方向成 $(90^\circ + \varphi)$ 角, 且交汇于力 F_r 和 F_{R23} 两方向线的交点 E 处。由滑块 3 的平衡条件, 得

$$F_r + F_{R23} + F_{R43} = 0$$

根据上式, 作力多边形, 如图 9-11 (d) 所示, 即可求出移动副中的反力 F_{R43} 及平衡力 F_r 。因为 F_r 的方向与 v_{34} 相反, 故该平衡力为阻力。

9.3 机械效率与自锁

9.3.1 机械的效率

1. 机械效率的定义

当机械运转时, 设作用在机械上的驱动力所做的功为输入功 (驱动功) W_d , 克服产生阻力所做的功为输出功 (有效功) W_r , 克服有害阻力所做的功为损耗功 W_f , 在机械稳定工作时, 有

$$W_d = W_r + W_f \quad (9-40)$$

机械输出功 W_r 与输入功 W_d 的比值称为机械效率, 用 η 表示, 它反映了输入功在机械中的有效利用程度。

2. 机械效率的表达形式

1) 功或功率表达形式

根据机械效率的定义可知

$$\eta = \frac{W_r}{W_d} = \frac{W_d - W_f}{W_d} = 1 - \frac{W_f}{W_d} \quad (9-41)$$

用功率表示时

$$\eta = \frac{P_r}{P_d} = 1 - \frac{P_f}{P_d} \quad (9-42)$$

式中, P_d 、 P_r 、 P_f 分别表示输入功率、输出功率及损耗功率。

由于摩擦损失不可避免, 故 W_f 或 P_f 不可能为零。因此, 机械效率 η 总是小于 1, 且随着 W_f 或 P_f 的增大而减小。因此, 在设计机械时, 应尽量减小机械中的磨损, 提高机械效率。

2) 力或力矩表达形式

为了计算效率的方便, 可以用力或力矩的形式来表达。

如图 9-12 所示为一个机械传动装置的示意。机械的驱动力为 F , 生产阻力为 N , F 和 N 的作用点沿该力作用线方向的分速度分别为 v_F 和 v_N , 根据式 (9-42) 有

$$\eta = \frac{P_r}{P_d} = \frac{Nv_N}{Fv_F} \quad (9-43)$$

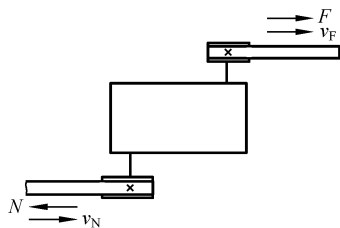


图 9-12 机械效率的力或力矩表达

假设该机械为理想机械 (即不存在摩擦), 为克服同样的生产阻力 N 所需的驱动力为 F_0 (称为理想驱动力), 则其效率 η_0 应为

$$\eta_0 = \frac{Nv_N}{F_0v_F} = 1 \quad (9-44)$$

将式 (9-44) 代入式 (9-43) 中, 得

$$\eta = \frac{F_0v_F}{Fv_F} = \frac{F_0}{F} \quad (9-45)$$

由式 (9-45) 可知: 机械效率也等于不计摩擦时克服生产阻力所需的理想驱动力 F_0 与计摩擦时克服同样生产阻力所需的实际驱动力 F (F_0 与 F 的作用方向线相同) 之比。

同理, 机械效率也可用力矩之比的形式来表达, 即

$$\eta = \frac{M_0}{M} \quad (9-46)$$

式中, M_0 和 M 分别表示为了克服同样的生产阻力所需的理想驱动力矩和实际驱动力矩。

综上所述, 机械效率可以表示为

$$\eta = \frac{\text{理想驱动力}}{\text{实际驱动力}} = \frac{\text{理想驱动力矩}}{\text{实际驱动力矩}} \quad (9-47)$$

3. 机械系统的机械效率

前述机械效率及计算主要是指一个机构或一台机器的效率, 对于由许多机构或机器组成的机械系统的机械效率, 可以参考单台机器的机械效率来计算。计算时, 要考虑各机构或机器的连接方式。根据连接方式的不同, 机械系统可以分为串联、并联和混联三种, 对应的机械效率计算也有三种不同的方法。

1) 串联系统的机械效率

如图 9-13 所示为由 k 台机器按顺序连接组成的机械系统, W_d 为机械系统的输入功, W_r 为机械系统的输出功。功传递的特点是前一台机器的输出功为后一台机器的输入功。各机器的效率分别为 η_1 、 η_2 、 η_3 、 \dots 、 η_k , 则每台机器的机械效率分别为

$$\eta_1 = \frac{W_1}{W_d}, \quad \eta_2 = \frac{W_2}{W_1}, \quad \eta_3 = \frac{W_3}{W_2}, \quad \dots, \quad \eta_k = \frac{W_k}{W_{k-1}}$$

机械系统的机械效率可表示为

$$\eta = \frac{W_k}{W_d}$$

根据每台机器机械效率计算公式的特点, 可以发现

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdots \eta_k = \frac{W_1}{W_d} \cdot \frac{W_2}{W_1} \cdot \frac{W_3}{W_2} \cdots \frac{W_k}{W_{k-1}} = \frac{W_k}{W_d} = \eta \quad (9-48)$$



图 9-13 串联系统的机械效率

由式 (9-48) 可得出如下结论:

- (1) 串联系统的机械效率等于组成该系统的各机器的机械效率的连乘积;
- (2) 只要系统中有一台机器的效率比较低, 则整个机械系统的机械效率就极低;
- (3) 由于每台机器的机械效率都小于 1, 相乘后会更小, 即有

$$\eta < \eta_i (i = 1, 2, 3, \dots, k)$$

- (4) 串联的机器越多, 系统的机械效率就越低。

2) 并联系统的机械效率

如图 9-14 所示为由 k 台机器并联组成的机械系统。各机器的输入功分别为 W_1 、 W_2 、 W_3 、 \dots 、 W_k , 输出功分别为 W'_1 、 W'_2 、 W'_3 、 \dots 、 W'_k 。并联系统功传递的特点是系统的总输入功 W_d 为各机器的输入功之和, 其总输出功 W_r 为各机器的输出功之和。

总输入功

$$W_d = W_1 + W_2 + W_3 + \cdots + W_k$$

总输出功

$$\begin{aligned} W_r &= W'_1 + W'_2 + W'_3 + \cdots + W'_k \\ &= W_1\eta_1 + W_2\eta_2 + W_3\eta_3 + \cdots + W_k\eta_k \end{aligned}$$

则机械系统的机械效率为

$$\eta = \frac{W_r}{W_d} = \frac{W_1\eta_1 + W_2\eta_2 + W_3\eta_3 + \cdots + W_k\eta_k}{W_1 + W_2 + W_3 + \cdots + W_k} \quad (9-49)$$

根据式 (9-49), 可得出如下结论:

- (1) 机械系统的总效率不仅与各机器的机械效率有关, 还与各机器所传递的功率大小有关;

- (2) 机械系统总效率的值处于各机器中效率的最大值和最小值之间, 即

$$\eta_{\min} < \eta < \eta_{\max};$$

- (3) 若各机器的效率相等, 则总效率与每个机器的效率相等。此时, 总效率与并联的机器数目 k 无关;

- (4) 机械系统的总效率主要取决于传递功最大的机器的效率。因此, 要提高并联系统的机械效率, 应重点优化传递功最大的机器的传递路线。

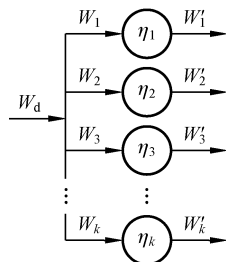


图 9-14 并联系统的机械效率

3) 混联系统的机械效率

如图 9-15 所示为兼有串联和并联的混联系统, 系统的总效率根据具体的组合方式而定。首先要弄清输入功至输出功的传递路线, 然后计算出总的输入功 $\sum W_d$ 和总的输出功 $\sum W_r$ 。系统的总效率表示为

$$\eta = \frac{\sum W_r}{\sum W_d} \quad (9-50)$$

也可以分别计算出串联部分的机械效率 η' 和并联部分的机械效率 η'' , 系统的总效率可表示为

$$\eta = \eta' \cdot \eta'' \quad (9-51)$$

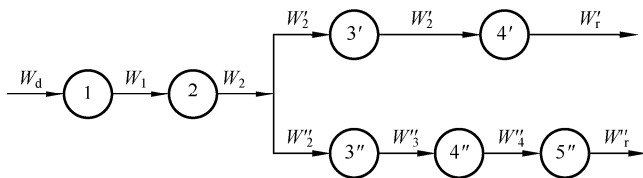


图 9-15 混联系统的机械效率

9.3.2 机械的自锁

一般情况下, 只要施加足够的驱动力, 机器就能够沿着有效驱动力作用的方向运动。但由于摩擦力的存在, 有时会出现无论驱动力如何增大, 都无法使机器运动 (或使运动逐渐减弱) 的现象, 这种现象称为自锁。

自锁现象在机械工程中具有重要的意义。一方面, 在设计机构时, 为了使机构能够实现预期的运动, 就必须避免该机构在运动方向上产生自锁; 另一方面, 有些机械的工作就是利用了机构的自锁特性。例如图 9-16 所示为一手摇式螺旋千斤顶, 当转动手柄 6 将重物 4 举起后, 要保证不论重物 4 的重量多大, 都不会驱动螺母 5 反转, 致使重物 4 自行降落下来, 即要求该千斤顶在重物 4 的重力作用下具有自锁性。机械为什么会发生自锁现象? 下面讨论机构发生自锁的条件。

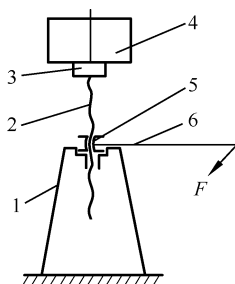


图 9-16 机构的自锁特性

1. 机构自锁的条件

机构在运动过程中, 运动副中的摩擦不可避免地要做功, 即 $W_f \neq 0$, 损失率 (即摩擦所做的损失功与输入功之比) 可表示为 $\xi = \frac{W_f}{W_d}$, 则有

$$\eta + \xi = 1 \quad (9-52)$$

故

$$\eta < 1 \quad (9-53)$$

由式 (9-41) 可知:

1) 当 $W_f = W_d$ 时, $\eta = 0$ 。

(1) 若机器原来就在运动, 则它仍能运动, 但此时 $W_r = 0$ 。因此, 机器不做任何有用功, 机器的这种运动称空转;

(2) 若机器原来静止, 无论驱动力为多大, 它所做的功(输入功)总是等于摩擦力所做的功, 没有多余的功可以驱动机器运动。因此, 机器总是不能运动, 即发生自锁($\eta = 0$)。

2) 当 $W_d < W_f$ 时, $\eta < 0$ 。此时, 机器必定发生自锁。

综合上述两种情况可以得出机器自锁的条件为

$$\eta \leq 0 \quad (9-54)$$

其中, 当 $\eta = 0$ 时, 为有条件自锁。

2. 自锁机构的实例分析

1) 偏心夹具

如图 9-17 所示为一偏心夹具, 1 为偏心圆盘, 2 为工件, 3 为夹具体。当用外力 F 压下偏心圆盘 1 的手柄时, 就能将待夹工件 2 夹紧, 实行加工。要求撤掉外力 F 后, 夹具不会自动松开, 即要求该偏心夹具具有自锁性。在图 9-17 中, A 为偏心圆盘的几何中心, 偏心圆盘的外径为 D , 偏心距为 e , 偏心圆盘轴颈的摩擦圆半径为 ρ , 求该偏心夹具的自锁条件。

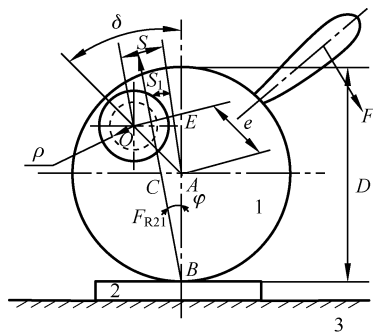


图 9-17 偏心夹具的自锁

当作用在手柄上的外力 F 去除后, 若夹具不松开, 则必须使反力 F_{R21} 与以 ρ 为半径的摩擦圆相切或相割 (图 9-17 中虚线小圆为轴颈的摩擦圆), 即有下式成立

$$s - s_1 \leq \rho \quad (9-55)$$

在直角三角形 BAC 中有

$$s_1 = \overline{AC} = \frac{D \sin \varphi}{2} \quad (9-56)$$

在直角三角形 AEO 中有

$$s = \overline{OE} = e \sin(\delta - \varphi) \quad (9-57)$$

将式 (9-56) 和式 (9-57) 代入式 (9-55) 中, 可得

$$e \sin(\delta - \varphi) - (D \sin \varphi) / 2 \leq \rho \quad (9-58)$$

这就是偏心夹具的自锁条件。

2) 斜面压榨机

如图 9-18(a) 所示为一斜面压榨机。设各接触平面之间的摩擦系数均为 f ($\varphi = \arctan f$)。通过在滑块 4 上施加的外力 F 作用, 可以将物体 1 压紧。 G 为被压紧物体 1 对滑块 4 的反作用力。当外力 F 撤掉后, 该机构在力 G 的作用下, 具有自锁性。下面来分析其自锁条件。

为了确定压榨机在力 G 作用下的自锁条件, 可先求出当 G 为驱动力时, 压榨机的阻力 F 。取滑块 2 和 4 为研究对象, 如图 9-18(b) 和图 9-18(c) 所示。分别列出两构件的力平衡方程式

$$G + F_{R32} + F_{R42} = 0$$

$$F + F_{R24} + F_{R34} = 0$$

由正弦定理, 有

$$G = F_{R42} \cos(\alpha - 2\varphi) / \cos \varphi$$

$$F = F_{R24} \sin(\alpha - 2\varphi) / \cos \varphi$$

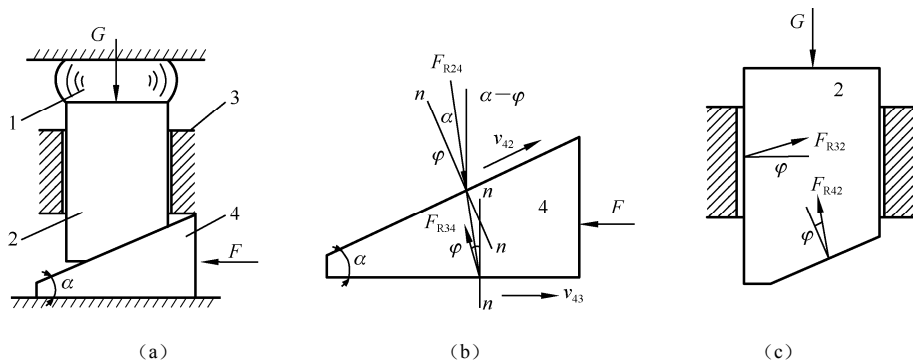


图 9-18 斜面压榨机的自锁

又因 $F_{R24} = F_{R42}$ ，所以有

$$F = G \tan(\alpha - 2\varphi)$$

令 $F \leq 0$ ，得

$$\tan(\alpha - 2\varphi) \leq 0$$

即得压榨机自锁的条件为

$$\alpha \leq 2\varphi \quad (9-59)$$

3) 凸轮机构的推杆

如图 9-19 (a) 所示为凸轮机构的推杆，在凸轮推动力 F 作用下，沿固定导轨 1 向上运动，接触面间的摩擦系数为 f 。为了避免凸轮在运动过程中，推杆发生自锁现象，固定导轨的长度 l 应满足什么条件（忽略推杆自重）？

凸轮运动时，推杆在推动力 F 的作用下将发生倾斜，如图 9-19 (b) 所示，此时推杆与导轨在 A 、 B 两点处接触，在该两点处将产生正压力 F_{N1} 、 F_{N2} 和摩擦力 F_{f1} 、 F_{f2} 。由推杆水平方向受力平衡，有

$$F_{N1} = F_{N2}$$

根据力矩平衡条件可知，所有的力在 A 点的力矩之和为零，即

$$F_{N1}l = FL$$

要使推杆不发生自锁，必须满足

$$F > F_{f1} + F_{f2} = 2fF_{N1} = 2fFL/l$$

整理，得

$$l > 2fL \quad (9-60)$$

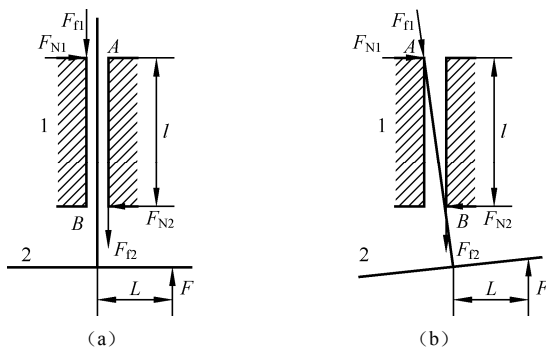


图 9-19 凸轮机构的推杆的自锁

习题与思考题

一、思考题

9-1 机械效率的定义是什么？

9-2 分别列举工程实际中生产阻力和驱动力的例子。

二、习题

9-3 在如图 9-20 所示的曲柄滑块机构中，构件 1 为主动件，虚线圆为运动副中的摩擦圆，移动副中的摩擦角 $\varphi = 10^\circ$ ， P_r 为生产阻力。

(1) 试在图上画出各运动副处的反力；

(2) 求出应加于构件 1 上的平衡力矩 M_b （写出其计算式并说明其方向）。

9-4 如图 9-21 所示为一杠杆机构。A、B 处虚线圆为摩擦圆。试用图解法画出在驱动力 P 作用下提起重物 W 时，约束总反力 F_{R21} 、 F_{R31} 的作用线。

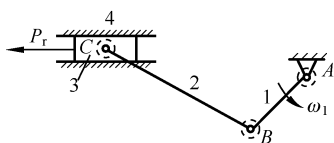


图 9-20 题 9-3

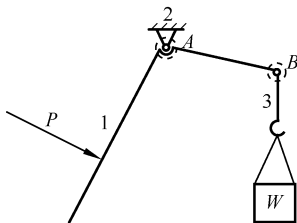


图 9-21 题 9-4

9-5 如图 9-22 所示的铰链四杆机构中，设构件 1 为主动件， P 为驱动力，虚线圆为摩擦圆，试确定机构在图示位置时，运动副 B、C、D 中的总反力（直接画在本图上）。并判断机构在外力 P 作用下能否运动，为什么？

9-6 如图 9-23 所示为一焊接用的楔形夹具，1、1' 为焊接工件，2 为夹具体，3 为楔块，各接触面间摩擦系数均为 f 。

(1) 作出楔块 3 在夹紧力作用下向外退出时的受力图及力多边形，并写出阻力 F 的计算式；

(2) 推导楔块 1 向外推出时的自锁条件。

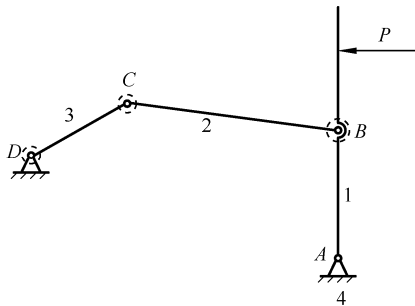


图 9-22 题 9-5

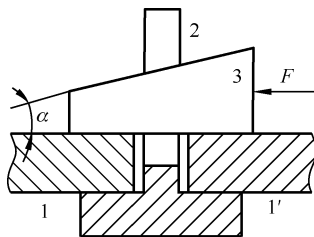


图 9-23 题 9-6

9-7 如图 9-24 所示为一带式运输机。由电动机 1 经带传动及一个两级齿轮减速器带动运输带 8。设已知运输带 8 所需的牵引力 $F=5500\text{N}$ ，运送速度 $v=1.2\text{m/s}$ 。带传动（包括轴承）的效率 $\eta_1=0.95$ ，每对齿轮（包括其轴承）的效率 $\eta_2=0.97$ ，运输带 8 的机械效率 $\eta_3=0.92$ 。试求该系统的总效率 η 及电动机所需的功率。

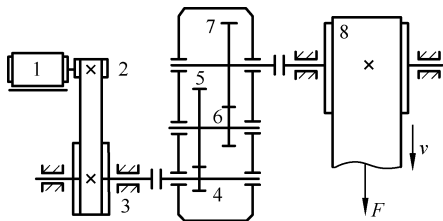


图 9-24 题 9-7

9-8 已知如图 9-25 所示斜面机构的倾斜角 α 和滑动摩擦系数 f ，滑块在驱动力 P 作用下克服载荷 Q 上升。试完成：

- (1) 标出总反力 F_R 的作用线及方向；
- (2) 作出力多边形；
- (3) 写出力关系式；
- (4) 写出效率计算式。

9-9 如图 9-26 所示为破碎机在破碎物料时的机构位置图，破碎物料 4 假设为球形。已知各转动副处的摩擦圆（以虚线圆表示）及滑动摩擦角 φ 如图 9-26 所示。

- (1) 在图中画出各转动副处反力及球料 4 作用于构件 3 上反力的作用线及方向；
- (2) 推导球料不被向外挤出（即自锁）时的 θ 角条件。

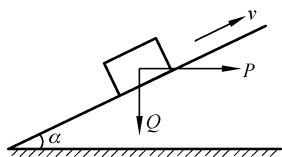


图 9-25 题 9-8

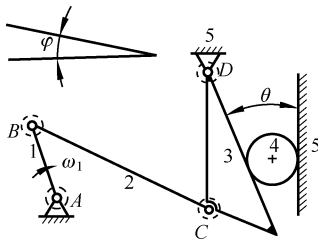


图 9-26 题 9-9

考研真题

9-10 (天津大学, 2007 年) 对于反行程自锁的机械, 一般其正行程的机械效率_____。

- A. $\eta \leq 0$ B. $0 < \eta < 0.5$ C. $\eta \approx 1$ D. $\eta > 1$

9-11 (天津大学, 2007 年) 在机械稳定运转阶段的任一时间间隔内, 输入功 W_d _____ 等于输出功 W_r 与损耗功 W_f 之和。

- A. 一定 B. 不一定 C. 一定不

9-12 (东南大学, 2006 年) 考虑摩擦的转动副, 不论轴颈是作加速、等速或减速运转, 转动副中总反力的作用线 () 摩擦圆。

- A. 一定不相切于 B. 不一定相切于

C. 一定相切于

D. 一定相割于

9-13 (东南大学, 2006 年) 对于发生自锁的机器, 其正、反行程的效率 ()。

A. 均大于零

B. 正行程大于零

C. 均小于等于零

D. 反行程大于零、正行程小于等于零

9-14 (中国矿业大学, 2006 年) 简答题: 根据摩擦与自锁原理, 论述比较三角形螺纹、梯形螺纹的特点和适用场合。

9-15 (中国矿业大学, 2009 年) 简答题: 论述蜗轮蜗杆传动在何种情况下自锁。

9-16 (中国矿业大学, 2010 年) 简答题: 从传动效率、摩擦、自锁三方面考虑, 论述锥齿轮、蜗轮蜗杆传动的特点和适用场合。

9-17 (南京理工大学, 2005 年) 如图 9-27 所示斜面机构, 滑块在垂直力 Q (含重力) 与平行斜面的力 F 作用下匀速运动, 滑块与斜面的摩擦系数为 f , 试推导:

(1) 滑块匀速上升时机构的效率;

(2) 滑块匀速下降时机构的效率及自锁条件。

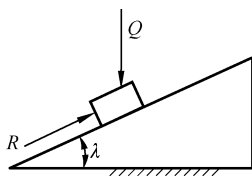


图 9-27 题 9-17

第 10 章 机械的平衡

学习目标：掌握机械平衡的方法和刚性转子的平衡设计方法，了解平衡试验的原理及方法以及平面机构平衡的基本概念、机构惯性力的部分平衡方法及完全平衡方法，掌握运用质量静替代法计算平衡质量。

10.1 机械平衡的目的和内容

10.1.1 机械平衡的目的

机械在运动过程中，除机架以外其他构件都要运动。这些运动构件按运动方式可分为三种：绕定轴转动的构件、往复移动的构件和做平面运动的构件。在机械中，绕固定轴线转动的构件称为回转件（或转子），如齿轮、皮带轮和电动机转子等都属于回转件，这些回转件可能由于结构不对称、制造精度低或内部材料组织不均匀等原因，导致其质量中心（简称质心）不在转动轴线上，因而在转动过程中将产生离心惯性力。由力学知识可知，离心惯性力的大小与角速度的平方成正比，角速度越高，离心惯性力越大。这些惯性力将在构件所构成的运动副中产生附加动压力，增加运动副的摩擦以及加快运动副接触处的磨损，影响构件强度，降低机械效率和使用寿命。由于离心惯性力的方向随转子的转动呈周期性变化，又使得机构及其基础产生周期性振动，不仅容易引起机械中零件的疲劳损坏，还会影响机械的工作质量和寿命。如果振动频率接近振动系统的固有频率时，将引起共振，使机械遭到破坏，甚至危及周围人员和厂房建筑的安全。因此，在机械中，尤其对转速较高的转子，如精密机床主轴、发电机曲轴和电动机转子等，必须消除或减小离心惯性力的不良影响。

需要指出的是，有一些机械是利用构件产生的不平衡惯性力所引起的振动完成工作的，如振实机、按摩机、蛙式打夯机、振动打桩机、振动运输机等。对于这类机械，则是如何利用不平衡惯性力的问题。

10.1.2 机械平衡的内容

在机械中，各构件的结构及运动形式不同，所产生的惯性力和平衡方法也不同。因此，机械的平衡问题可分为下述两类。

1. 转子的平衡

绕固定轴回转的构件，常统称为转子。如汽轮机、发电机、电动机及离心机等机器，都是以转子作为工作的主体。转子的平衡是指绕固定轴线回转的构件惯性力和惯性力矩的平衡。在转子转动过程中，造成不平衡的主要原因是由于转子上的质量分布不均匀，从而导致其转动时产生的惯性力系不平衡。这类构件的不平衡惯性力可利用在该构件上增加或除去一部分质量的方法予以平衡，即通过调节转子自身质心的位置来达到消除或减小惯性

力不平衡的目的。这类转子又分为刚性转子和挠性转子两种。

(1) 刚性转子的平衡。在一般机械中, 转子的刚性都比较好, 其共振转速较高, 转子的工作转速一般低于 $(0.6 \sim 0.7) n_{c1}$ (n_{c1} 为转子第一阶共振转速)。在此情况下, 转子产生的弹性变形甚小, 故把这类转子称为刚性转子。其平衡按理论力学中的力系平衡理论进行。若只要求惯性力平衡, 则称为转子的静平衡; 若同时要求惯性力和惯性力矩的平衡, 则称为转子的动平衡。本章重点介绍刚性转子的平衡问题。

(2) 挠性转子的平衡。在机械中还有一类转子, 如航空涡轮发动机、汽轮机、发电机等大型转子, 质量和跨度很大, 而径向尺寸却较小, 故导致共振转速降低; 这些转子的工作转速 n 又很高 [$n \geq (0.6 \sim 0.7) n_{c1}$], 故转子在工作过程中将会产生较大的弯曲变形, 从而使其惯性力显著增大。这类转子称为挠性转子, 其平衡原理是基于弹性梁的横向振动理论。由于这类问题比较复杂, 需作专门研究, 本章将不再涉及。

2. 机构的平衡

做往复移动或平面复合运动的构件, 所产生的惯性力无法在该构件上平衡, 而必须就整个机构加以研究。设法使各运动构件惯性力的合力和合力偶得到完全的或部分的平衡, 以消除或降低其不良影响。由于惯性力的合力和合力偶最终均由机械的基础所承受, 故又称这类平衡问题为机械在机座上的平衡。

10.2 刚性转子的平衡原理及方法

为使转子得到平衡, 设计时就要根据转子的结构, 在机械设计过程中需要进行平衡设计。下面分别就刚性转子的静平衡和动平衡计算加以讨论。

10.2.1 静平衡

对于轴向尺寸较小的盘状转子 (转子轴向宽度 b 与直径 D 之比 $b/D < 0.2$), 如齿轮、盘形凸轮、带轮、叶轮、螺旋桨等, 它们的质量可以近似的认为分布在垂直于其回转轴线的同一平面内。在此情况下, 若其质心不在回转轴线上, 则当其转动时, 其偏心质量就会产生惯性力。因这种不平衡现象在转子静态时即可表现出来, 故称其为静不平衡。对这类转子进行静平衡时, 可通过在转子上增加或除去一部分质量的方法, 使其质心与回转轴心重合, 即可使转子的惯性力得以平衡。

如图 10-1 所示为一盘状转子, 设根据其结构 (如其上有凸台等), 可知其具有偏心质量 m_1 、 m_2 , 各自的回转半径为 r_1 、 r_2 , 方向如图 10-1 所示。当转子以角速度 ω 回转时, 各偏心质量所产生的离心惯性力为

$$F_i = m_i \omega^2 r_i \quad i=1, 2 \quad (10-1)$$

式中, r_i 表示第 i 个偏心质量的矢径。

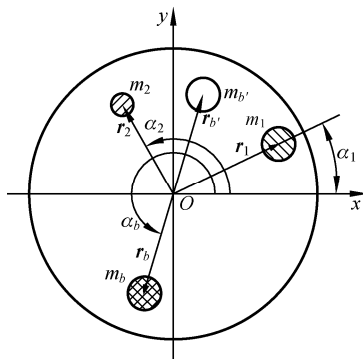


图 10-1 盘状转子静平衡计算

为了平衡这些离心惯性力,在转子上加一平衡质量 m_b 。使其产生的离心惯性力 F_b 与各偏心质量的离心惯性力 F_i 相平衡。由于这些惯性力形成了一个平面汇交力系,故得静平衡的条件为

$$\sum F = \sum F_i + F_b = 0 \quad (10-2)$$

设平衡质量 m_b 的矢径为 r_b , 则上式可化为

$$m_1 r_1 + m_2 r_2 + m_b r_b = 0 \quad (10-3)$$

式中, $m_i r_i$ 称为质径积, 是矢量。

平衡质径积 $m_b r_b$ 的大小和方位, 可用下述方法求得。如图 10-1 所示建立直角坐标系, 根据力平衡条件, 由 $\sum F_x = 0$ 及 $\sum F_y = 0$ 可得

$$(m_b r_b)_x = -\sum m_i r_i \cos \alpha_i \quad (10-4)$$

$$(m_b r_b)_y = -\sum m_i r_i \sin \alpha_i \quad (10-5)$$

其中, α_i 为第 i 个偏心质量 m_i 的矢径 r_i 与 x 轴的夹角(从 x 轴正向到 r_i , 沿逆时针方向为正)。则平衡质径积的大小为

$$m_b r_b = [(m_b r_b)_x^2 + (m_b r_b)_y^2]^{\frac{1}{2}} \quad (10-6)$$

根据转子结构选定 r_b 后, 即可定出平衡质量 m_b , 而其相位角 α_b 可由下式求得

$$\alpha_b = \arctan[(m_b r_b)_y / (m_b r_b)_x] \quad (10-7)$$

显然, 也可以在 r_b 的反方向处除去一部分质量 r'_b 使转子平衡, 只要保证 $m_b r_b = m'_b r'_b$ 即可。

根据上述分析可知, 对于静平衡的转子, 不论有多少个偏心质量, 都只需要在同一个平衡面内增加或除去一个平衡质量获得平衡, 故又称为单面平衡。

10.2.2 动平衡

对于轴向尺寸较大的转子 ($b/D \geq 0.2$), 如内燃机曲轴、电机转子和机床主轴等, 其质量就不能再视为分布在同一平面内了。这时偏心质量往往分布在若干个不同的回转平面内, 如图 10-2 所示的曲轴即为一例。在这种情况下, 即使转子的质心在回转轴线上(如图 10-3 所示), 由于各偏心质量所产生的离心惯性力不在同一回转平面内, 因而将形成惯性力偶, 所以仍然是不平衡的。而且该力偶的作用方位是随转子的回转而变化, 故不但会在支承中引起附加动压力, 也会引起机械设备的振动。这种不平衡现象只有在转子运转情况下才能显示出来, 故称其为动不平衡。对这类转子进行动平衡, 要求转子在运转时其各偏心质量产生的惯性力和惯性力矩同时得以平衡。

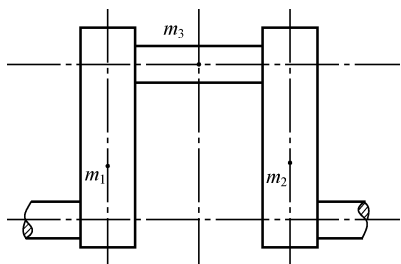


图 10-2 曲轴偏心质量

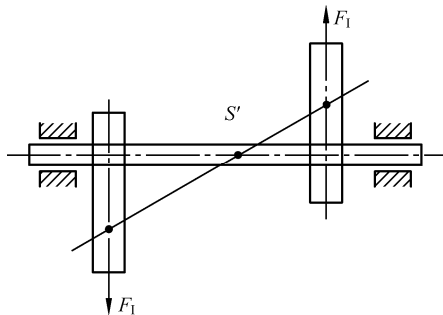


图 10-3 曲轴惯性力偶导致动不平衡

如图 10-4 (a) 所示为一长转子, 根据其结构, 设已知其偏心质量 m_1 、 m_2 及 m_3 分别位于回转平面 1、2 及 3 内, 它们的回转半径分别为 r_1 、 r_2 及 r_3 , 方向如图所示。当此转子以角速度 ω 回转时, 它们产生的惯性力 F_1 、 F_2 及 F_3 将形成一个空间力系, 故转子动平衡的条件: 各偏心质量 (包括平衡质量) 所产生惯性力的矢量和为零, 且这些惯性力所构成的力矩矢量和也为零, 即

$$\sum F = 0, \sum M = 0 \quad (10-8)$$

下面我们研究其平衡计算问题。

由理论力学可知, 一个力可以分解为与其相平行的两个分力。如图 10-4 (b) 所示, 可将力 F 分解成 F_I 、 F_{II} 两个分力, 其大小分别为

$$F_I = F_{II} / L, F_{II} = F(L - l_1) / L \quad (10-9)$$

方向与 F 力一致。为了使转子获得动平衡, 首先选定两个回转平面 I 及 II 作为平衡基面 (将来即在这两个面上增加或除去平衡质量)。再将各离心惯性力按上述方法分别分解到平衡基面 I 及 II 内, 即将 F_1 、 F_2 、 F_3 分解为 F_{1I} 、 F_{2I} 、 F_{3I} (在平衡基面 I 内) 和 F_{1II} 、 F_{2II} 、 F_{3II} (在平衡基面 II 内)。这样就把空间力系的平衡问题, 转化为两个平面汇交力系的平衡问题了。只要在平衡基面 I 及 II 内适当地各加一平衡质量, 使两平衡基面内的惯性力之和分别为零, 这个转子便可得以动平衡。

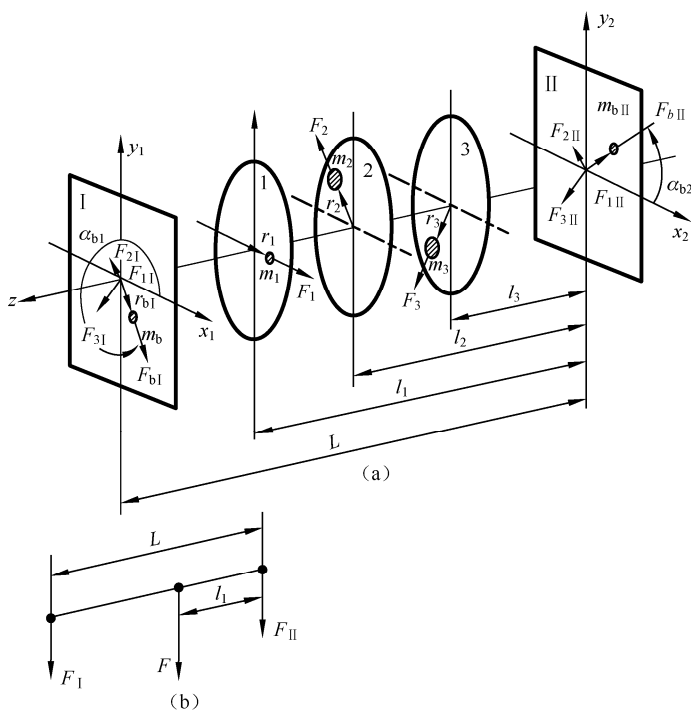


图 10-4 长转子动平衡计算

至于两个平衡基面 I 及 II 内平衡基面的大小和方位的确定, 则与前述静平衡计算的方法完全相同, 这里就不再赘述了。

由以上分析可知, 对于任何动不平衡的刚性转子, 无论其具有多少个偏心质量, 以及分布于多少个回转平面内, 都只要在选定的两个平衡基面内分别各加上或除去一个适当的

平衡质量, 即可得到完全平衡。故动平衡又称为双面平衡。

平衡基面的选取需要考虑转子的结构和安装空间, 以便于安装或除去平衡质量。此外, 还要考虑力矩平衡的效果, 两平衡基面间的距离应适当大一些。同时在条件允许的情况下, 将平衡质量的矢径 r_b 也取大一些, 力求减小平衡质量 m_b 。

10.2.3 平衡试验简介

1. 静平衡实验

经过上述平衡计算设计出的转子, 在理论上应该是平衡的。但是, 由于制造的不精确、材料的不均匀或安装误差等原因, 会产生新的不平衡, 这在设计时是无法用计算方法确定和消除的。只能通过平衡实验方法来确定配置平衡质量的大小和方位, 使转子达到要求的平衡精度。根据不平衡质量的分布情况, 平衡实验分为静平衡实验和动平衡实验两种。静平衡实验通常是在静平衡架上进行。

如图 10-5 (a) 所示为导轨式静平衡架, 静平衡时, 把转子支承在两水平放置且摩擦很小的导轨上。当存在偏心质量时, 转子就会在支承上转动直至质心处于最低位置时才能停止, 这时可在质心相反的方向上加上校正平衡质量, 再重新使转子转动, 反复增减平衡质量, 直至转子在支承上呈随遇平衡状态, 即说明转子的质心已与其轴线重合, 即转子已达到静平衡。上述这种静平衡实验设备, 结构比较简单, 操作也很方便, 如能降低其转动部分的摩擦也能达到一定的平衡精度, 但由于在进行静平衡时需经过多次反复实验, 故该设备工作效率较低。

如图 10-5 (b) 所示为圆盘式静平衡架。将转子的轴放置在分别由两个圆盘组成的支承上, 圆盘可绕其几何轴线转动, 故转子也可以自由转动。其实验程序与上述相同。这类平衡架一端的支撑高度可调, 以便于平衡两端直径不等的转子。这种设备安装和调整都很简便, 但圆盘中心的滚动轴承容易弄脏, 致使摩擦阻力增大, 因而精度略低于导轨式静平衡架。

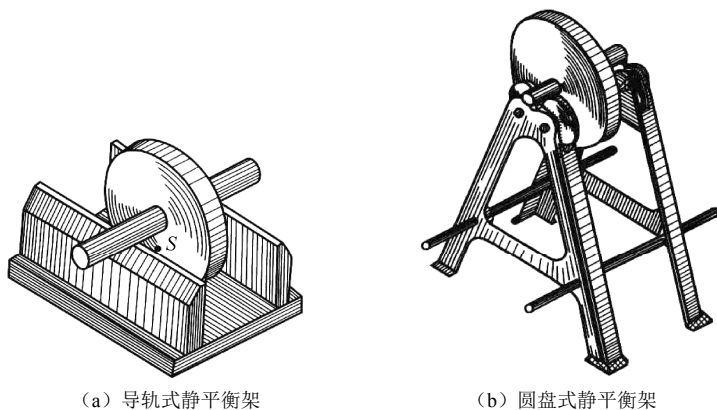


图 10-5 静平衡实验

2. 动平衡实验

对于长转子, 由于其质量的分布不能再视为分布在同一回转平面内, 所以它的平衡必须同时考虑惯性力和惯性力矩的平衡, 为此, 必须进行动平衡实验。

转子的动平衡实验一般需在专用的动平衡机上进行。动平衡机有多种形式,每种动平衡机的构造及工作原理也不尽相同,有通用平衡机,专用平衡机(如陀螺平衡机、曲轴平衡机、涡轮机转子平衡机、传动轴平衡机等),但其作用都是用来测定需加于两个平衡基面中的平衡质量的大小及方位。动平衡实验机主要由驱动系统、支承系统、测量指示系统等部分组成。当前工业上使用较多的动平衡机是根据振动原理设计的,测振传感器将因转子转动而引起的振动转换成电信号,通过电子线路进行处理和放大,最后用电子显示仪显示出被试转子的不平衡质径积的大小和方位。

如图 10-6 所示为一种电测式软支撑动平衡机的工作原理示意图。它主要由驱动系统、转子的支承系统和不平衡质量的测量指示系统三个主要部分组成。

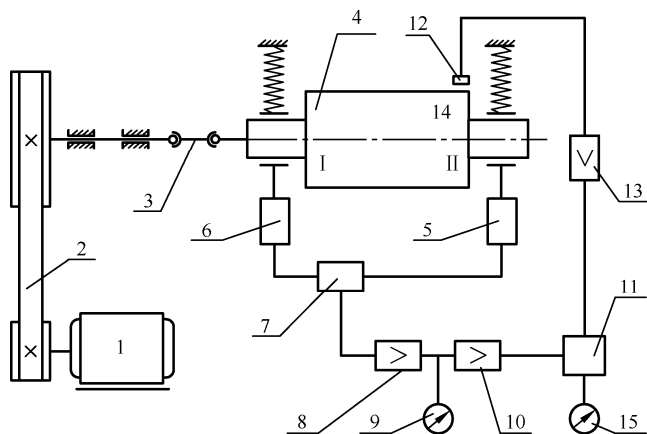


图 10-6 电测式软支撑动平衡机工作原理示意

驱动系统由电动机 1 经过 V 带 2 传动,并用双万向联轴节 3 与被平衡转子 4 相连接。被平衡转子的支承系统是一个弹性系统,它能保证实验时不平衡质量引起的振动使弹性支承产生振动,并通过传感器 5 和传感器 6 将此机械振动转变为电信号。

被实验转子 4 放在两弹性支承上,由电动机 1 通过带传动 2 驱动,转子与带轮之间用双万向联轴节 3 连接。实验时,转子上的偏心质量所产生的惯性力使弹性支承产生机械振动,该振动通过传感器 5 和 6 转变为电信号,振动电信号同时传到解算电路 7 进行信号处理,以消除两平衡基面之间的互相影响,然后经过选频放大器 8,将信号放大,并由仪表 9 显示出不平衡质径积的大小。而放大后的信号又经过整形放大器 10 转变为脉冲信号,并将此信号送到鉴相器 11 的一端。鉴相器 11 的另一端接受的是基准信号。基准信号来自光电头 12 和整形放大器 13,它的相位与转子上的标记 14 相对应,频率与转子的转速相同。鉴相器 11 两端信号的相位差由相位表 15 读出。我们可以标记 14 为基准,根据相位表的读数,确定出偏心质量的相位。

确定一个平衡基面中应加平衡质量的大小、方位后,以同样的方法再确定另一个平衡基面中应加平衡质量的大小及方位。

3. 现场平衡

前面提到的转子平衡实验是在专用的平衡机上进行的。而对于一些尺寸很大的转子,如几十吨重的大型发电机转子等,要在实验机上进行平衡是很困难的。另外,有些高速转

子，虽然在制造期间已经过平衡实验达到良好的平衡状态，但由于装运、蠕变和工作温度过高或电磁场的影响等原因，仍会发生微小变形而造成不平衡。在这些情况下，一般可进行现场平衡。所谓现场平衡，就是通过直接测量机器中转子支架的振动，来反映转子的不平衡量的大小及方位，进而确定应加平衡质量的大小及方位，并通过加重或去重的方法进行平衡。

10.2.4 转子的许用不平衡量

经过平衡试验的转子，不可避免总还有一些残存的不平衡量，欲使这种残存的不平衡量减少，就要应用更精密的平衡设备和更高级的平衡技术，显然，这会提高转子的制造费用。在实际工作中，往往过高的要求也是不必要的，因此，应该对不同工作条件的转子规定其不同的许用不平衡量，即能够保证转子正常运转所允许的残存不平衡量。

转子的许用不平衡量一般有两种表示方法，即质径积表示法和偏心距表示法。若一个转子的质量为 m ，其质心至回转轴线的许用偏心距为 $[e]$ ，而转子的许用不平衡质径积用 $[mr]$ 表示，则两者的关系为

$$\begin{aligned} \text{即} \quad m[e] &= [mr] \\ [e] &= [mr]/m \end{aligned}$$

转子平衡状态的优良程度称为平衡精度。由于转子运转时、其不平衡量所产生的离心惯性力与转速有关，因此，工程上常用 $e\omega$ 来表示转子的平衡精度，国际标准化组织以 $A = [e]\omega/1000$ 作为平衡精度的等级标准，并给出了各种典型刚性转子的平衡精度等级见表 10-1。一般使用时先由表 10-1 查出某种转子的平衡等级与平衡精度，然后根据 $[e] = 1000A/\omega$ 确定许用不平衡量。

表 10-1 各种典型转子的平衡精度等级

平衡等级	平衡精度/(mm/s) $A = [e]\omega/1000$ ^①	典型转子举例
G4000	4000	刚性安装的具有奇数汽缸的低速 ^② 船用柴油机曲轴传动装置 ^③
G1600	1600	刚性安装的大型二冲程发动机曲轴传动装置
G630	630	刚性安装的大型四冲程发动机曲轴传动装置；弹性安装的船用柴油机曲轴传动装置
G250	250	刚性安装的高速四缸柴油机曲轴传动装置
G100	100	六缸和六缸以上高速 ^② 柴油机曲轴传动装置；汽车、机车用发动机整体（汽油机或柴油机）
G40	40	汽轮机、轮缘、轮组、传动轴；弹性安装的六缸或六缸以上高速四冲程发动机（汽油机或柴油机）曲轴传动装置；汽车、机车用发动机曲轴传动装置
G16	16	有特殊要求的传动轴（螺旋桨轴、万向联轴器轴）；破碎机械的零件；农用机械的零件；汽车和机车发动机（汽油机或柴油机）的部件；特殊要求的六缸或六缸以上的发动机曲轴传动装置
G6.3	6.3	作业机械的回转零件；船用主汽轮机齿轮（商船用）；离心机鼓轮；风扇；装配好的航空燃气轮机；泵转子；机床及一般的机械零件、普通电动机转子；特殊要求的发动机部件
G2.5	2.5	燃气轮机和汽轮机，包括船用主汽轮机（商船用）；刚性汽轮发电机转子；透平压缩机；机床传动装置；特殊要求的中型和大型电动机转子，小型电动机转子；透平驱动泵

续表

平衡等级	平衡精度/(mm/s) $A=[e]\omega/1000^{\text{①}}$	典型转子举例
G1	1	磁带录音仪及录音机的传动装置;磨床传动装置;特殊要求的小型电动机转子
G0.4	0.4	精密磨床主轴、砂轮盘及电动机转子;陀螺仪

注: ① ω 为转子转动的角速度 (rad/s); $[e]$ 为许用偏心距 (μm);

② 按国际标准, 低速柴油机的活塞速度小于 9m/s , 高速柴油机的活塞速度大于 9m/s ;

③ 曲轴传动装置是包括曲轴、飞轮、离合器、带轮、减震器、连杆回转部分等的组件。

10.3 平面连杆机构的平衡简介

如前所述, 绕定轴转动的构件, 在运动中所产生的惯性力可以在构件本身上加以平衡。而对于构件中作往复运动或平面复合运动的构件, 所产生的惯性力则不可能在构件本身上予以平衡, 所以必须就整个机构设法加以平衡。具有往复运动构件的结构在许多机械中是经常使用的, 如汽车发动机、高速柱塞泵、活塞式压缩机、振动剪床等。由于这些机械的速度比较高, 所以平衡问题常成为产品质量的关键问题之一, 这就促使人们开展对有关这些机构平衡问题的研究。

当机构运动时, 其各运动构件所产生的惯性力可以合成为一个通过机构质心的总惯性力和一个总惯性力偶矩, 总惯性力和总惯性力偶矩全部由基座承受。因此, 为了消除机构在基座上引起的动压力, 就必须设法平衡这个总惯性力和总惯性力偶矩。故机构平衡的条件是作用于机构质心的总惯性力 F 和总惯性力偶矩 M 分别为零, 即

$$F=0, M=0 \quad (10-10)$$

不过, 在实际的平衡计算中, 总惯性力偶矩对基座的影响应当与外加的驱动力矩和阻力矩一并研究 (因为这三者都作用在基座上), 但是由于驱动力矩和阻力矩与机械的工作性质相关, 单独平衡惯性力偶矩往往没有意义, 故这里只讨论总惯性力的平衡问题。

设机构的总质量为 m , 其质心 S 的加速度为 a_S , 则机构的总惯性力 $F_I = -m a_S$ 。由于质量 m 不可能为零, 所以欲使总惯性力 $F=0$, 必须使 $a_S=0$, 即应使机构的质心静止不动。根据这个论断, 在对机构进行平衡时, 就可运用增加平衡质量等方法, 使机构的质心静止不动。

10.3.1 完全平衡

完全平衡是机构的总惯性力恒为零。而为了达到完全平衡的目的, 可采取下述措施。

1. 利用对称机构平衡

如图 10-7 所示的机构, 由于其左右两部分对 A 点完全对称, 故可以是惯性力在轴承 A 处所引起的动压力得到完全平衡。如图 10-8 所示的 ZG12-6 型高速冷镦机中, 就是利用了类似的方法获得了较好的平衡效果, 使机器转速提高到了 350 r/min , 而振动仍较小。它的主传动机构为曲柄滑块机构 ABC , 平衡装置为四杆机构 $AB'C'D'$ 。由于杆 $C'D'$ 较长, C' 点的运动近似于直线, 加在 C' 点处的平衡质量 m' 即相当于滑块 C 的质量 m 。

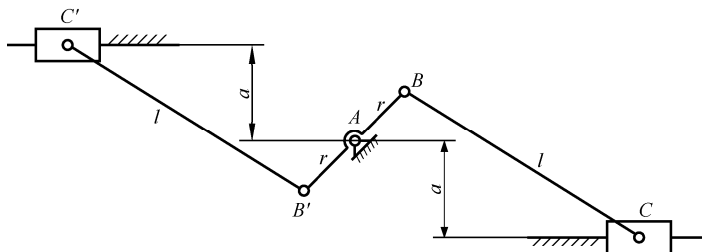


图 10-7 对称机构平衡

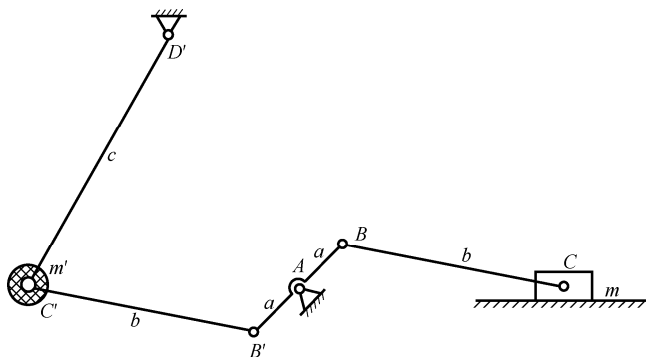


图 10-8 ZG12-6 型高速冷镦机原理

如上所述, 利用对称机构可得到很好的平衡效果, 只是采用这种方法将增大机构的体积。

2. 利用平衡质量平衡

如图 10-9 所示的铰链四杆机构中, 设构件 1、2、3 的质量分别为 m_1 、 m_2 、 m_3 , 其质心分别位于 S'_1 、 S'_2 、 S'_3 处。可用 B 、 C 两点的质量 m_{2B} 及 m_{2C} 代替构件 2 的质量 m_2 , 而 m_{2B} 及 m_{2C} 的大小分别为

$$m_{2B} = m_2 l_{CS'_2} / l_{BC}$$

$$m_{2C} = m_2 l_{BS'_2} / l_{BC}$$

然后, 可在构件 1 的延长线上加一平衡质量 m' 来平衡构件 1 的质量 m_1 和 m_{2B} , 使构件 1 的质心移到固定轴 A 处。所需的平衡质量 m' 可如下求得

$$m' = (m_{2B} l_{AB} + m_1 l_{AS'_1}) / r' \quad (10-11)$$

同理, 可在构件 3 的延长线上加一平衡质量 m'' , 使其质心移至固定轴 D 处, m'' 可如下求得

$$m'' = (m_{2C} l_{DC} + m_3 l_{DS'_3}) / r'' \quad (10-12)$$

加上平衡质量 m' 及 m'' 后, 机构的总质心 S' 应位于 AD 线上一固定点, 即 $a_{S'} = 0$, 所以机构的惯性力得到平衡。

利用同样的方法, 可以对如图 10-10 所示的曲柄滑块机构进行平衡。即增加平衡质量 m' 、 m'' 后, 使机构的总质心移到固定轴 A 处。平衡质量 m' 及 m'' 可由下式求得

$$m' = (m_2 l_{BS'_2} + m_3 l_{BC}) / r' \quad (10-13)$$

$$m'' = [(m' + m_2 + m_3) l_{AB} + m_1 l_{AS'_1}] / r'' \quad (10-14)$$

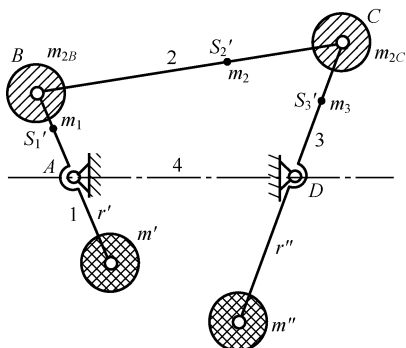


图 10-9 铰链四杆机构的平衡质量平衡

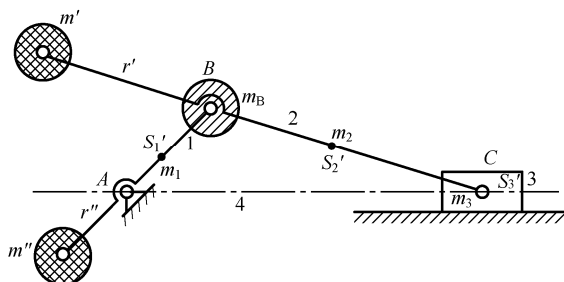


图 10-10 曲柄滑块机构的平衡质量平衡

据研究，完全平衡 n 个构件组成的单自由度机构的惯性力，应至少加 $n/2$ 个平衡质量，这样一来，机构的质量将大大增加。因此，实际上往往不采用这种方法，而是采用下述部分平衡的方法。

10.3.2 部分平衡

部分平衡是只平衡掉机构总惯性力的一部分。

1. 利用平衡机构平衡

如图 10-11 所示机构中，当曲柄 AB 转动时，滑块 C 和 C' 的加速度方向相反，它们的惯性力方向也相反，故可以相互抵消。但由于两滑块运动规律不完全相同，所以只是部分平衡。

如图 10-12 所示的机构中，当曲柄 AB 转动时，两连杆 BC 、 $B'C'$ 和摇杆 CD 、 $C'D$ 的惯性力也可以部分抵消。

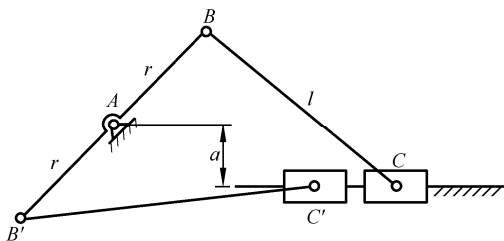


图 10-11 平衡机构平衡

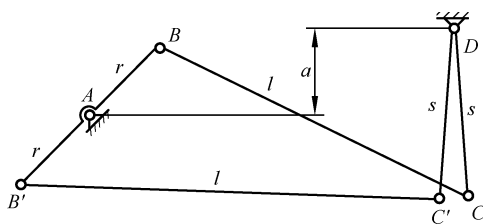


图 10-12 平衡机构平衡

2. 利用平衡质量平衡

对图 10-13 所示的曲柄滑块机构进行平衡时，先通过质量代换将连杆 2 的质量 m_2 用集中于 B 、 C 两点的质量 m_{2B} 、 m_{2C} 来代换；将曲柄 1 的质量 m_1 用集中于 B 、 A 两点的质量 m_{1B} 、 m_{1A} 来代换。此时，机构产生的惯性力只有两部分：即集中在点 B 的质量 $m_B = m_{2B} + m_{1B}$ 所产生的离心惯性力 F_B 和集中于点 C 的质量 $m_C = m_{2C} + m_3$ 所产生的往复惯性力 F_C 。而为了平衡离心惯性力 F_B ，只要在曲柄的延长线上加一平衡质量 m' ，并满足下式关系

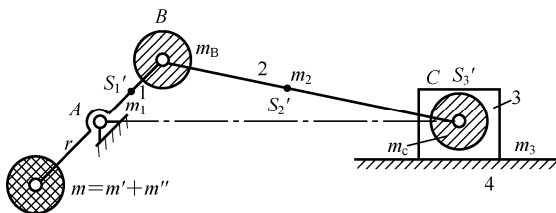


图 10-13 曲柄滑块机构的平衡质量平衡

$$m' = m_B l_{AB} / r' \quad (10-15)$$

而往复惯性力 F_C 因其大小随曲柄转角 φ 的不同而不同, 所以其平衡问题就不像平衡离心惯性力 F_B 那样简单。下面介绍往复惯性力的平衡方法。

由运动分析可得滑块 C 的加速度方程为

$$a_C \approx -\omega^2 l_{AB} \cos \varphi \quad (10-16)$$

因而集中质量 m_C 所产生的往复惯性力为

$$F_C \approx m_C l_{AB} \cos \varphi \quad (10-17)$$

为了平衡惯性力 F_C , 可在曲柄的延长线上距 A 为 r 的地方再加上一个平衡质量 m'' , 并使

$$m'' = m_C l_{AB} / r \quad (10-18)$$

将平衡质量 m'' 产生的离心惯性力 F'' 分解为一个水平力 F_h'' 和一个垂直分力 F_v'' , 则有

$$F_h'' = m'' \omega^2 r \cos(180^\circ + \varphi) = -m_C \omega^2 l_{AB} \cos \varphi$$

$$F_v'' = m'' \omega^2 r \sin(180^\circ + \varphi) = -m_C \omega^2 l_{AB} \sin \varphi$$

由于 $F_h'' = -F_C$, 故 F_h'' 已与往复惯性力 F_C 平衡。不过此时又多了一个新的不平衡惯性力 F_v'' , 此竖直方向的惯性力对机械的工作也很不利。为降低影响, 可取

$$F_h'' = (1/3 - 1/2) F_C$$

即取

$$m'' = (1/3 - 1/2) m_C l_{AB} / r \quad (10-19)$$

即只平衡往复惯性力的一部分。这样, 既可以减小往复惯性力 F_C 的不良影响, 又可保证在竖直方向产生的新的不平衡惯性力 F_v'' 不致太大, 同时所需加的配重也较小。一般来说, 这对机械的工作较为有利。

对于四缸、六缸、八缸发动机来说, 若各缸的往复质量取得一致。在各缸的适当排列下, 往复质量之间即可自动达到力与力矩的完全平衡, 对消除发动机的振动很有利。为此, 对同一台发动机, 应选用相同质量的活塞, 各连杆的质量、质心位置也应保持一致。

3. 利用弹簧平衡

如图 10-14 所示, 通过合理选择弹簧的刚度系数 k 及安装位置, 可以使连杆 BC 的惯性力得到部分平衡。

最后还需要指出, 在一些精密的设备中, 要获得高品质的平衡效果, 仅在最后才做回转构件的平衡检测是不够的, 应在回转构件生产过程中 (即原材料的准备、加工装配各个环节) 都需要关注平衡问题。

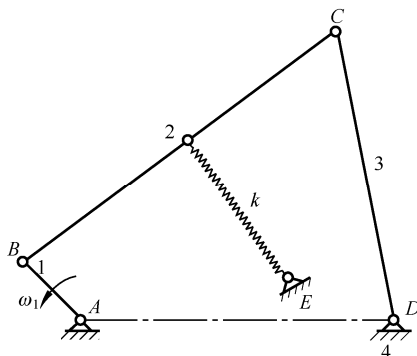


图 10-14 利用弹簧平衡

习题与思考题

一、思考题

10-1 什么是静平衡？什么是动平衡？各至少需要几个平衡平面？静平衡、动平衡的力学条件各是什么？

10-2 动平衡的构件一定是静平衡的，反之亦然，对吗？为什么？在如图 10-15 所示的两根曲轴中，各曲轴的偏心质径积均相等，且各曲拐均在同一轴平面上。试说明两者各处于何种平衡状态。

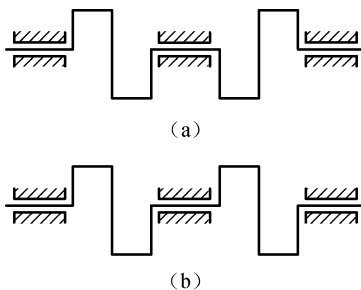


图 10-15 题 10-2

10-3 为什么作往复运动的构件和平面复合运动的构件不能在构件本身内获得平衡，而必须在基座上才能获得平衡？

二、习题

10-4 如图 10-16 所示为一钢制圆盘，盘厚 $b=50\text{mm}$ 。位置 I 处有一个直径 $\varphi=50\text{mm}$ 的穿孔，位置 II 处是一质量 $G_2=0.5\text{kg}$ 的质量块。为了使圆盘平衡，拟在圆盘 $r=200\text{mm}$ 处制一个穿孔。试求此孔的直径与位置。钢的密度 $\rho=7.8\text{g/cm}^3$ 。

10-5 如图 10-17 所示为一风扇叶轮。已知其各偏心质量为 $m_1=2m_2=600\text{g}$ ，其矢径为 $r_1=r_2=200\text{mm}$ ，方位如图。今欲对此叶轮进行静平衡，试求所需平衡质量的大小及方位，取 $r_0=200\text{mm}$ 。（注：平衡质量只能加在叶片上，必要时可将平衡质量分解到相邻的叶片上。）

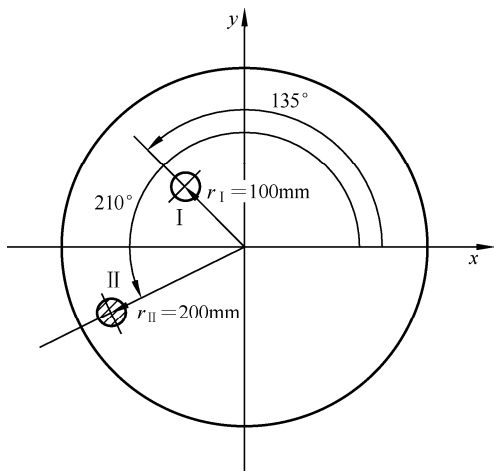


图 10-16 题 10-4

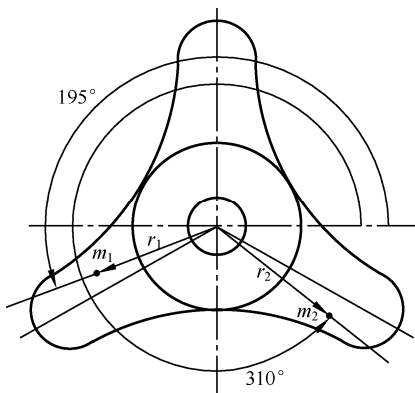


图 10-17 题 10-5

10-6 在如图 10-18 所示的转子中, 已知各偏心质量 $m_1=10\text{kg}$, $m_2=15\text{kg}$, $m_3=20\text{kg}$, $m_4=10\text{kg}$, 它们的回转半径分别为 $r_1=40\text{cm}$, $r_2=r_4=30\text{cm}$, $r_3=20\text{cm}$, 方位如图 10-18 所示。若置于平衡基面 I 及 II 中的平衡质量 m_{bI} 及 m_{bII} 的回转半径均为 50cm , 试求 m_{bI} 及 m_{bII} 的大小及方位 ($l_{12}=l_{23}=l_{34}$)。

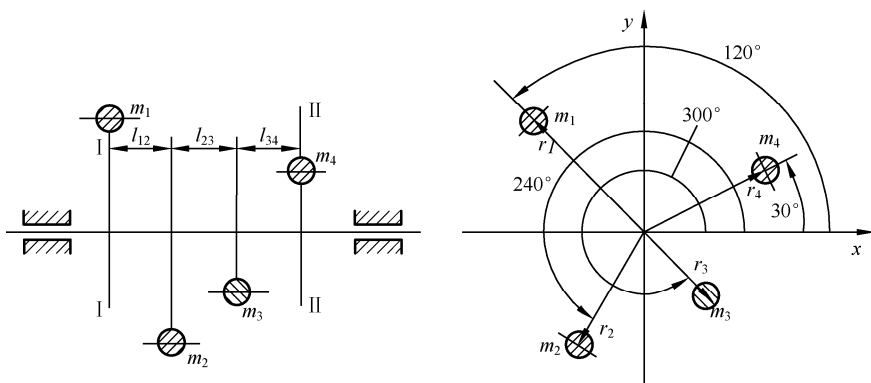


图 10-18 题 10-6

10-7 如图 10-19 所示为一滚筒, 在轴上装有带轮。现已测知带轮有一偏心质量 $m_1=1\text{kg}$; 另外, 根据该滚筒的结构, 知其具有两个偏心质量 $m_2=3\text{kg}$, $m_3=4\text{kg}$, 各偏心质量的方位如图 10-19 所示 (长度单位为 mm)。若将平衡基面选在滚筒的两端面上, 两个平衡基面中平衡质量的回转半径均取 400mm , 试求两平衡质量大小及方位。若将平衡基面 II 改选在带轮宽度的中截面上, 其他条件不变, 两平衡质量的大小及方位如何改变?

10-8 有一中型电动机转子质量为 $m=50\text{kg}$, 转速 $n=3000\text{r/min}$, 已测得其不平衡质径积 $m_r=300\text{g}\cdot\text{mm}$, 试问其是否满足平衡精度要求?

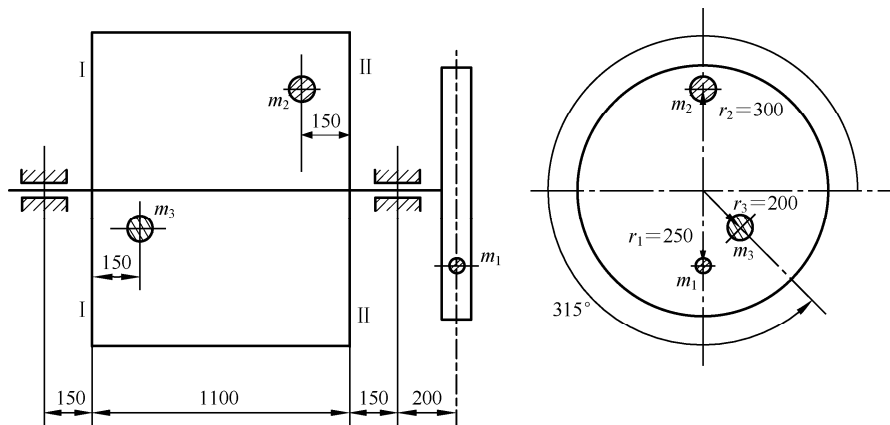


图 10-19 题 10-7

10-9 在如图 10-20 所示的曲柄滑块机构中, 已知各构件的尺寸为 $l_{AB}=100\text{mm}$, $l_{BC}=400\text{mm}$; 连杆 2 的质量 $m_2=12\text{kg}$, 质心在 S_2 处, $l_{BS_2}=400/3\text{mm}$; 滑块 3 的质量 $m_3=20\text{kg}$, 质心在 C 处; 曲柄 1 的质心与 A 点重合。欲利用平衡质量法对该机构进行平衡, 试问若对机构进行完全平衡和只平衡滑块 3 所处的往复惯性力 50% 的部分平衡, 平衡质量 $m_{c'}$ 及 $m_{c''}$ 各需多大 (取 $l_{BC'}=l_{BC''}=50\text{mm}$) ?

10-10 在如图 10-21 所示的连杆-齿轮组合机构中, 齿轮 a 与曲柄 1 固连, 齿轮 b 和 c 分别活套在轴 C 和轴 D 上, 设各齿轮的质量分别为 $m_a=10\text{kg}$, $m_b=12\text{kg}$, $m_c=8\text{kg}$, 其质心分别与轴心 B 、 C 、 D 重合, 杆 1、2、3 本身的质量略去不计, 试设法平衡此机构在运动中的惯性力。

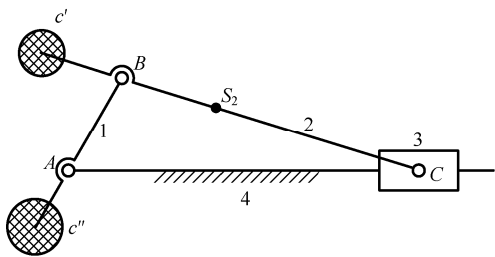


图 10-20 题 10-9

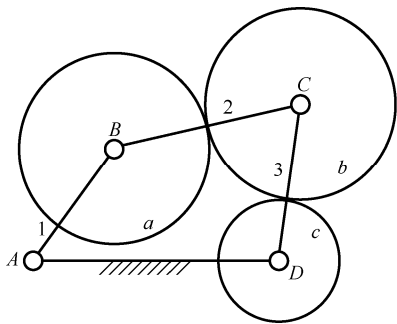


图 10-21 题 10-10

考研真题

10-11 (西安交通大学, 2008 年) 机械运转中, 转子动平衡的条件: 回转件各不平衡质量产生的离心惯性力系的 ()。

- A. 合力等于零
B. 合力偶矩等于零
C. 合力和合力偶矩均为零
D. 合力和合力偶矩均不为零

10-12 (湖南大学, 2007 年) 当整个机构的惯性力得到平衡后, 在机构的 () 上将检测不到惯性力引起的振动。

- A. 机架
B. 回转构件
C. 配重
D. 平面运动构件

10-13 (华东理工大学, 2005 年) 有一薄壁转盘, 质量为 m , 质心偏距为 r , $M_I = 6 \text{ kg} \cdot \text{m}$, 方向垂直向下, 由于该回转面不允许安装平衡质量, 只能在平面 A 、 B 上调整, 其位置如图 10-22 所示, 求应加的平衡质径积 $m_A r_A$ 、 $m_B r_B$ 的大小和方向 (图中单位: mm)。

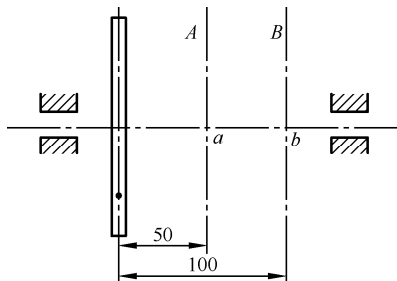


图 10-22 题 10-13

第 11 章 机械的运转及其速度波动的调节

学习目标：本章主要介绍了在外力作用下机械的运转过程；建立机械系统的等效动力学模型；机械运转速度的波动与调节方法。要求了解等效力（力矩）、等效质量（等效转动惯量）的意义并能根据转化的需要进行计算，了解机械运转的机械周期性速度波动和非周期性速度波动的原因及各自的调节方法。

11.1 机械系统动力学问题

11.1.1 研究机械系统动力学问题的目的和内容

前面第 8 章和第 9 章对机构进行运动分析和力分析时，都假定其原动件的运动规律是已知的，且一般是作等速运动。实际上，机构原动件的真实运动规律是由作用在其上的所有外力（驱动力和工作阻力）及机构中各构件的质量和转动惯量等因素决定的，因而在一般情况下，原动件的速度和加速度是随时间变化的。因此，研究机械在外力作用下的运动规律对于分析现有机械和设计新机械都是必不可少的，尤其是对研究高速、重载、高精度、高自动化程度的机械是十分重要的。

此外，由于在一般情况下，机构原动件的速度是随时间变化的，即机械在运动过程中将会出现速度波动，而这种速度波动一方面将在运动副中产生附加动压力，增加机械的能量消耗和运动副元素的磨损，不仅使机械工作可靠性下降，而且降低机械的效率。另一方面，容易引起机械的振动，影响机械的强度，降低产品质量和工具的寿命。所以也需要对机械运转速度的波动及其调节方法加以研究。

上面提出的两方面问题，概括了本章研究的目的和内容。

为了研究机械在运转过程中出现的上述问题，下面将介绍机械在其运转过程中各阶段的运动状态，以及作用在机械上的驱动力和工作阻力的特性。

11.1.2 机械运转的过程

机械从开始运动到停止运动的全过程，都要经历启动、稳定运转和停车三个阶段。

如图 11-1 所示为机械的运转过程及原动件的角速度 ω 随时间 t 变化的曲线。

1. 机械的启动阶段

机械的启动阶段指机械原动件转速由零逐渐上升到正常工作运转的平均角速度 ω_m 的过程。这一阶段，由于机械所受的驱动力所做的驱动功 W_d 大于为克服工作阻力所需的功 W_r 和克服有害阻力消耗的损耗功 W_f 之和，所以系统内积蓄了动能 ΔE ，因而原动件作加速运动。该阶段的功能关系为

$$W_d = W_r + W_f + \Delta E \quad (11-1)$$

启动阶段最好能空载启动，即 $W_r = 0$ ，不但可缩短启动时间，而且还可选择较小功率的

电动机，以降低整机的成本。

2. 机械的稳定运转阶段

启动阶段完成之后，机械进入稳定运转阶段。此时，机械原动件以平均角速度 ω_m 作稳定运转。此时 $\Delta E=0$ ，故有

$$W_d = W_r + W_f \quad (11-2)$$

在这一阶段中原动件的平均角速度 ω_m 保持稳定，即为一常数。但是在通常情况下，在稳定运转阶段，原动件的角速度 ω 还会出现周期性波动，即在一个周期 T （机械原动件角速度变化的一个周期又称为一个运动循环）内的各个瞬时，原动件的角速度 $\omega \neq$ 常数，与平均角速度 ω_m 比较，略有升降，但在一个周期 T 的始末，其角速度 ω 是相等的（即 $\Delta E=0$ ）。上述这种稳定运转称之为周期性变速稳定运转。电动机带动的曲柄压力机、活塞式发动机等就属于这种情况。另外一些机械（如鼓风机、提升机）其原动件的角速度 ω 在稳定运转过程中恒定不变，即 $\omega =$ 常数，称之为等速稳定运转。

3. 机械的停车阶段

停车阶段是指机械从稳定运转到完全停止运动的过程。这时一般先撤去驱动力，故驱动力的功 W_d 为零，系统依靠停车前储存的动能继续克服阻力做功，速度不断下降，直到动能全部耗尽，机械才能完全停住。在一般情况下，在停车阶段机械上的工作阻力不再起作用。

这一阶段 $W_d=0$ ， $W_r=0$ （有用功），故有

$$W_f + \Delta E = 0 \quad (11-3)$$

为了缩短停车时间和安全起见，可在机械上安装制动装置，加速消耗机械的动能，减少停车时间。如图 11-1 所示的虚线表示机械在安装制动器后，停车阶段原动件的角速度 ω 随时间 t 的变化关系。

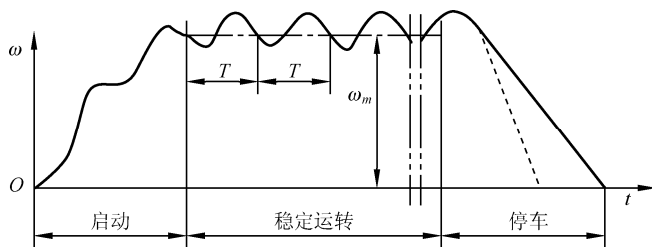


图 11-1 机械的运转过程及原动件的角速度变化曲线

以上介绍的是常见机械系统的一般运动过程，大多数机械是在稳定运转阶段进行工作，但是有些机械（如挖土机、起重机、可逆式轧钢机等）的很大一部分工作时间是在启动和停车阶段完成的。启动阶段和停车阶段统称为机械运转的过渡阶段。

11.1.3 驱动力和工作阻力的类型及机械特性

在研究机械运转的过程时，必须了解作用在机械上的力及其变化规律。当忽略机械中各构件的重力及运动副中的摩擦力时，作用在机械上的力可分为原动机发出的驱动力和执

行构件完成有用功时所承受的工作阻力两大类。作用在机械上的驱动力和工作阻力是确定机构运动特性的基本力。它们随着机械工作情况的不同及所使用的原动机的不同而多种多样。

为研究在力的作用下机械的运动,把作用在机械上的力按其机械特性来分类。力(或力矩)与运动参数(位移、速度、时间等)之间的关系通常称为机械特性。按机械特性分,驱动力可以是常数(如用重锤作为驱动件时),可以是位移的函数,也可以是速度的函数。如蒸汽机、内燃机等原动机输出的驱动力是活塞位置的函数;机械中应用最广泛的交流异步电动机,其输出的驱动力矩是转子角速度的函数。

执行构件完成有用功时所承受的工作阻力的变化规律,取决于机械的工艺过程的特点。按机械特性分,有些机械在某段工作过程中,工作阻力近似为常数(如车床);有些机械的工作阻力是执行构件位置的函数(如曲柄压力机);还有一些机械的工作阻力是执行构件速度的函数(如鼓风机、搅拌机等);也有极少数机械,其工作阻力是时间的函数(如揉面机、球磨机等)。

驱动力和工作阻力的确定,涉及许多专业知识,已不属于本课程的范围。本章在讨论机械在外力作用下的运动问题时,认为外力是已知的。

11.2 机械系统的等效动力学模型

11.2.1 等效动力学模型的基本原理

研究机械系统的真实运动,必须首先建立作用在机构上的力、构件的质量、转动惯量和其与运动参数之间的函数表达式,这种函数表达式称为机械的运动方程式。虽然机械是由机构组成的多构件的复杂系统,其一般运动方程式不仅复杂,求解也很繁琐。但是,对于单自由度的机械系统,只要知道其中一个构件的运动规律,其余所有构件的运动规律就可随之求得。

为方便研究,把作用在机构上的所有外力简化到机构的某一构件上,同时把所有构件的质量和转动惯量也简化到机构的该构件上,此构件称为等效构件,简化到等效构件上的力称为等效力或等效力矩,简化到等效构件上的质量或转动惯量称为等效质量或等效转动惯量。具有等效质量或等效转动惯量的等效构件在等效力或等效力矩作用下的运动,与在真实外力和外力矩的作用下的机械的运动等效。研究等效构件的运动将比研究整个机械的运动大为简化。

为了使等效构件和机械中该构件的真实运动一致,根据质点系动能定理,将作用于机械系统上的所有外力和外力矩、所有构件的质量和转动惯量,都向等效构件转化。转化的原则:使该系统转化前后的动力学效果保持不变。即

- ① 等效构件的质量或转动惯量所具有的动能,应等于整个系统的总动能;
- ② 等效构件上的等效力、等效力矩所做的功或所产生的功率,应等于整个系统的所有力、所有力矩所做功或所产生的功率之和。

满足这两个条件,就可将等效构件作为该系统的等效动力学模型,为了便于计算,通常将绕定轴转动或作直线移动的构件取为等效构件,如图 11-2 所示。当取等效构件为绕定轴转动的构件时,作用于其上的等效力矩为 M_e ,它具有的绕定轴转动的等效转动惯量为 J_e ;

当取等效构件为作直线移动的构件时,作用在其上的力为等效力 F_e ,它具有的等效质量为 m_e 。

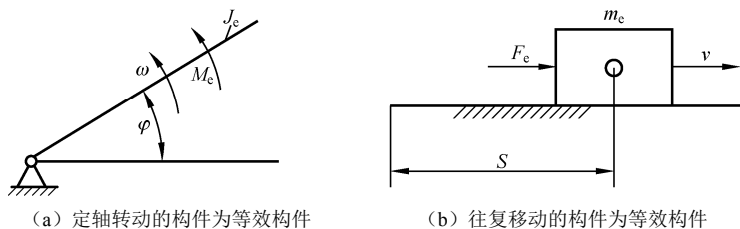


图 11-2 等效构件

11.2.2 等效力矩和等效力

设作用在机械上的外力为 F_i ($i=1, 2, \dots, n$), 力作用点的速度为 v_i , F_i 的方向和 v_i 的方向间夹角为 α_i , 作用在机械中的外力矩为 M_j ($j=1, 2, \dots, m$), 受力矩 M_j 作用的构件的角速度为 ω_j , 角位移为 φ , 则作用在机械中所有外力和外力矩所产生的功率之和为

$$P = \sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \alpha_i \pm \sum_{j=1}^m M_j \omega_j$$

式中, 当 M_j 和 ω_j 同方向时取“+”号, 否则取“-”号。

若等效构件为绕定轴转动的构件, 如图 11-2 (a) 所示, 其上作用有假想的等效力矩 M_e , 等效构件的角速度为 ω , 则根据等效构件上作用的等效力矩所产生的功率应等于整个机械系统中所有外力、外力矩所产生的功率之和, 可得

$$M_e \omega = P = \sum_{i=1}^n F_i v_i \cos \alpha_i \pm \sum_{j=1}^m M_j \omega_j$$

于是

$$M_e = \sum_{i=1}^n F_i \left(\frac{v_i}{\omega} \right) \cos \alpha_i \pm \sum_{j=1}^m M_j \left(\frac{\omega_j}{\omega} \right) \quad (11-4)$$

同理, 当等效构件为移动件, 如图 11-2 (b) 所示, 其速度为 v 时, 仿照上述推导过程, 可得作用于其上的等效力为

$$F_e = \sum_{i=1}^n F_i \left(\frac{v_i}{v} \right) \cos \alpha_i \pm \sum_{j=1}^m M_j \left(\frac{\omega_j}{v} \right) \quad (11-5)$$

由式 (11-4) 和式 (11-5) 可见:

① 等效力矩与等效力不仅与外力有关, 而且与各速度比有关, 如果速度比是机构位置的函数, 则等效力和等效力矩就是机构位置和外力的函数, 如果各速度比均为常数, 则等效力和等效力矩只与外力变化规律有关。

② 由于等效力矩和等效力仅与各速度比有关, 而与各速度的大小无关, 即与机构真实速度无关。

11.2.3 等效转动惯量和等效质量

设机械系统中各运动构件的质量为 m_i ($i=1, 2, \dots, n$), 其质心 s_i 的速度为 v_{si} ; 各运动构件对其质心轴线的转动惯量为 J_{si} ($j=1, 2, \dots, m$), 角速度为 ω_j , 则整个机械系统所具有的

动能为

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_{Si}^2 + \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} J_{Sj} \omega_j^2$$

若等效构件为绕定轴转动的构件,如图 11-2 (a) 所示,其角速度为 ω , 其对转动轴的假想的等效转动惯量为 J_e , 则根据等效构件所具有的动能应等于机械系统中各构件所具有的动能之和,可得

$$\frac{1}{2} J_e \omega^2 = E = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_{Si}^2 + \sum_{j=1}^m \frac{1}{2} J_{Sj} \omega_j^2$$

$$\text{于是} \quad J_e = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{v_{Si}}{\omega} \right)^2 + \sum_{j=1}^m J_{Sj} \left(\frac{\omega_j}{\omega} \right)^2 \quad (11-6)$$

当等效构件为移动件,如图 11-2 (b) 所示,速度为 v 时,仿照上述推导过程,可得等效构件所具有的假想的等效质量 m_e 为

$$m_e = \sum_{i=1}^n m_i \left(\frac{v_{Si}}{v} \right)^2 + \sum_{j=1}^m J_{Sj} \left(\frac{\omega_j}{v} \right)^2 \quad (11-7)$$

由式 (11-6) 和式 (11-7) 可知:

① 等效转动惯量和等效质量不仅与各构件的质量 m_i 和转动惯量 J_{Sj} 有关,而且与速度比的平方有关,如果速度比是机构位置的函数, J_e 或 m_e 可能是机构位置的函数;如果各速度比均为常数, J_e 或 m_e 也可能是常数。

② 同样也要指出,等效转动惯量和等效质量绝对不是原机械系统各活动构件的转动惯量或质量之和。

应该注意的是:

(1) 等效力或等效力矩是一个假想的力或力矩,它并不是被代替的已知力或力矩的合力或合力矩。

(2) 等效质量或等效转动惯量是一个假想的质量或转动惯量,它并不是机构中所有运动构件的质量或转动惯量的总和。所以,在力的分析中不能用它确定机构总惯性力或总惯性力偶矩。

(3) 等效力或等效力矩、等效质量或等效转动惯量,只与角速度(速度)的相对值有关。因此,在一般情况下,未知机械系统的真实运动,可求出等效力或等效力矩、等效质量或等效转动惯量。

【例 11.1】 如图 11-3 所示为一简易机床的主传动系统,由带传动和二级齿轮传动组成。已知直流电动机的转速 $n_0=1500\text{rad/s}$,小带轮直径 $d=100\text{mm}$,转动惯量 $J_d=0.1\text{kg}\cdot\text{m}^2$,大带轮直径 $D=200\text{mm}$,转动惯量 $J_D=0.3\text{kg}\cdot\text{m}^2$,各齿轮的齿数和转动惯量分别为 $z_1=32$, $J_1=0.1\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $z_2=56$, $J_2=0.2\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $z_3=32$, $J_3=0.1\text{kg}\cdot\text{m}^2$, $z_4=56$, $J_4=0.25\text{kg}\cdot\text{m}^2$ 。要求在切断电源后 2s,利用装在轴上的制动器将整个传动系统制动住,求所需的制动力矩。

解: 该轮系为定轴轮系,题中已选定 I 轴为等效构件,由式 (11.6) 可求其等效转动惯量 J_{el} 。根据动能相等有

$$J_{el}\omega_1^2 = J_1\omega_1^2 + J_D\omega_1^2 + J_d\omega_0^2 + J_2\omega_2^2 + J_3\omega_3^2 + J_4\omega_4^2$$

可得

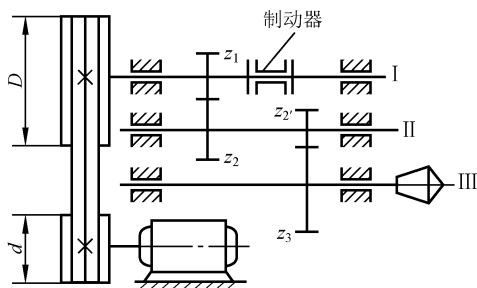


图 11-3

$$J_{el} = J_1 + J_D + J_d \left(\frac{\omega_0}{\omega_1} \right)^2 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + J_{2'} \left(\frac{\omega_2'}{\omega_1} \right)^2 + J_3 \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2$$

将 $\frac{\omega_0}{\omega_1} = \frac{D}{d}$, $\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2}$, $\frac{\omega_3}{\omega_1} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}$ 代入上式可得

$$\begin{aligned} J_{el} &= J_1 + J_D + J_d \left(\frac{D}{d} \right)^2 + (J_2 + J_{2'}) \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 + J_3 \left(\frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} \right)^2 \\ &= 0.1 + 0.3 + 0.1 \left(\frac{200}{100} \right)^2 + (0.2 + 0.1) \left(\frac{32}{56} \right)^2 + 0.25 \left(\frac{32 \times 32}{56 \times 56} \right)^2 \\ &= 0.925 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

$$n_1 = n_0 \frac{d}{D} = 1500 \times \frac{100}{200} = 750 \text{ r/min}$$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{\pi \times 750}{30} = 78.54 \text{ rad/s}$$

则

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_1}{t} = \frac{0 - 78.54}{2} = -39.27 \text{ rad/s}$$

由此可得所需的制动力矩为

$$M_{er} = J_{el} \times \varepsilon = 0.925 \times 39.27 = 36.32 \text{ N} \cdot \text{m}$$

说明：等效转动惯量 J_{el} 是常数。

【例 11.2】 在如图 11-4 所示的一个齿轮驱动的正弦机构中，已知：齿轮 1 的齿数 $z_1=20$ ，转动惯量为 J_1 ；齿轮 2 的齿数 $z_2=60$ ，转动惯量为 J_2 ，曲柄长为 l ，滑块 3 和构件 4 的质量分别为 m_3 、 m_4 ，其质心分别在 C 和 D 点，轮 1 上作用有驱动力矩 M_1 ，在构件 4 上作用有阻力 F_4 ，取曲柄为等效构件，试求在图示位置时的等效转动惯量 J_e 及等效力矩 M_e 。

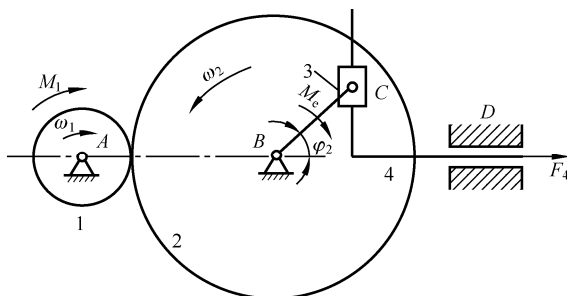


图 11-4 齿轮驱动的正弦机构

解: (1) 求等效转动惯量 J_e

题中已选定曲柄为等效构件, 由式 (11-6) 可求其等效转动惯量

$$J_e = J_1 \left(\frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 + J_2 + m_3 \left(\frac{v_3}{\omega_2} \right)^2 + m_4 \left(\frac{v_4}{\omega_2} \right)^2$$

将 $v_3 = v_e = \omega_2 l$ 和 $v_4 = v_e \sin \varphi_2 = \omega_2 l \sin \varphi_2$ 代入上式得

$$\begin{aligned} J_e &= J_1 \left(\frac{z_2}{z_1} \right)^2 + J_2 + m_3 \left(\frac{\omega_2 l}{\omega_2} \right)^2 + m_4 \left(\frac{\omega_2 l \sin \varphi_2}{\omega_2} \right)^2 \\ &= 9J_1 + J_2 + m_3 l^2 + m_4 l^2 \sin^2 \varphi_2 \end{aligned}$$

(2) 求等效力矩 M_e

由式 (11-4) 可求其等效力矩

$$\begin{aligned} M_e &= M_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} + F_4 \left(\frac{v_4}{\omega_2} \right) \cos 180^\circ \\ &= M_1 \left(\frac{z_2}{z_1} \right) - F_4 \left(\frac{\omega_2 l \sin \varphi_2}{\omega_2} \right) = 3M_1 - F_4 l \sin \varphi_2 \end{aligned}$$

说明:

① J_e 的前三项为常数, 第四项为等效构件的位置参数 φ_2 的函数, 为变量。由于在一般机械中速比为变量的活动构件在其构件总数中占的比例比较小, 又由于这类构件出现在机械系统的低速端, 因而其等效转动惯量较小。所以工程上, 为了简化计算, 常将等效转动惯量 J_e 中的变量部分用其平均值近似代替, 或忽略不计。

② 在等效力矩 M_e 中包括两项, 第一项为等效驱动力矩, 第二项为等效阻力矩。为方便起见, 有时将等效力矩按等效驱动力矩 (用符号 M_{ed} 表示)、等效阻力矩 (用符号 M_{er} 表示) 分别计算。

由以上两例可以看出, 等效转动惯量 J_e 可能是常数, 也可能是机构位置 φ 的函数; 又因为机械的外力可能是时间 t 、机构位置 φ 及构件速度 v 的函数, 所以等效力矩 M_e 是运动参数 t 、 φ 、 ω 的函数。因此, 等效量可以写成如下一般函数式

$$\begin{cases} J_e = J_e(\varphi) \\ M_e = M_e(\varphi, \omega, t) \end{cases}$$

11.3 机械运动速度波动的调节

由前述可知, 一般机械原动件的速度是变化的, 而原动件速度的波动将会引起不良后果, 必须采取措施设法加以调节, 使其速度波动控制在规定的允许范围内, 以保证机械的工作质量。

机械运转的速度波动分为两类: 周期性速度波动和非周期性速度波动。

11.3.1 周期性速度波动产生的原因

作用在机械上的驱动力矩和阻抗力矩在稳定运转状态下往往是原动件转角 φ 的周期性函数。其等效驱动力矩 M_{ed} 与等效阻力矩 M_{er} 必然也是等效构件转角 φ 的周期性函数。

如图 11-5 (a) 所示为某一机构在稳定运转过程中其等效构件 (一般取原动件) 在一个周期转角 φ_T 中所受等效驱动力矩 M_{ed} 与等效阻力矩 M_{er} 的变化曲线。

在等效构件回转过 φ 时 (设起始位置为 φ_a), 其驱动功与阻抗功分别为

$$\begin{cases} W_d(\varphi) = \int_{\varphi_a}^{\varphi} M_{ed}(\varphi) d\varphi \\ W_r(\varphi) = \int_{\varphi_a}^{\varphi} M_{er}(\varphi) d\varphi \end{cases} \quad (11-8)$$

也就是等效构件从起始位置 φ_a 转过 φ 角时, 等效力矩 M_{ed} 所做的功的增量为

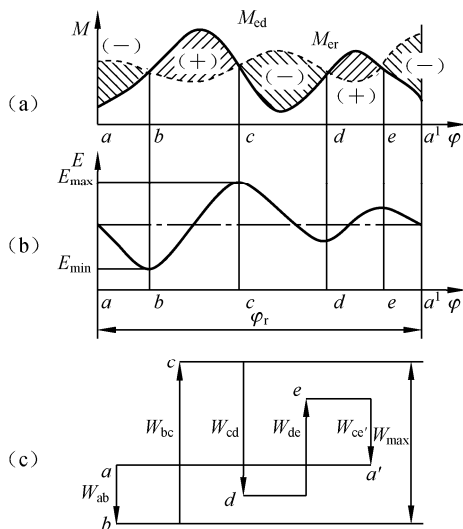
$$\Delta W = W_d(\varphi) - W_r(\varphi) = \int_{\varphi_a}^{\varphi} M_{ed}(\varphi) d\varphi - \int_{\varphi_a}^{\varphi} M_{er}(\varphi) d\varphi \quad (11-9)$$

ΔW 称为盈亏功。当 $\Delta W > 0$ 时, 称为盈功; 当 $\Delta W < 0$ 时, 称为亏功。

机械动能的增量为

$$\Delta E = \Delta W = \frac{1}{2} J_e(\varphi) \omega^2(\varphi) - \frac{1}{2} J_{ea} \omega_a^2 \quad (11-10)$$

由此可得到机械动能 $E(\varphi)$ 的变化曲线如图 11-5 (b) 所示。



(a) 等效驱动力矩和等效阻力矩的变化曲线 (b) 机械动能变化曲线 (c) 能量指示图

图 11-5 周期性速度波动产生的原因

分析图 11-5 (a) 中 bc 段曲线的变化可以看出, 由于 $M_{ed} > M_{er}$, 因而机械的驱动功大于阻抗功, 多余出的功在图中以 “+” 标识的面积表示, 称为盈功。在这一运动过程中, 等效构件的角速度由于动能的增加而上升。在 cd 段, 由于 $M_{ed} < M_{er}$, 因而机械的驱动功小于阻抗功, 不足的功在图中以 “-” 标识的面积表示, 称为亏功。等效构件的角速度由于动能减少而下降。

在等效力矩 M_e 和等效转动惯量 J_e 的变化的公共周期 (假设 M_{ed} 的变化周期为 4π , M_{er} 的变化周期是 3π , J_e 的变化周期为 2π , 则其公共周期为 12π , 在该公共周期的始末, 等效力矩与等效转动惯量的值均应分别相同) 内, 即图 11-5 中 φ_a 到 $\varphi_{a'}$ 的一段中, 驱动功等于阻抗功, 则机械动能的增量为零, 即

$$\int_{\varphi_a}^{\varphi_{a'}} (M_{ed} - M_{er}) d\varphi = \frac{1}{2} J_{ea} \omega_{a'}^2 - \frac{1}{2} J_{ea} \omega_a^2 = 0 \quad (11-11)$$

于是, 经过等效力矩 M_e 和等效转动惯量 J_e 的变化一个公共周期, 机械的动能又恢复到原来的值, 因而等效构件的角速度又恢复到原来的值。由此可知, 机械系统在外力 (驱动力和各种阻力) 的作用下运转时, 如果每一瞬时都保证所做的驱动功与各种阻抗功相等, 机械系统就能保持匀速运转。但是, 多数机械系统在工作时并不能保证这一点, 从而会导致机械在驱动功大于或小于阻抗功的情况下工作, 机械转速就会升高或降低, 出现波动。周期性速度波动是由于机械系统动能增减呈周期性变化, 造成等效构件角速度随之做周期性波动。

11.3.2 周期性速度波动的不均匀系数

为了对在机械稳定运转过程中出现的周期性速度波动进行分析, 首先要了解衡量速度波动程度的几个参数。

如图 11-6 所示为在一个周期内等效构件角速度的变化曲线。

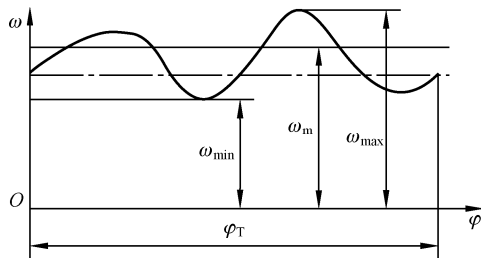


图 11-6 一个周期内等效构件角速度的变化曲线

在工程实际应用中, 等效构件的平均角速度 ω_m , 常近似地采用算术平均值来表示:

$$\omega_m = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2} \quad (11-12)$$

ω_m 可查机械铭牌上的 n (r/min) 进行换算。

机械速度波动的程度不能仅用角速度变化的幅度 ($\omega_{\max} - \omega_{\min}$) 来表示。因为当 ($\omega_{\max} - \omega_{\min}$) 一定时, 对低速机械和对高速机械其变化的相对百分比是不同的, 对低速机械速度波动的影响十分严重, 而对高速机械就不太明显。因此, 平均角速度 ω_m 也是一个重要指标。综合考虑这两方面的因素, 用速度不均匀系数 δ 来表示机械速度波动的程度, 其定义为角速度波动的幅度 ($\omega_{\max} - \omega_{\min}$) 与平均角速度之比, 即

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_m} \quad (11-13)$$

不同类型的机械, 对速度不均匀系数的要求是不同的。表 11-1 列出了一些常用机械速度不均匀系数的许用值 $[\delta]$, 供设计时参考。

表 11-1 常用机械运转速度不均匀系数的许用值 $[\delta]$

机械的名称	$[\delta]$	机械的名称	$[\delta]$
碎石机	1/5~1/20	水泵、鼓风机	1/30~1/50
冲床、剪床	1/7~1/10	造纸机、织布机	1/40~1/50
轧压机	1/10~1/25	纺纱机	1/60~1/100
汽车、拖拉机	1/20~1/60	直流发电机	1/100~1/200
金属切削机床	1/30~1/40	交流发电机	1/200~1/300

在设计机械时, 应满足

$$\delta \leq [\delta] \quad (11-14)$$

如果 $\delta > [\delta]$, 机械的正常工作将受到影响, 例如驱动照明用的发电机组, 如果速度波动很大 ($\delta > [\delta]$), 将会引起电压和电流的变化, 使灯光忽明忽暗, 闪烁不定。

为了减少机械运转时的周期性速度波动, 可以在机械中安装一个转动惯量很大的回转构件——飞轮, 来调节周期性速度的波动。

11.3.3 周期性速度波动调节的基本原理

由图 11-5 (c) 可见, 在 b 点处出现能量最小值 E_{\min} , 而在点 c 处出现能量最大值 E_{\max} 。故在 φ_b 和 φ_c 之间出现最大盈亏功 ΔW_{\max} , 即驱动功和阻抗功之差的最大值, 其值可由下式计算, 即

$$\Delta W_{\max} = E_{\max} - E_{\min} = \int_{\varphi_b}^{\varphi_c} [M_{ed}(\varphi) - M_{er}(\varphi)] d\varphi \quad (11-15)$$

如果忽略等效转动惯量中的变量部分, 即设机械的等效惯量 J_e 为常数, 则当 $\varphi = \varphi_b$ 时, $\omega = \omega_{\min}$; 当 $\varphi = \varphi_c$ 时, $\omega = \omega_{\max}$, 由式 (11-15) 可得

$$\Delta W_{\max} = E_{\max} - E_{\min} = \frac{1}{2} J_e (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2) = J_e \omega_m^2 \delta$$

对于机械系统原来具有的转动惯量 J_e 来说, 等效构件的速度不均匀系数 δ 为

$$\delta = \frac{\Delta W_{\max}}{J_e \omega_m^2}$$

当速度不均匀系数 $\delta > [\delta]$ 时, 为了调节机械的周期性速度波动, 可在机械上安装飞轮, 飞轮的等效转动惯量为 J_F , 则由上式得

$$\Delta W_{\max} = (J_e + J_F) \omega_m^2 \delta$$

所以, 有

$$\delta = \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2 (J_e + J_F)} \quad (11-16)$$

由于对某一具体机械而言, ΔW_{\max} 、 ω_m 及 J_e 都是确定的, 由式 (11-16) 可知, 在机械上安装一个具有足够大的转动惯量 J_F 的飞轮后, 可以使 δ 下降到许可的范围之内, 满足工程的需要, 达到调节机械波动的目的。

飞轮在机械中的作用, 实质上相当于一个能量储存器。当机械中驱动功大于阻抗功时, 机械主轴速度增大, 飞轮的角速度也增大, 但是由于飞轮的惯性作用总是力图阻止主轴速度迅速增大。此时飞轮动能的增大相当于将一部分多余的驱动功以能量的形式储存起来。由于飞轮的转动惯量很大, 因此吸收多余的能量后主轴速度只是略增不至于过大。反之, 当阻抗功大于驱动功时, 机械主轴速度下降, 飞轮的角速度也下降, 由于惯性作用, 飞轮又力图阻止主轴速度的迅速下降。此时飞轮就将高速时储存的能量释放出来以弥补驱动功的不足。同样, 由于飞轮的转动惯量很大, 释放所需的能量后主轴速度只是略降而不至于过大。由此可见, 采用具有很大的转动惯量的飞轮储存和释放能量就可达到减小周期内机械主轴运转速度波动幅度的目的。

安装飞轮能减小周期速度波动的程度。但要强调指出, 安装飞轮不能使机器运转速度绝对不变, 也不能解决非周期性速度波动问题, 因为如在一个时期内, 输入功一直小于总耗功 (为克服工作阻力所需的功 W_f 和克服有害阻力消耗的损耗功 W_f), 则飞轮能量将没有

补充的来源,也就起不到储存和释放能量的调节作用。

对于一工作循环中工作时间很短但有很大尖峰负载的某些机械,如冲床、剪床及某些轧钢机,就利用了飞轮在机械非工作时间所储存的能量来帮助克服其尖峰负载,在安装飞轮后可以采用功率较小的电动机拖动,进而达到减少投资及降低能耗的目的。惯性玩具小汽车就利用了飞轮储存和释放能量这种功能。较新的应用研究有:利用飞轮在汽车制动时吸收能量和汽车启动时释放能量以节省能源,在太阳能及风能发电装置上安装飞轮充当能量平衡器(储能器),等等。

11.3.4 飞轮转动惯量 J_F 近似计算

由式(11-14)和(11-16)得出

$$J_F = \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2[\delta]} - J_e$$

如果 $J_e \ll J_F$, 则 J_e 可以忽略不计,于是上式可近似写为

$$J_F = \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_m^2[\delta]} \quad (11-17)$$

以平均转速 n (r/min) 代替平均角速度 ω_m , 则飞轮的转动惯量为

$$J_F = \frac{900\Delta W_{\max}}{\pi^2 n^2[\delta]} \quad (11-18)$$

由式(11-17)和式(11-18)可知,

① 忽略 J_e 后算出的飞轮转动惯量 J_F 将比实际需要的大,从满足运转平稳性的要求来看是趋于安全的。当 ΔW_{\max} 与 ω_m 一定时,若加大飞轮转动惯量 J_F ,则机械的速度波动系数 δ 将下降,起到减小机械运转速度波动的作用,达到机械调速的目的。但是,如果 $[\delta]$ 取值过小时,飞轮的转动惯量 J_F 过大。而且飞轮的转动惯量 J_F 是一个有限值,不可能使 $[\delta]=0$ 。因此,不能过分追求机械运转速度的均匀性,否则将会使飞轮过于笨重。

② 当 ΔW_{\max} 和 $[\delta]$ 一定,飞轮转动惯量 J_F 与其转速 n 平方成反比。为了减小飞轮的转动惯量,所以飞轮应该装在机械的高速轴上。在实际设计中还必须考虑安装飞轮轴的刚性和结构上的可能性。

为了计算飞轮转动惯量 J_F ,关键是确定盈亏功 ΔW_{\max} 。对于一些比较简单的情况,机械最大动能 E_{\max} 和最小动能 E_{\min} 出现的位置可直接由 $M-\varphi$ 图中看出,对于较复杂的情况,则可借助于能量指示图来确定,现以图 11-5 为例加以说明,如图 11-5(a) 所示为某一机构在稳定运转过程中其等效构件(一般取原动件)在一个周期转角 φ_r 中所受等效驱动力矩 M_{ed} 与等效阻力矩 M_{er} 的变化曲线,两曲线所包围的面积代表相应区间等效驱动功和等效阻力功差的大小,在相应区间上,若等效驱动力矩大于等效阻力矩,则称之为盈功,若等效驱动力矩小于等效阻力矩,则称之为亏功。最大盈亏功 W_{\max} 则为对应于机械主轴角速度从 ω_{\min} 变化到 ω_{\max} 过程中功的变化量。可用如图 11-5(c) 所示的能量指示图来帮助确定 ω_{\max} 和 ω_{\min} 。选一水平基线代表运动循环开始时机械的动能,取任意点 a 做起点,按一定比例作向量线段 \vec{ab} 、 \vec{bc} 、 \vec{cd} 、 \vec{de} 、 $\vec{ea'}$ 依次表示相应位置 M_{ed} 与 M_{er} 之间所包围的面积 W_{ab} 、 W_{bc} 、 W_{cd} 、 W_{de} 和 $W_{ea'}$ 的大小和正负。盈功为正,箭头向上;亏功为负,箭头向下;各段首尾相连,构成一封闭向量图。由于在一个循环的起始位置与终止位置处的动能相等,所以能量

指示图的首尾应在同一水平线上,即形成封闭的台阶形折线。由图中明显看出位置点 b 处动能最小,位置点 c 处动能最大,而图中折线的最高点和最低点的距离 W_{\max} 就代表了最大盈亏功 ΔW_{\max} 的大小。

【例 11.3】如图 11-7 所示为某机械在一个稳定运转周期中的等效阻力矩 M_{er} (单位: $\text{N}\cdot\text{m}$)的变化曲线,等效驱动力矩 M_{ed} 为常数(其值待求),主轴的平均角速度 ω_{m} 为 50rad/s ,许用不均匀系数 $[\delta]=0.05$,以及不计原系统的转动惯量 J_{e} 的条件下,试求飞轮的转动惯量 J_{F} 。

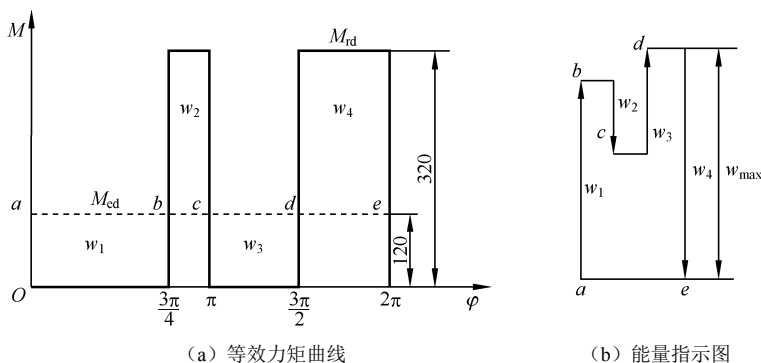


图 11-7 确定某机械的飞轮转动惯量

解: (1) 确定等效驱动力矩 M_{ed}

首先根据在稳定运转的一个周期中,等效驱动力矩所做的功 M_{ed} 与等效阻力矩所做的功 W_{er} 应相等,即

$$2\pi M_{\text{ed}} = 320 \times \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2} \right)$$

所以

$$M_{\text{ed}} = 120 \text{ N}\cdot\text{m}$$

即等效驱动力矩 M_{ed} 如图 11-7 (a) 虚线所示。

2) 画能量指示图,并确定最大盈亏功 ΔW_{\max}

由图 11-7 可知, W_1 、 W_3 为盈功, W_2 、 W_4 为亏功。

$$W_1 = 120 \times \frac{3\pi}{4} = 90\pi \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$W_2 = (120 - 320) \times \frac{\pi}{4} = -50\pi \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$W_3 = 120 \times \frac{\pi}{2} = 60\pi \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$W_4 = (120 - 320) \frac{\pi}{2} = -100\pi \text{ N}\cdot\text{m}$$

画出能量指示图,如图 11-7 (b) 所示。由图可见, d 点最高, e 点最低,故在图 11-7 (a) 中 de 间的面积即为最大盈亏功,即

$$\Delta W_{\max} = |W_4| = 100\pi \text{ N}\cdot\text{m}$$

最后由式 (11-17) 得飞轮的转动惯量

$$J_{\text{F}} = \frac{\Delta W_{\max}}{\omega_{\text{m}}^2 \times [\delta]} = \frac{100\pi}{50^2 \times 0.04} = 3.14 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$

11.3.5 非周期性速度波动的调节

1. 非周期性速度波动产生的原因

如果在机械运转过程中, 等效力矩 $M_e = M_d - M_r$ 的变化是非周期性的, 则机械运动就出现非周期性的速度波动, 从而破坏机械的稳定性运转状态。若在长时间内出现 $M_d > M_r$, 则机械运转的速度会不断升高, 从而导致产生所谓的“飞车”现象, 使机械遭到破坏。反之, 若出现 $M_d < M_r$, 则机械会逐渐停止运转。为了避免上述两种情况的发生, 必须对非周期性速度波动进行调节, 以使机械系统重新恢复稳定运转, 因此就需要设法使驱动力矩与工作阻力矩恢复平衡关系。

2. 非周期性速度波动的调节方法

对于非周期性速度波动, 安装飞轮是不能达到调节目的的, 这是因为飞轮的作用只是“吸收”和“释放”能量, 它既不能创造出能量, 也不能消耗掉能量。

非周期性速度波动的调节问题可分为两种情况:

① 当机械的原动机所发出的驱动力矩是速度的函数且具有下降的趋势时, 机械具有自动调节非周期性速度波动的能力。如用电动机作为原动机的机械可以利用电动机本身所具有的“自调性”来保证机械的稳定运转。对于选用电动机做原动机的机械系统, 其本身就可使驱动力矩和工作阻力矩协调一致。因为当电动机的转速由于 $M_{er} > M_{ed}$ 而下降时, 其所产生的驱动力矩将增大; 反之, 当因 $M_{ed} > M_{er}$ 引起电动机转速上升时, 驱动力矩减小, 所以自动地重新达到平衡, 这种性能称为自调性。

② 对于没有自调性的机械系统 (如采用蒸汽机、汽轮机或内燃机作为原动机的机械系统), 就必须安装一种专门的调节装置——调速器, 来调节机械出现的非周期性速度波动。调速器的种类很多, 按执行构件分类, 主要有机械式的、气动的、机械气动式的、液压式的、电液和或电子等形式的。最简单的机械式调速器是离心调速器。

如图 11-8 所示为燃气涡轮发动机中采用的离心调速器的示意图。图中离心球 2 的支架 1 与发动机轴相连, 离心球 2 铰接在支架 1 上, 并通过连杆 3 与活塞 4 相连。在稳定运转状态下, 发动机轴的角速度 ω 保持不变。由油箱供给的燃油一部分通过增压泵 7 增压后输送到发动机中去, 另一部分多余的油则经过油路 a 进入调节油缸 6, 再经油路 b 回到油泵进口处。当由于外界工作条件变化而引起工作阻力矩减小时, 发动机的转速 ω 将增高。这时离心球 2 将因离心力的增大而向外摆动, 通过连杆 3 推动活塞 4 向右移动。从而使被活塞 4 部分封闭的回油孔间隙增大, 因此使得回油量增大, 输送给发动机的油量减少。故发动机的驱动力矩相应地有所下降, 机械又重新归于稳定运转。反之, 如果工作阻力增加, 发动机的转速 ω 下降, 离心球 2 的离心力减小, 因而使得活塞 4 在弹簧 5 的作用下向左移动, 回油孔间隙减小, 从而导致回油量减小, 供给发动机的油量增加。于是发动机所发出的驱动力矩与工作阻力矩将再次达到新的平衡, 从而使发动机恢复稳定运转。

液压调速器具有良好的稳定性和高的静态调节精度, 但结构工艺复杂, 成本高。如大功率柴油机多用液压调速器。

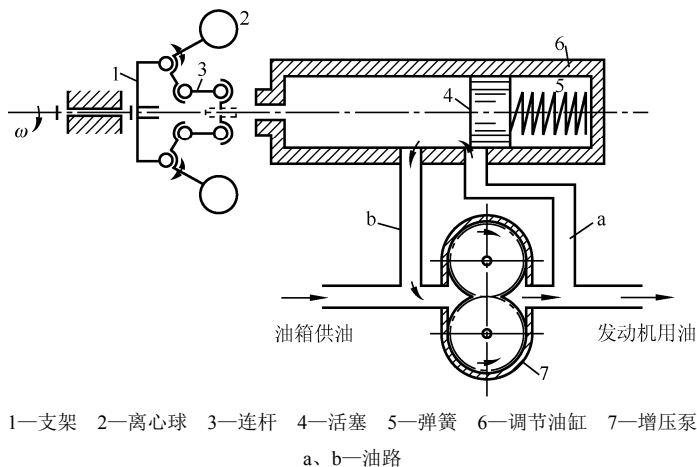


图 11-8 离心式调速器示意

电子调速器具有很高的静态和动态调节精度，易实现多功能、远距离和自动化控制及多机组同步并联运行。电子调节系统由各类传感器将采集到的各种信号转换成电信号输入到计算机，经计算机处理后发出指令，由执行机构完成控制任务。如在航空电源车、自动化电站、低噪声电站、高精度的柴油发电机组和大功率船用柴油机等中就采用了电子调速器。

有关调速器更深入的研究及设计等问题，已经超出本课程的范围，这里就不再讨论了。

习题与思考题

一、思考题

11-1 通常机械的运转过程分为几个阶段？各阶段的功能特征是什么？何谓等速稳定运转和周期变速稳定运转？

11-2 建立机械系统动力学模型的目的是什么？等效构件的运动为什么能代表机械的运动？

11-3 何谓机械运转速度波动不均匀系数？它表示机械运转的什么性质？是否速度波动不均匀系数越小越好？

11-4 飞轮有何作用？应将飞轮安装在高速构件上还是安装在低速构件上？

11-5 试述机械运转过程中产生周期性速度波动及非周期性速度波动的原因，以及它们各自的调节方法。

11-6 说明离心调速器是如何调速的？

二、习题

11-7 写出以移动构件作为等效构件时，机器等效动力学模型中等效质量的计算公式，并说明计算公式中各量的物理意义。

11-8 在图 11-9 所示的机床工作台的传动系统中，已知：各齿轮齿数为 z_1 、 z_2 、 z_2' 、 z_3 ，齿轮 3 的分度圆半径 r_3 ，各齿轮的转动惯量 J_1 、 J_2 、 J_2' 、 J_3 ，齿轮 1 直接装在电动

机轴上, 故 J_1 中包含了电动机转子的转动惯量, 工作台和被加工零件质量之和为 m , 当取齿轮 1 为等效构件时, 试求该机械系统的等效转动惯量 J_e 。

11-9 在图 11-10 所示的导杆机构中, 已知构件 $l_{AB}=100\text{mm}$, $\varphi_1=90^\circ$, $\varphi_3=30^\circ$, 导杆 3 对轴 C 的转动惯量 $J_C=0.006\text{kg}\cdot\text{m}^2$, 其他构件的质量忽略不计。作用在导杆 3 上的阻力矩 $M_3=100\text{N}\cdot\text{m}$ 。试求此机构转化到曲柄 1 上的等效阻力矩 M_{er} 和转化到轴 A 上的等效转动惯量 J_{e1} 。

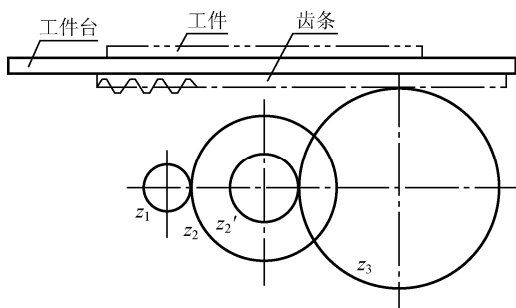


图 11-9 题 11-8

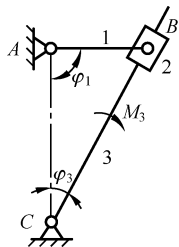


图 11-10 题 11-9

11-10 一台机器做稳定运转, 其中一个运动循环中的等效阻力矩 M_{er} 与等效驱动力矩 M_{ed} 的变化曲线如图 11-11 所示, 等效驱动力矩 M_{ed} 的最大值为 $200\text{N}\cdot\text{m}$, 机器的等效转动惯量 $J=1\text{kg}\cdot\text{m}^2$, 在运动循环开始时, 等效构件的平均角速度 $\omega_0=20\text{rad/s}$ 。试确定:

- ① 等效驱动力矩 M_{ed} 的大小。
- ② 等效构件的最大角速度 ω_{\max} 和最小角速度 ω_{\min} ; 并指出其出现的位置。
- ③ 最大盈亏功 ΔW_{\max} 。
- ④ 若运转不均匀系数 $\delta=0.125$, 则应在等效构件上加多大转动惯量的飞轮?

11-11 某机械系统以其主轴为等效构件, 已知主轴稳定运转一个周期 3π 内的等效阻力矩 M_{er} 变化情况如图 11-12 所示, 等效驱动力矩 M_{ed} 为常数, 主轴的平均角速度和许可的运转不均匀系数已给定, 试确定:

- ① 等效驱动力矩 M_{ed} 的大小。
- ② 出现最大角速度和最小角速度时对应的主轴转角。
- ③ 采取什么方法来调节该速度波动? 简述调速原理。
- ④ 用飞轮调节速度波动, 增大飞轮质量, 就能使速度没有波动, 对吗? 为什么?

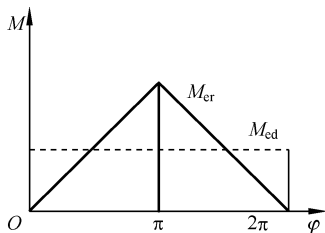


图 11-11 题 11-10

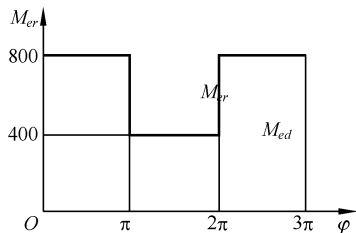


图 11-12 题 11-11

考研真题

11-12 (清华大学 2002 年考研试题) 机械速度的波动可分为_____和_____两类。

11-13 (清华大学 2001 年考研试题) 常用的系统速度波动调节方法有_____、_____。

11-14 (西北工业大学 2004 年考研试题) 何谓机器的“运转速度不均匀系数”? 其产生的原因是什么? 用什么方法加以调节? 能否完全消除周期性速度波动?

11-15 (电子科技大学 2004 年考研试题) 机器中安装飞轮后, 可以()。

- A. 使驱动功与主力功保持平衡
- B. 增大机器的转速
- C. 调节周期性速度波动
- D. 调节非周期性速度波动

11-16 (电子科技大学 2006 年考研试题) 机器中安装飞轮的目的是()。

- A. 调速
- B. 闯过死点
- C. 储存能量
- D. 调速和闯过死点

第 12 章 机械传动系统的方案设计

学习目标：了解机械传动系统设计的任务及大体的设计步骤；了解在拟定机械传动系统方案时应考虑的基本原则及要点；了解机构选型的基本知识；了解机构组合及变异的基本知识。

12.1 概 述

机械传动系统，是指将原动机的运动和动力传递到执行机构的中间环节，它是机械的重要组成部分。其作用不仅是转换运动形式，改变运动大小和保证各执行构件的协调配合工作等，而且还要将原动机的功率和转矩传递给执行构件，以克服生产阻力。除此以外，现代完善的机械传动系统，还应具有运动操纵和控制功能，将光、机、电、液有机地组合，借助微机控制，自动实现机械所需要的完整工作过程。

机械传动系统的设计是机械设计中极其重要的一环，设计得正确和合理与否，对提高机械的性能和质量，降低制造成本与维护费用等影响很大，故应认真对待。

机械传动系统方案设计一般按以下步骤进行：

(1) 拟定机械的工作原理。根据生产或市场需要，制定机械的总功能，拟定实现总功能的工作原理和技术手段，确定出机械所要实现的工艺动作。

(2) 执行构件和原动机的运动设计。根据机械要实现的功能和工艺动作，确定执行构件的数目、运动形式、运动参数及运动协调配合关系，并选定原动机的类型和运动参数。

(3) 机构的选型、变异与组合。根据机械的运动及动力等功能的要求，选择能实现这些功能的机构类型，必要时应对已有机构进行变异，创造出新型的机构，并对所选机构进行组合，形成满足运动和动力要求的机械传动系统方案，绘制传动系统的示意图。

(4) 机构的尺寸综合。根据执行机构和原动件的运动参数，以及各执行构件运动的协调配合要求，确定各构件的运动尺寸，绘制机械传动系统的机构运动简图。

(5) 方案分析。对机械传动系统进行运动和动力分析，考察其能否全面满足机械的运动和动力要求，必要时还应进行适当的调整。运动和动力分析结果也将为机械结构设计提供必要的参数。

(6) 方案评审。通过对众多方案的评比，从中选出最佳方案。

12.2 机构选型及机构系统传动方案设计

12.2.1 机构系统传动方案设计的基本原则

因为机械功能、工作原理和使用场合的不同，所以对传动系统的要求就不同，拟定机械传动系统的要求也就不同。通常，在拟定机械传动系统方案时均应遵循下列一般原则。

1. 合理安排传动机构的顺序

常常将各种传动机构组合起来构成机械传动系统，它们的结构特点和传动作用各不相同，应按一定规律合理地安排传动顺序。一般将减速机构安排在运动链的起始端，尽量靠近原动机，如采用带有减速装置的电动机。将变换运动形式的机构安排在运动链的末端，使其与执行构件靠近，如将凸轮机构、连杆机构、螺旋机构等靠近执行构件布置。将带传动类型的摩擦传动安排在运动链中的转速高的起始端，以减小传递的转矩、降低打滑的可能性。在传递同样转矩的条件下，与其他传动形式比较，摩擦传动机构尺寸比较大，为了减小其外部尺寸应将其布置在运动链的起始端。传动链中采用圆锥齿轮时，应考虑到圆锥齿轮制造较困难、造价高等特点，避免用大尺寸的圆锥齿轮，而采用较小的圆锥齿轮也应布置在运动链中转速较高的位置。

上述顺序安排只是一般性的考虑，具体安排时需要多种因素综合考虑，如充分利用空间、降低传动噪声和振动，以及方便装配维修等。

2. 采用尽可能简短的运动链

拟定机械传动系统时，尽可能采用简单、紧凑的运动链。因为运动链越简短，组成传动系统所使用的机构和构件数目越少，这样不仅能降低制造费用、减小体积和重量，而且还能提高传动效率，传动环节的减少使传动中的积累误差也随之减小，这将提高机械的传动精度和工作准确性。

3. 应使机械有较高的机械效率

传动系统的机械效率主要取决于组成机械的各基本机构的效率及相互之间的连接方式。因此，当机械中含有效率较低的机构时（如蜗杆蜗轮机构），将降低机械的总效率。机械传动中的大部分功率是由主传动链传递的，应力求使其具有较高的传动效率。而辅助传动链（如进给传动链、分度传动链、调速换向传动链等）所传递的功率很小，其传动效率的高低对整个机械的效率影响较小。对辅助传动链主要着眼于简化机械、减小外部尺寸、力求操作方便、安全可靠等要求。

4. 合理分配传动比

运动链的总传动比应合理地分配给各级传动机构，具体分配时应注意以下两点：

（1）每一级传动的传动比应在常用的范围内选取。如一级传动的传动比过大，对机构的性能和尺寸都是不利的，例如当齿轮传动的传动比大于 8~10 时，一般应设计成两级传动；当传动比在 30 以上时，常设计成两级以上的齿轮传动。但是，对于带传动来说，一般不采用多级传动。几种传动装置常用的单级减速比范围见表 12-1。

表 12-1 几种传动机构常用的圆周速度、单级减速比和传递的最大功率的概值

传动机构种类	平型带	V 带	摩擦轮	齿轮	蜗杆	链
圆周速度/（m/s）	5~25（30）	5~30	≤15~25	≤15~120	≤15~35	≤15~40
减速比	≤5	≤8~15	≤7~10	≤4~8（20）	≤80	≤6~10
最大功率/kW	2000	750~1200	150~250	50000	550	3750

(2) 当运动链为减速传动时(因电动机的速度一般比执行构件的速度高,故通常都是减速传动),一般情况下,按照“前小后大”的原则分配传动比,以利于减小机械的尺寸。

5. 保证机械的安全运转

设计机械传动系统时,必须充分重视机械的安全运转,防止发生人身事故或损坏机械构件的现象。一般在传动系统或执行机构中设有安全装置、防过载装置、自动停机装置。例如在起重机的起吊部分必须防止在载荷作用下发生倒转,造成起吊物件突然下落砸伤工人或损坏货物的后果,所以在传动链中应设置具有足够自锁能力的机构(如蜗轮蜗杆机构),或设置有效的制动器。又如为防止机械因短时过载而损坏,可采用具有过载打滑的摩擦传动装置或设置安全联轴器和和其他安全过载装置。

12.2.2 机构类型的选择

机构的选型就是选择或创造满足执行构件运动和动力要求的机构。它是机械传动系统方案设计中很重要的一环。为了便于机构的选型,下面对各种常用机构的工作特点、性能和使用场合进行简略的归纳和比较,以供参考。

1. 实现连续回转运动的机构

能实现匀速转动的机构有齿轮、蜗杆、带或链传动、摩擦轮等,在以交流异步电动机作为原动机的机械中,这类机构是最常见的减速或增速机构。双曲柄机构、回转导杆机构和非圆齿轮等机构可以实现周期变速转动,但非圆齿轮机构的加工较为困难,应用较少。根据工作原理的不同,实现连续回转运动的常用机构有以下三大类。

1) 摩擦传动机构

包括带传动、摩擦轮传动等。其优点是机构简单、传动平稳,易于实现无极变速,有过载保护功能。缺点是传动比不准确,传递功率小,传动效率低等。

2) 啮合传动机构

包括齿轮传动、蜗杆传动、链传动等。前两种机构的性能前面已做专门叙述,此处不再重复。链传动通常在传递距离较远、传动精度要求不高而工作条件恶劣的场合。

3) 平面连杆机构

平面连杆机构中的双曲柄机构和平行四边形机构多用于有特殊需要的地方。

2. 实现往复移动和往复摆动的机构

常见的能实现往复移动或摆动的机构有平面连杆机构、凸轮机构、螺旋机构、齿轮齿条机构及组合机构等。

平面连杆机构中用来实现往复移动功能的主要是曲柄滑块机构、正弦机构、正切机构、六连杆机构等。平面连杆机构是低副机构,制造容易,承载能力大,但平面连杆机构难以准确地实现任意指定的运动规律,故多用于无严格运动规律要求的场合。

凸轮机构可以实现复杂的运动规律,也便于实现各执行构件间的运动协调配合。但由于是高副机构,因此多用在受力较小的场合。

螺旋机构可获得大的减速比和较高的运动精度,常用作低速进给和精密微调机构。

齿轮齿条机构适用于移动速度较高的场合,但是,由于精密齿条制造困难,传动精度

及平稳性不及螺旋机构,所以不宜用于精确传动及平稳性要求较高的场合。

实现往复摆动的机构有曲柄摇杆机构、摆动导杆机构、曲柄摇块机构、摆动凸轮机构等。

3. 实现间歇运动的机构

实现单向间歇回转运动的常用机构有槽轮机构、棘轮机构、不完全齿轮机构、凸轮式间歇机构及齿轮-连杆组合机构等。

槽轮机构的槽轮每次转过的角度与槽轮的槽数有关,要改变其转角的大小必须更换槽轮,所以槽轮机构多用于转角为固定值的转位运动。

棘轮机构主要用于要求每次的转角较小或转角大小需要调节的低速场合。

不完全齿轮机构的转角在设计时可在较大范围内选择,且可大于 360° ,故常用于大转角而速度不高的场合。

凸轮间歇式机构运动平稳,分度、定位准确,但制造困难,故多用于速度较高或定位精度要求较高的转位装置中。

平面连杆-齿轮组合机构主要用于有特殊需要的输送机中。

4. 再现轨迹的机构

实现轨迹运动要求的机构有平面四杆机构及齿轮-平面连杆、凸轮-平面连杆组合机构等。平面四杆机构虽然结构简单,制造方便,但一般只能近似实现所预期的轨迹。多杆机构或组合机构能实现预期轨迹,但设计难度较大,制造成本较高。

5. 运动的合成与分解机构

可以应用各种差动机构,它们都是具有两个自由度的机构,由两个主动件输入运动,其输出运动是输入运动的合成。其中由齿轮组成的差动机构,其输入和输出运动是线性关系,设计比较简单,应用广泛。

12.2.3 构件间运动的协调与机械系统运动循环图

1. 执行构件的运动形式和运动参数

执行构件运动形式不同,其运动参数也不同。运动参数分两种,一种是设计要求已明确提出,另一种需要经过分析确定。执行构件常见的运动形式和运动参数有:

(1) 连续回转运动。连续回转运动多为匀速回转运动,如车床主轴的转动,球磨机筒体的转动等,其运动参数为转速或角速度。有些机器的转速是可调的,运动参数还有调速范围、调速级数、相邻两级速度的级比、级差等。

(2) 间歇回转运动。这种运动常用做分度运动或转位运动,如多工位机床的工作台转位,步进输送装置的送进轮运动等,其运动参数通常为每分钟的动作次数、运动系数、动停比等。

(3) 往复直线或往复摆动运动。往复直线运动如牛头刨床刨头、冲压机冲头、内燃机活塞的运动;往复摆动运动如摆式喂料机料斗的运动。运动参数有行程或摆角、每分钟往复次数、行程速比系数等。

(4) 单向间歇直线运动。如牛头刨床、插床工作台的送进运动，其运动参数为刀具往返一次工作台的送进量。

(5) 平面复杂运动或轨迹运动。如复摆式鄂式破碎机动鄂的运动，搅拌机某点的运动。运动参数常用坐标来表示。

2. 各执行构件运动的协调配合关系

在某些机械传动系统中，各执行构件的运动彼此独立，因此在设计中可不考虑运动的协调配合问题。例如起重机吊钩的起落、吊杆的摆动是各自独立的，并不存在协调配合的问题，将其设计成各自独立的运动链，而且可以采用不同的原动机。而在另一些机械传动系统中，各执行构件的运动之间必须保证严格的协调配合，才能实现预期功能。它又可分为如下两种情况。

1) 各执行机构的动作在时间和空间上协调配合

有些机械要求各执行构件在运动时间和运动位置的安排上必须准确地相互配合。

如图 12-1 所示为一干粉料压片机，其上由上冲头（六杆机构 8—9—10—11—12—13）；下冲头（双凸轮机构 5—6—7—8）；料筛传送机构（凸轮连杆机构 1—2—3—4—8）所组成。传送机构将料筛送至上、下冲头之间，通过上、下冲头加压将粉料压成片状。显然，在送料期间上冲头不能压到料筛，只有当料筛位于上、下冲头之间、冲头才能加压。所以送料及上下冲头之间的运动在时间顺序和空间位置上必须有严格的协调配合要求。

2) 各执行构件运动速度的协调配合

有些机械要求执行构件各运动必须保持严格的速比关系。如利用范成法加工齿轮时，刀具和工件的范成运动必须保持某一恒定传动比；车床车制螺纹时，主轴的转速和刀架的走刀速度也必须保持严格的恒定速比关系。

对于有运动配合要求的执行构件，往往采用一个原动机，通过运动链将运动分配到各执行构件上去，借助机械传动系统实现运动的协调配合。但在一些现代机械中，也可采用多个原动机分别驱动，借助控制系统实现运动的协调配合。

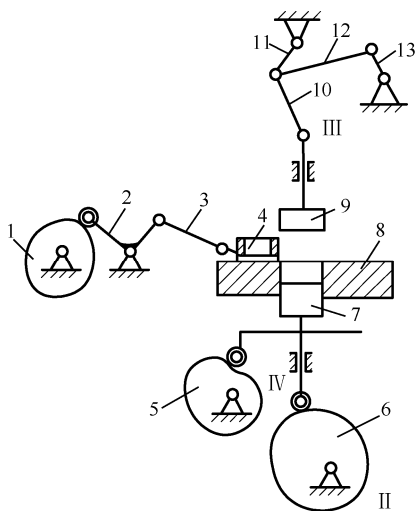


图 12-1 干粉料压片机

3. 工作循环图

为了保证机械在工作时各执行构件间动作的协调配合关系，在设计机械时应编制出用以表明机械在一个工作循环中各执行构件运动配合关系的工作循环图（又称运动循环图）。在编制工作循环图时，要从机械中选择一个构件作为定标件，用它的运动位置（转角或位移）作为确定其他执行构件运动先后顺序的基准。工作循环图通常有以下三种形式。

1) 直线式工作循环图

如图 12-2 所示为金属片冲制机的工作循环图。它以主轴作为定标件。为提高生产率，

各执行构件的工作行程有时允许有局部重叠。

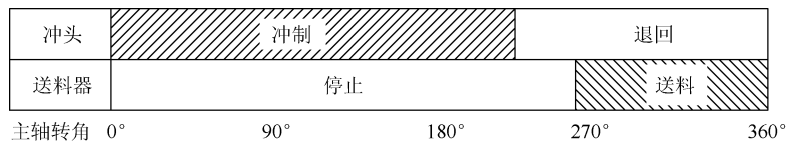


图 12-2 冲压原理工艺动作过程示意图

2) 圆周式工作循环图

如图 12-3 所示为单缸四冲程内燃机的工作循环图。它以曲轴作为定标件，曲轴每转 2 周为一个工作循环。

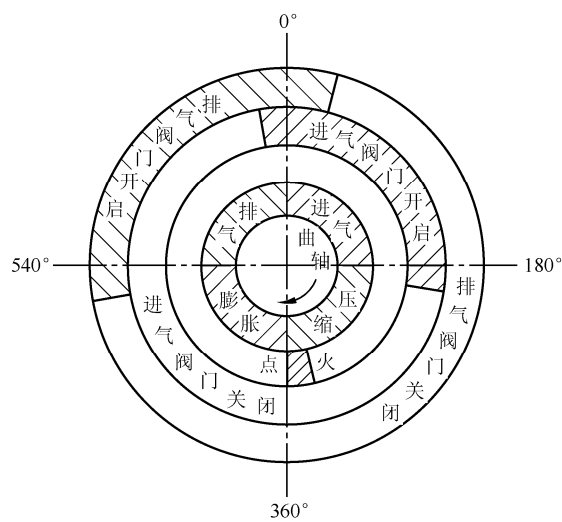


图 12-3 单缸四冲程内燃机工作循环图

3) 直角坐标式工作循环图

如图 12-4 所示为一饼干包装机中包装折纸机构的工作循环图。图中横坐标表示机械分配轴（定标件）运动的转角，纵坐标表示执行构件的转角。此图不仅能表示出两执行构件动作的顺序，而且能表示出两构件的运动规律及配合关系。

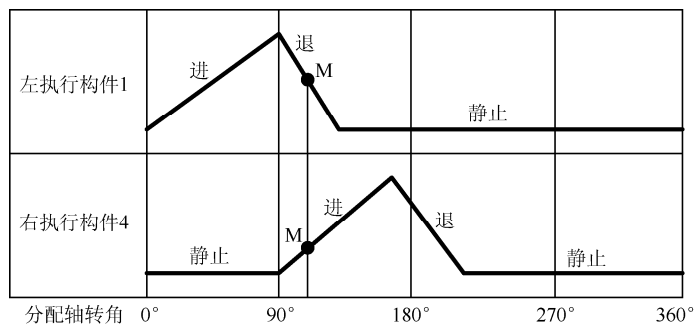


图 12-4 饼干包装折纸机构工作循环图

工作循环图是进一步设计机械传统系统的重要依据。

12.3 机构的组合

为了实现执行构件的运动形式、运动参数及运动协调关系,或者为了改善机械的动力性能,常常需要将选定的机构以适当的方式组合起来,才能满足机械的设计要求。常见的组合方式有以下几种。

12.3.1 机构的串联组合

由两个或两个以上的单自由度基本机构相互串联,使前一机构的从动件作为后一机构的主动件,以这种方式形成的组合机构称为串联式组合机构,以此改变单一机构的运动特性。如图 12-5 (a) 所示的机构就是这种组合方式的一个例子,可用图 12-10 (b) 所示的框图来表示。

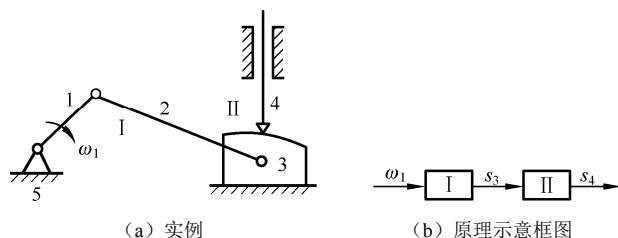


图 12-5 机构的串联组合

如图 12-6 (a) 所示为齿轮机构与连杆机构的串联组合,其后一级连杆机构铰接在前一级行星机构的行星轮上。由于行星轮上各不同点的轨迹是各种内摆线,故选不同的铰接点 C 可使从动杆 4 获得多种不同的运动规律。如图 12-6 (b) 为特殊串联组合机构的原理示意框图。某歼击机的操纵机构就采用了类似的装置。

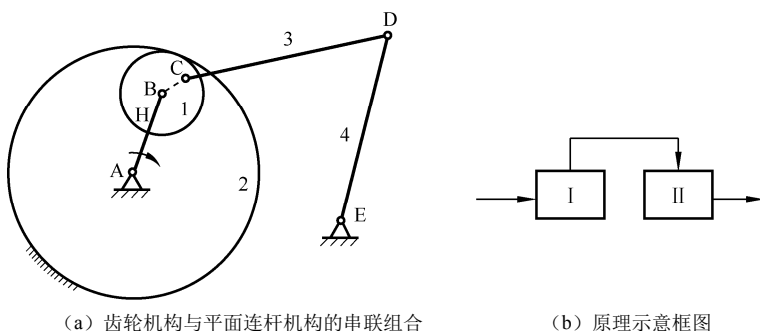


图 12-6 特殊串联组合机构

12.3.2 机构的并联组合

主动件的一个运动同时输入给若干个并列布置的单自由度基本机构,而它们的输出运动又同时输入给一个多自由度的基本机构,从而形成一个自由度为 1 的机构系统,这种机构称为并联式组合机构。

如图 12-7 (a) 所示的某航空发动机的附件传动系统即属此类组合。在这种组合方式中,各分支机构可根据各自的工作需要,独立进行设计。如图 12-7 (b) 为其组合原理示意框图。

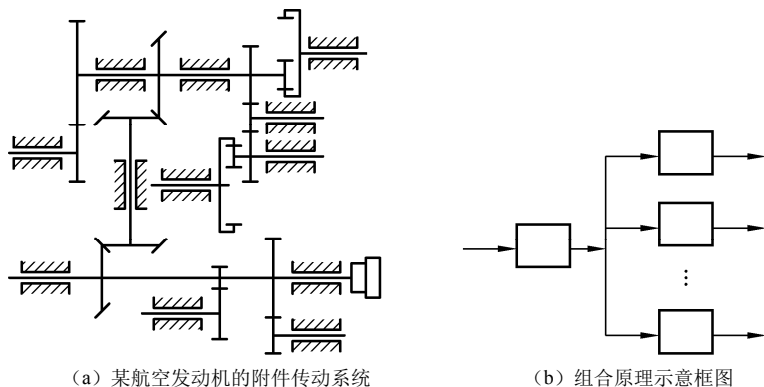


图 12-7 并联式组合

在重型机械中,为了克服其传动装置庞大笨重的缺点,近年来发展了一种多点啮合传动。如图 12-8 (a) 所示用若干个小电动机和小齿轮来驱动中间的大齿轮,以带动整个机器运转的方式就属汇集式并联组合。在一些大型船舶的主传动中就常采用这种并联组合的驱动方式,如图 12-8 (b) 所示为其组合原理示意框图。

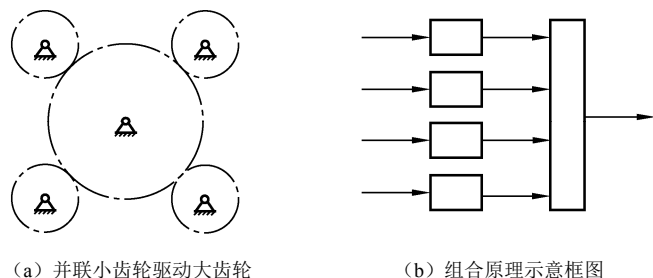
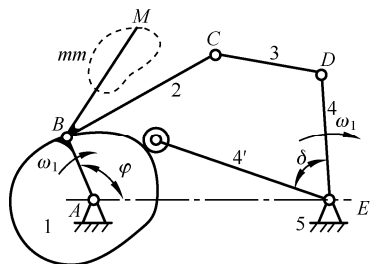


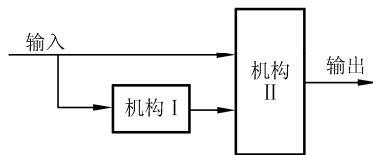
图 12-8 多点啮合传动并联组合

12.3.3 机构的复合式组合

如图 12-9 (a) 所示的凸轮—连杆组合机构,即为复合式组合机构,它与串联及并联组合机构既有联系又有区别。图中机构 I 为由构件 1、4' (4)、5 组成的自由度为 1 的凸轮机构,机构 II 为内构件 1、2、3、4、5 组成的自由度为 2 的五杆机构,这两种机构虽然也是串联关系,但机构 II 的输入运动不全是机构 I 的输出运动 $\omega_{4'}$ (ω_4),与并联机构相比,虽然 M 点的输出运动也是两个输入运动的合成,但这两个输入运动一个来自机构 I 的 $\omega_{4'}$ (ω_4),而另一个却来自主动件 1 的 ω_1 。这两种运动的合成使连杆上的 M 点能实现复杂的运动轨迹。如图 12-9 (b) 所示为这种组合机构的组合原理示意框图。



(a) 凸轮-平面连杆组合机构

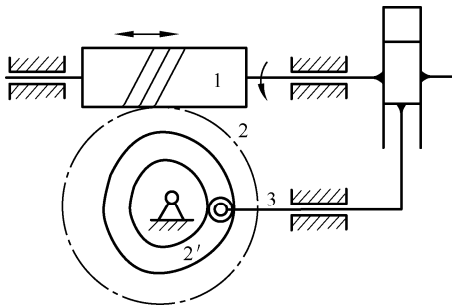


(b) 组合原理示意框图

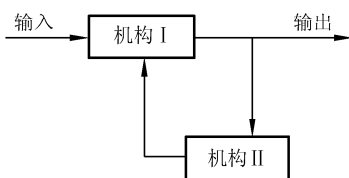
图 12-9 复合式组合

12.3.4 机构的反馈式组合

一个多自由度基本机构的一个输出运动，经过另一个单自由度基本机构的转化后，又反过来传递给该多自由度的基本机构，这种组合机构称为反馈式组合机构。如图 12-10 (a) 所示的滚齿机构的分度校正机构就是这种反馈式组合机构。



(a) 滚齿机构的分度校正机构



(b) 组合原理示意框图

图 12-10 反馈式组合

图 12-10 (a) 中蜗杆 1 为主动件，蜗轮 2 和凸轮 2' 为一个构件，蜗杆在沿自身轴线转动的同时，又在凸轮机构中推杆 3 的带动下沿轴线移动，组成自由度为 2 的蜗轮蜗杆机构（机构 I）。因此，蜗杆有两个自由度，即一个转动和一个移动，其中蜗杆的一个输入运动即沿轴线的移动，就是它本身的输出运动通过自由度为 1 的凸轮机构（机构 II）转化后反过来又传递给它的。如图 12-10 (b) 所示为这种组合方式的组合原理示意框图。

12.4 机械系统方案设计举例

为加深对前述内容的理解，本节中，我们将先对一个已有的机械传动系统进行分析，然后再讨论某一新设备的机械传动系统设计，以了解在机械传动系统设计中应考虑的一些问题及设计的简要过程。

12.4.1 C1325 自动车床刀架机械传动系统的分析

1. 刀架机械传动系统的功能分析

如图 12-11 所示为 C1325 单轴六角自动车床转塔机械传动系统的机构简图。此刀架机

械传动系统要求能够自动换刀，并能沿工件轴向完成进给运动。此功能又可分为如下几个分功能或元功能：

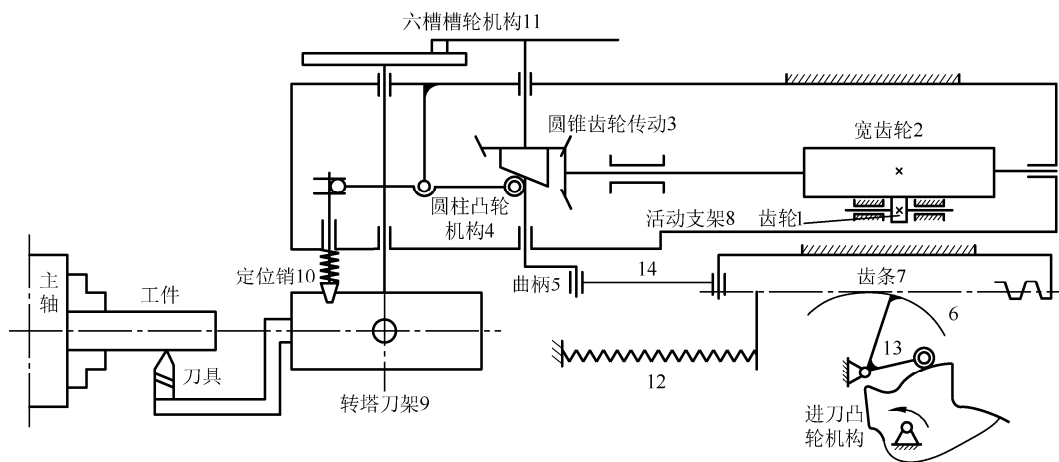


图 12-11 C1325 自动车床刀架机械传动系统

1) 转位

为了完成工件若干个工序的加工，在转塔刀架上固定着若干组刀具，为使各组刀具能依次参加工作，转塔刀架需相应转位（每次绕转塔刀架轴线转过 60° ）。

2) 让刀

为了当转塔刀架转位时，刀具和工件不至相碰而损坏，转塔刀架应先向右退出一段距离后再转位。

3) 定位

为保证加工精度，在加工时转塔刀架应精确定位，转位时应先将定位销拔出。

4) 进、退刀

转塔刀架在非转位期间，应在进刀凸轮的控制下，精确地实现所预定的进、退刀运动。如图 12-11 所示的各机构就是为完成上述各分功能或元功能的功能载体。

2. 刀架机械传动系统的工作过程

此刀架机械传动系统的工作过程如下：在一组刀具加工完毕后，在压簧 12 的作用下，进刀凸轮机构的推杆 13 回程，通过其扇形齿轮 6 与齿条 7 的啮合传动，使整个活动支架 8（连同转塔刀架 9）向后退进行退刀。而与此同时，齿轮 1 的离合器（图中未示出）接合并开始转动，通过宽齿轮 2、圆锥齿轮传动 3、圆柱凸轮机构 4、将定位销 10 拔出；同时，曲柄 5 回转，使活动支架 8 向右快速后退一段距离，进行让刀。并在此后退行程结束时，槽轮机构 11 开始使转塔刀架转位。在其转位的后半周，继续回转着的曲柄 5 使整个活动支架 8（连同转塔刀架 9）开始向左复位。在转位结束时，圆柱凸轮机构 4 的推杆使定位销 10 重新插入转塔刀架的定位孔中进行定位。在转塔刀架定位后，齿轮 1 的离合器脱开并停止转动。活动支架 8（连同转塔刀架 9）在进刀凸轮机构、扇形齿轮和齿条的作用下，向左做进刀运动。进刀完毕后，又重复上述的退刀、让刀、转位、复位、定位运动。

综上所述，在转位过程中，定位销、活动支架和槽轮机构需协调配合工作，其工作循环图如图 12-12 所示。由于圆柱凸轮转一周为一个转位循环，故以其为定标件。

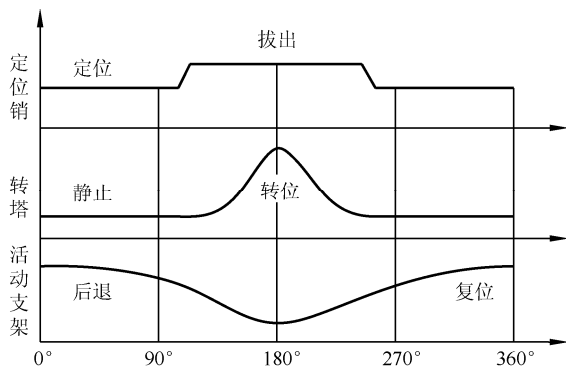


图 12-12 刀架机械传动系统工作循环图

3. 刀架机械传动系统各机构的组合方式及特点

刀架机械传动系统各机构组合方式的示意框图如图 12-13 所示，其中主要采用了一般串联组合，在 I、II 两处采用了特殊并联组合，而且在这两处都有时序要求。

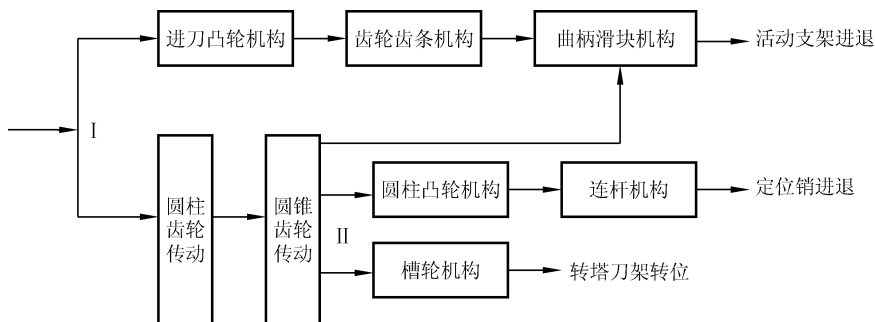


图 12-13 刀架机械传动系统各机构组合方式示意框图

在此机械传动系统中，各机构的功用如下：进刀凸轮机构控制整个工件的加工过程，不同的加工件要换用不同的凸轮。在凸轮机构后串接一个齿轮齿条机构是为了改变运动形式并做运动的放大。其后再串接一个曲柄滑块机构，是为了转塔刀架在转位之前能先向右后退较大距离。

在另一条传动线路中，在圆柱齿轮传动之后串接圆锥齿轮传动是为了改变运动方向。再之后并联了槽轮机构、曲柄滑块机构及圆柱凸轮机构等三个机构是为了实现转位、让位、定位三个动作。操作定位销运动之所以采用圆柱凸轮机构，是为了便于满足工作循环图中提出的时序要求。

值得注意的是，为了实现让刀运动，此处巧妙地运用了一种特殊形式的曲柄滑块机构，曲柄 5 的一端通过连杆 14 铰接于作为滑块的齿条上，而另一端又与作往复运动的活动支架 8 相铰接。故该机构实为图 12-14 所示的双滑块五杆机构，它有 2 个自由度，故可同时接受来自进刀凸轮和圆柱齿轮的两个主运动。在转位时，由于曲柄的回转，在前半周刀架活动支架将向齿条靠拢（图中虚线箭头所示），加上齿条本身的向右运动，故可使刀架迅速离开工件一大段距离，以便能让出足够的转位空间。在转位结束时，曲柄停止转动并停在与连杆共线的位置上，即当以齿条为主动件时，该机构处于死点位置，这时刀架活动支架与齿条像刚体一样，同时左右运动，完成预定的进、退刀动作。

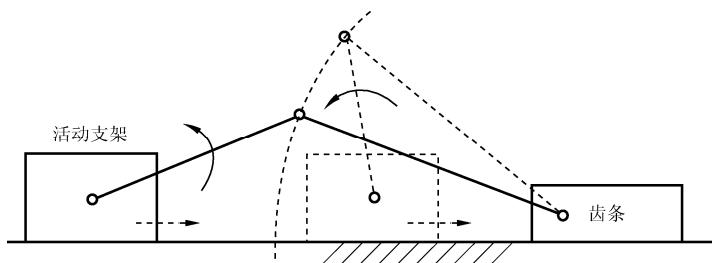


图 12-14 实现让刀运动的双滑块五杆机构

由于齿轮 2 要随着活动支架左右移动，为了保证其始终与无轴向移动的齿轮 1 啮合，故将其做成宽齿轮。

最后要说明的是，转位所用槽轮机构为什么不采用一般常用的简单凸、凹锁止圆弧定位，而要另采用一套定位机构？这是因为前者的定位精度达不到要求之故。

通过此例可以看出，要搞好机械传动系统的设计，不仅要熟悉各种机构的特性，还应熟悉机构的各种组合方式及机构的变异方法，才能达到预期目的。

12.4.2 多头专用钻床的机械传动系统设计

设计任务：要求设计一专用自动钻床，用来同时加工如图 12-15 所示零件上的三个 $\Phi 8\text{mm}$ 的孔，并能自动送料。

1. 确定工作原理

由于设计要求为钻孔，故工作原理就是利用钻头与工件间的相对回转和进给移动切除孔中的材料。钻孔加工的运动方案有如下三种：一种是钻头既做回转切削，同时又做轴向进给运动，而放置工件的工作台则静止不动，如图 12-16 (a) 所示；另一种运动方案是钻头只做回转切削运动，而工作台连同工件做轴向进给运动，如图 12-16 (b) 所示；第三种运动方案是工件做回转运动，钻头做轴向进给运动，如图 12-16 (c) 所示，在车床上钻孔就是如此。一般钻床多采用第一种方案，但对于现在要设计的专用三轴钻床来说，因工件很小，工作台很轻，移动工作台比同时移动三根钻轴简单，故采用第二种运动方案较合理。

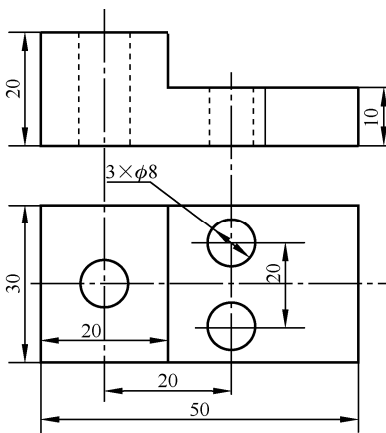


图 12-15 钻孔零件

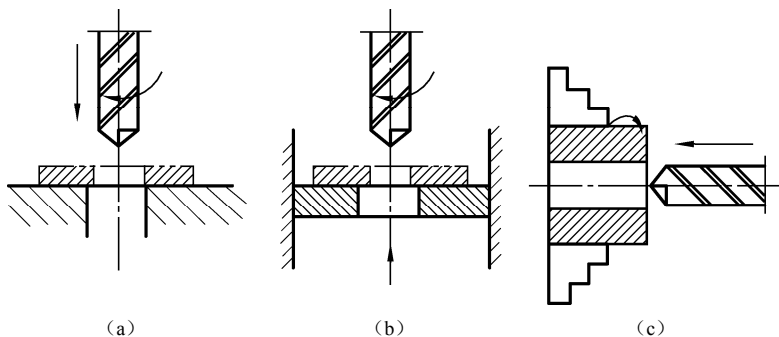


图 12-16 工作原理图

送料方案可以采用送料杆从工件料仓推送工件的方式。其工艺动作过程如图 12-17 所示。

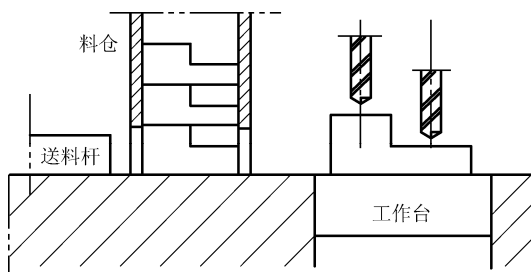


图 12-17 送料方案工艺动作过程

2. 执行构件运动设计

由所确定的运动方案可知，共有三个执行机构，即钻头、工作台和送料杆。其工艺动作过程是：送料杆从工件料仓里推出一待加工工件，并将已加工好的工件从工作台上的夹具中顶出，使待加工工件被夹具（图中未画出）定位并夹紧在工作台上，送料杆退回；工作台带着工件向上快速靠近回转着的钻头，然后慢速工进，钻孔结束后，又带着工件快速退回，等待更换工件并完成下一工作循环。

由上述可知，钻头的运动形式为连续回转，其转速 n_c (r/min) 可由下式确定：

$$n_c = 1000v/(\pi d)$$

式中 d ——钻头直径 (mm)，取 8mm；

v ——切削速度 (m/min)，由金属切削手册知，当工件材料为 45 钢，孔径为 8mm 时， $n_c = 1000 \times 12.5 / (\pi \times 8) \approx 500 \text{ r/min}$ 。

工作台做上下往复直动。根据加工要求，工作台连同工件应先快速趋近钻头，然后改用工作进给速度先钻削凸台上的一个孔，待钻到一定深度时，三个钻头才同时钻削，此时因切削阻力较单孔钻削时大得多，所以进给速度应比单孔钻削小一些，在钻削完毕后工作台又应快速退回。由此可见，对工作台的运动要求是较复杂的。

设工作台一个工作循环所需的时间为 T_f ，由五部分组成，即

$$T_f = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5$$

式中 t_1 ——单孔钻削所需时间，可根据进给量和单孔钻削深度来计算。设单孔钻削时每转的进给量 $s_1 = 0.2 \text{ mm/r}$ ，单孔钻削深度为 10mm，并考虑 3mm 的提前工作量，可求得单孔钻削时间为 $t_1 = (10+3)/(s_1 n_c) = 13/(0.2 \times 500) = 0.13 \text{ min} = 7.8 \text{ s}$ ；

t_1 ——三孔同时钻削时间，设钻头进给量 $s_2 = 0.16 \text{ mm/r}$ ，钻削深度为 10mm，并考虑钻头越程 3mm，则可得三孔同时钻削所需的时间为 $t_2 = (10+3)/(s_2 n_c) = 13/(0.16 \times 500) = 0.163 \text{ min} = 9.8 \text{ s}$ ；

t_3 、 t_4 ——各为快速趋近和快速退回时间，取 $t_3 = 1.5 \text{ s}$ 、 $t_4 = 2.5 \text{ s}$ ；

t_5 ——工作台停歇等待更换工件的时间，设取 $t_5 = 3 \text{ s}$ 。

则工作台完成一个工作循环所需的时间为

$$T_f = 7.8 + 9.8 + 1.5 + 2.5 + 3 = 24.6 \text{ s}$$

工作台每分钟的工作循环数为

$$n_f = 60/T_f = 2.44$$

送料杆运动形式为左右往复运动, 其一个工作循环所需的时间 T_s 与工作台一个工作循环所需的时间相同, 即 $T_s=24.6s$ 。

工作台的行程为

$$H_f = h_0 + h_1 + h_2$$

式中, h_0 为工作台快速趋近钻头的运动距离; h_1 、 h_2 分别为单孔和三孔的钻削深度。取 $h_0=15mm$, $h_1=h_2=13mm$, 故 $H_f=41mm$ 。

送料杆的行程 $H_s=100mm$ (取工件长的 2 倍)。

送料杆的运动与工作台的运动必须协调, 而钻头回转与送料杆和工作台的运动是独立的。其工作循环图如图 12-18 所示, 以凸轮轴为定标件。

送料杆	送料	静止				送料
工作台	停止	快进	单孔钻	三孔钻	快退	
凸轮轴转角 0°		90 $^\circ$		180 $^\circ$	270 $^\circ$	360 $^\circ$

图 12-18 送料杆与工作台的协调运动工作循环图

3. 原动机的选择

根据对机床的工作要求确定原动机的类型为交流异步感应电动机。考虑到钻头的转速较高, 所以选用同步转速为 1500r/min 的电动机, 其额定转速 $n_n=1440r/min$ 。

另外, 为了减少原动机的数量, 将三个执行机构的运动链并联, 用同一电动机驱动。

切削运动链的总传动比为

$$i_c = n_n / n_c = 1440 / 500 = 2.88$$

进给运动链的总传动比与送料运动链的总传动比相等, 即

$$i_f = i_s = n_n / n_f = 1440 / 2.44 = 563$$

4. 机构选型

1) 切削运动链设计

设计切削运动链时应满足下列各元功能:

① 钻头做连续回转运动, 运动链总传动比为 2.88, 即无须运动形式的变换, 但要求减速。

② 三个钻头应同向回转, 且各钻头之间的距离很小。即要求具有运动分解功能, 其尺寸有严格的限制。

③ 电动机轴一般为水平方向放置, 与钻头回转轴线方向不一致, 即要求具有改变运动轴线方向的功能。

④ 电动机与钻头之间有较强的传动距离。即要求运动链能做远距离传动。

根据上述各功能要求, 进行机构选型。能实现减速的传动有齿轮传动、链传动和带传动等。考虑到传动距离较远和速度较高等因素, 决定采用 V 带传动实现减速和远距离传动的功能。能够实现变换运动轴线方向的传动有圆锥齿轮传动、交错轴斜齿轮传动和蜗杆传动等, 考虑到两轴垂直相交且传动比较小, 决定采用圆锥齿轮传动实现变换运动轴线方向的功能。

为使三个钻头同向回转, 可采用由一个中心齿轮带动周围三个从动齿轮的定轴轮系。由于结构尺寸的限制, 三个从动齿轮轴线间的距离远大于三个钻头间的距离。为了将三个

从动齿轮的回转运动传递给三个钻头，可采用双万向联轴节或钢丝软轴。将上述所选机构适当组合后，即可形成钻削运动链。

2) 进给运动链设计

对于进给运动链应满足下列各元功能：

- ① 工作台做往复直线运动，运动规律较为复杂，且行程不大。
- ② 进给运动链应能实现很大的减速比，但进给力不需太大。
- ③ 进给运动的方向和位置与电动机不一致，故应实现回转轴线方向和空间位置的变化。

由功能①可知，采用直动推杆盘形凸轮作为执行机构较为合理。减速换向可采用蜗杆传动，为达到很大的减速比和变换空间位置，在蜗杆传动之前可串接带传动。

3) 送料运动链设计

送料运动链的功能要求与进给运动链基本相同，只是往复运动的方向为水平，且运动行程较大。又因其减速比与进给运动链相同，故可由进给运动链中的蜗轮轴带动。由于送料运动规律较为复杂，故宜采用凸轮机构，又因其行程大，所以要采用平面连杆机构等进行行程放大。

5. 机构的组合

将切削运动链、进给运动链和送料运动链进行组合即可构成三头自动钻床的机械传动系统方案，如图 12-19 所示。

如图 12-19 所示，1 为电动机，2 为 V 带传动，减速比为 2.88；3 为 V 带传动，传动比为 1，起加大运动传动距离的作用；4 为圆锥齿轮传动，传动比为 1，作用是变换运动方向；5 为齿轮传动，传动比为 1，起分支传动作用；6 为双万向联轴节，作用是改变轴间距。8 为另一分路的 V 带传动，传动比为 3；9 为蜗杆传动，传动比为 $563/(2.88 \times 3) \approx 65$ ；10 为直动推杆凸轮机构，作用是实现工作台 11 的运动要求；12 为摆动推杆凸轮机构，作用是实现送料杆 14 的运动要求；15 为待加工工件。如图 12-20 所示为该机械传动系统的机构组合示意图。

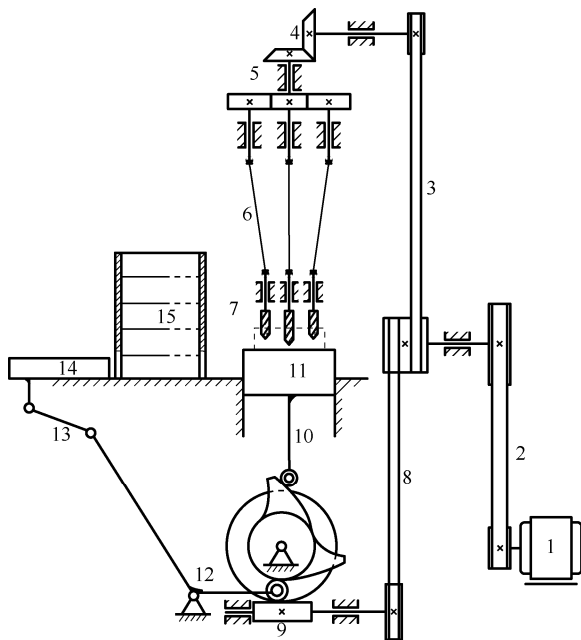


图 12-19 三头自动钻床的机械传动系统方案

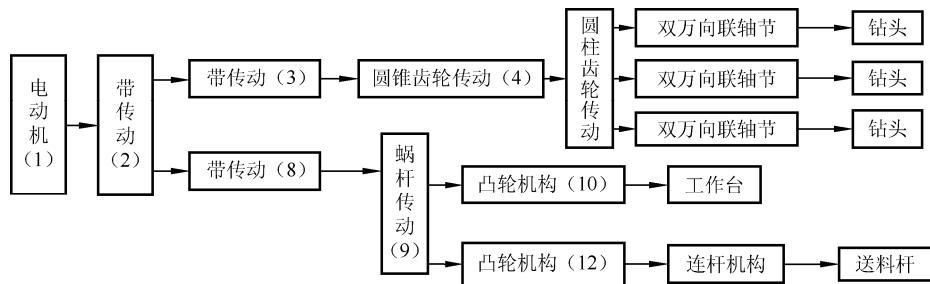


图 12-20 三头自动钻床的机械传动机构组合示意图

以上并未对工件的定位、夹紧等问题作具体讨论，而要完成该自动机的全部方案设计，这是必不可少的内容。关于工件的定位夹紧机构也可以有多种方案，这里就不详细讨论了。

12.5 现代机械系统发展情况简介

近 30 年来，随着科学技术的迅猛发展，特别是计算机的发展和普遍应用，为机械系统设计中的理论分析、数值计算和物理模拟等提供了极为有利的条件。系统论、控制论、信息论、突变论等一系列横向交叉学科的发展，使辩证唯物主义的哲学思想具体应用于科学领域，打破了长期以来孤立、片面、静止地观察和思考问题的禁锢。工程设计吸收了当代科学的成果，逐渐形成了自身的科学体系——现代设计方法。这是一门多元化新兴的交叉科学，它将当代各种先进科学方法融于设计之中，使设计工作完全不同于以往的传统设计，设计工作的面貌焕然一新，设计领域开始产生了突破性的变革。

将传统设计方法和现代设计方法比较，传统设计方法是静态的、经验的、手工的方法；而现代设计方法是动态的、科学的、计算机化的方法。传统设计方法是被动地重复分析产品的性能，而现代设计方法则能做到主动地设计产品参数。

12.5.1 系统分析设计方法

系统分析设计方法的思想于 20 世纪 70 年代由德国学者 G.Pahl 和 W.Beitz 教授提出，他们以系统理论为基础，制订设计的一般模式，倡导设计工作应具备条理性。德国工程师协会在这一设计思想的基础上，制订出 VD I 2221 “技术系统和产品的开发设计方法”标准。

系统分析设计方法的主要特点是：将设计看成由若干个设计要素组成的一个系统，每个设计要素具有独立性，各要素间存在着有机的联系，并具有层次性，所有的设计要素结合后，即可实现设计系统所需完成的任务。

以系統工程的观点分析，设计系统是一个由时间维、方法维和逻辑维组成的三维系统。时间维是指按时间顺序的设计工作阶段，逻辑维是解决问题的逻辑步骤，方法维列出设计过程中的各种思维方法和工作方法。设计过程中的每一个行为都是这个三维空间中的一个点。人们也可以通过这三方面进行深入分析和研究设计系统的规律。

12.5.2 创造性设计方法

在长期的社会实践中，人们依据创造学理论和创造性思维的规律，对广泛的创造性活

动实践经验加以总结、提炼得出创造发明的一些原理、技巧和方法。这些方法打破了传统的思维定势和所有阻碍创造性设想产生的各种消极因素,充分发挥积极因素,提高创造力,为人们从事创新设计提供了切实可行的方法和技巧。创造激智技术的基本原理归纳为:

- (1) 主动原理。创造者需积极、主动地树立问题意识,有强烈的好奇心,勇于设问探索。
- (2) 刺激原理。广泛留心 and 接受各种外来刺激,善于吸纳各种知识和信息,对各种新奇的刺激有强烈的兴趣。
- (3) 环境原理。保持自由和良好的心境,要有允许失败的社会环境。
- (4) 多多益善原理。树立创造性设想越多,创造成功的概率越大的信念,解决任何问题都要有多方案、多设想,择善而从。
- (5) 希望原理。不安于现状,不满足于既得经验和既成事实,追求事物(产品)的完美化和理想化。

创造技法主要有:集体激智法、提问追溯法和联想类比法。

12.5.3 优化设计

优化设计是将工程设计问题转化为最优化问题,利用数学规划的方法,借助于电子计算机的高速度运算和逻辑判断的巨大能力,从满足设计要求的一切可行方案中,按照预定的目标自动寻找最优设计的一种设计方法。它能综合处理并最大限度地满足从不同角度提出的、甚至有时是互相矛盾的技术指标,因此是现代设计方法之一。

优化设计一般包括两部分内容:

- (1) 将实际设计问题转化为数学规划问题,即建立数学模型。建立数学模型时要选取设计变量、列出目标函数、给出约束条件。目标函数是设计问题所要求的最优指标与设计变量之间的函数关系式。
- (2) 采用适当的最优化方法求解数学规划问题,即求解这个数学模型。可归结为在给定条件(如约束条件)下求解目标函数的极值或最优值问题。

12.5.4 可靠性设计

GB3187—82(可靠性基本名词术语及定义)中规定了可靠性的定义:可靠性是指产品在规定的条件下和规定的时间内,完成规定功能的能力。

机械可靠性设计是可靠性工程学的主要内容之一,是可靠性工程学在机械设计中的应用。由于对机械破坏机理的认识日益深化,机械故障概率资料的日积月累以及概率与统计学在机械零件的应力与强度分析方面的应用等,都为机械可靠性设计提供了理论基础和实践经验,使可靠性理论的应用扩展到结构设计、强度分析、疲劳研究等方面。

我国对可靠性的研究,开始于 20 世纪 60 年代,首先是航天和电子工业部门,如电子元件的筛选试验、导弹制导系统可靠性研究等,我国的火箭、卫星制造及发射技术均达到了国际同类产品的先进水平。1986 年 11 月 25 日,机械电子工业部发布了“关于加强机电产品可靠性工作”的通知,推动了机电行业可靠性应用的开展。近年来,在仪器仪表、汽车、工程机械、矿山机械、通信广播设备等行业也开展了广泛的可靠性应用研究,取得了显著成绩。但我国在可靠性应用及产品可靠性的总体水平方面普遍较低,尤其在基础零部件及元器件方面,例如:仪表、液压元件、低压电器等的平均无故障时间低于国外同类产品一两个数量级。产品可靠性问题,已影响到我国机电产品的出口。

在机械可靠性设计中,将载荷、材料性能与强度及零部件尺寸,都视为属于某种概率分布的统计量,应用概率与数理统计及强度理论,求出在给定设计条件下零部件不产生破坏的概率公式、应用公式,就可以在给定可靠度下求出零部件的尺寸,或给定其尺寸确定其安全寿命。

可靠性设计与以往的传统机械设计方法不同,可靠性设计具有以下基本特点:

(1) 可靠性设计法认为机器的工作过程是一个随机过程,作用在零部件上的载荷(广义的)和材料性能都不是定值,而是随机变量,具有明显的离散性质,在数学上必须用分布函数来描述,并用概率统计的方法求解。

(2) 可靠性设计法认为所设计的任何产品都存在一定的失效可能性,并且可以定量地回答产品在工作中的可靠程度,从而弥补了常规设计的不足。

12.5.5 机构的动力平衡

机器在运转过程中,除了受到外载的作用外,还受到各部件本身所具有的质量和转动惯量在运动状态下产生的惯性作用。这种惯性作用随着机器转速的提高而迅速增加,在现代高速机械系统中,其作用已远远超过外载。这种随机机构运转而周期性变化的强惯性作用是产生机器振动、噪音和疲劳等现象的主要原因,其结果大大影响了机构的运动和动力性能。尤其是在现代高速、精密、重载机械中,克服这种不利的惯性作用就成为必须解决的重要问题。机构动力平衡就是为解决这一问题进行的研究,它是机构学领域,特别是机构动力学重要的前沿课题之一。

主要包括机构的完全动力平衡、机械的最优动力平衡以及机构弹性动力分析等内容。机构动力平衡的研究开始较早,已有几十年的历史,而真正在连杆机构的平衡方面取得实质性进展是在20世纪70年代初,到80年代末期已经取得了重大成就。目前,平面机构的动力平衡问题,无论是完全平衡还是部分平衡都已得到了比较完善的解决。80年代以来,人们将平面机构的平衡原理和方法推广并发展到空间机构,现在已在震动力和震动力矩的完全平衡以及部分平衡方面取得了重要突破,在输入扭矩平衡上也有一定进展。由于空间机构的复杂性,许多问题有待继续深入研究。目前,人们正在多项动力指标的综合平衡、实际有效的平衡方法、机构动力性能的综合改善等方面进行新的探索,以期使机构动力平衡研究更加完善。

习题与思考题

- 12-1 机械传动系统方案设计要考虑哪些基本要求?设计的大致步骤如何?
- 12-2 为什么要对机械进行功能分析?这对机械传动系统设计有何指导意义?
- 12-3 什么叫机械的工作循环图?有哪些形式?工作循环图在机械传动系统设计中有什么作用?是否对各种机械传动系统设计时都需要首先做出其工作循环图?
- 12-4 机构选型有哪几种途径?在选型时应考虑哪些问题?
- 12-5 机构的组合有哪几种方式?
- 12-6 拟定机械运动方案的基本原则有哪些?

参 考 文 献

- [1] 陈立德. 机械设计基础. (3 版) [M]. 北京: 高等教育出版社, 2013.
- [2] 孙桓, 陈作模. 机械原理[M]. (6 版). 北京: 高等教育出版社, 2000.
- [3] 张春林. 机械原理[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [4] 孙桓, 陈作模, 葛西安. 机械原理[M]. (第七版). 北京: 高等教育出版社, 2006.
- [5] 常治斌, 张京辉. 机械原理[M]. 北京: 北京大学出版社, 2007.
- [6] 杨可桢, 程光蕴主编. 机械设计基础[M]. (3 版). 北京: 高等教育出版社, 1989.
- [7] 胡西樵主编. 机械设计基础[M]. (1 版). 北京: 高等教育出版社, 1990.
- [8] 黄锡恺, 郑文纬主编. 机械原理[M]. (6 版). 北京: 高等教育出版社, 1989.
- [9] 孙桓, 傅则绍. 机械原理[M]. 4 版. 北京: 高等教育出版社, 1989.
- [10] 王跃进. 机械原理. (1 版). 北京大学出版社, 2009.
- [11] 王秀珍. 机械设计基础[M]. (4 版). 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [12] 孙桓. 机械原理学习指南[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
- [13] 黄茂林. 机械原理[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 2002.
- [14] 金圣才, 曾龙. 机械原理知识精要与真题详解. 北京: 中国水利水电出版社, 2011.
- [15] 杨家军. 机械原理——基础篇[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2005.
- [16] 申永胜. 机械原理辅导与习题[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999.
- [17] 张世民, 高松海. 机械原理辅导[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1989.
- [18] 《现代机械传动手册》编辑委员会. 现代机械传动手册[G]. 2 版. 北京: 机械工业出版社, 2002.
- [19] 邹慧君. 机械原理课程设计手册[G]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
- [20] 葛文杰. 机械原理作业集[M]. 北京: 高等教育出版社, 2002.